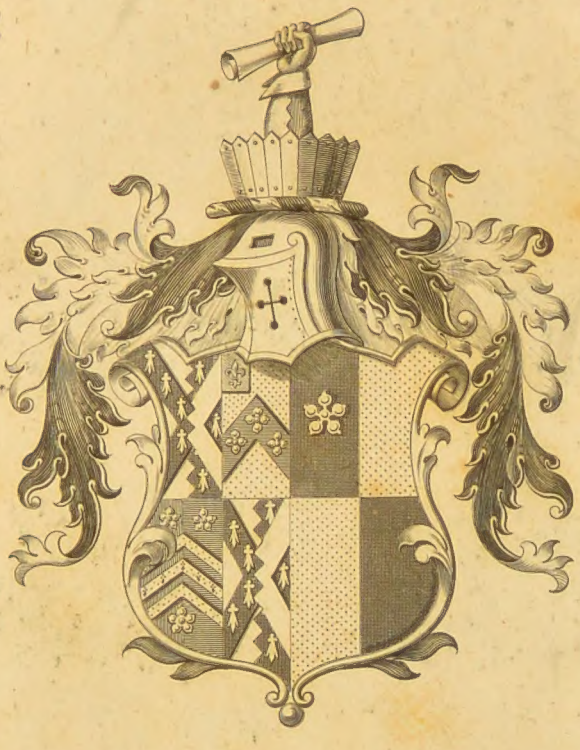
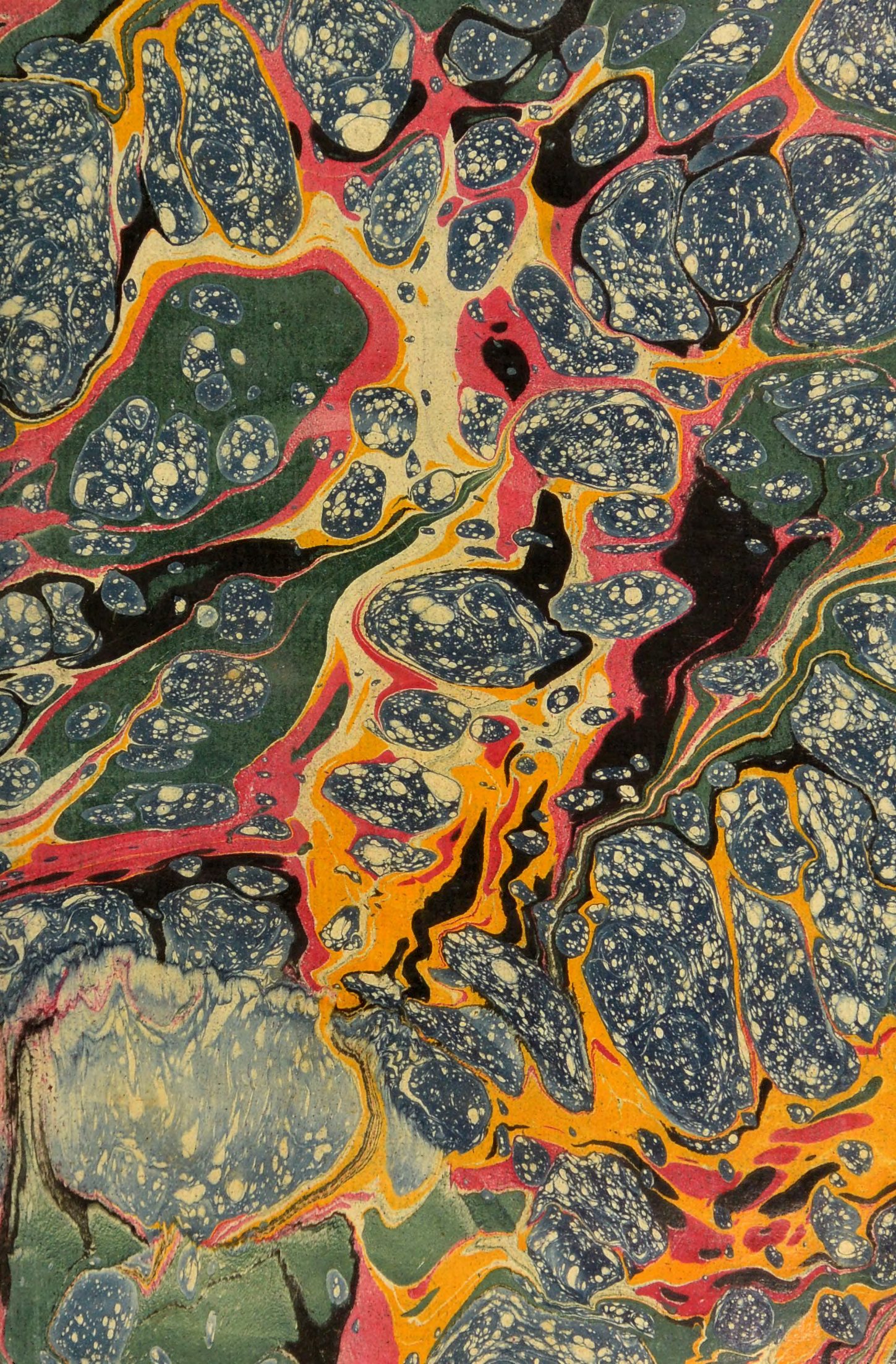
H
3



EDWARD HENRY SCOTT



# Die Akustik,

bearbeitet

von

**Ernst Florens Friedrich Chladni,**

der Philos. und Rechte Doctor, Mitgliede der Churmaynzischen Akademie der Wissenschaften zu Erfurt, und der naturforschenden Gesellschaften zu Berlin und Jena, Correspondenten der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu Petersburg, und der Königl. Societät zu Göttingen.

Dr. E. F. F. Chladni

Mit 12 Kupfertafeln.

Leipzig,
bey Breitkopf und Härtel.
1802.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

Der

# Batavischen Gesellschaft der Wissenschaften

zu Haarlem,

welche

eine genauere Untersuchung

der von dem Verfasser entdeckten

# Schwingungen einer Fläche

für dieses Jahr als Preisaufgabe vorgelegt hat,

hochachtungsvoll gewidmet.

# Vorrede.

Bey so vielen neuern Vermehrungen menschlicher Kenntnisse und Verbesserungen des Vortrages derselben hat die Akustik das unverdiente Schicksal gehabt, weit mangelhafter, als andere Theile der Naturkunde, behandelt zu werden. Ueber einzelne akustische Gegenstände finden sich vortrefliche Abhandlungen in Schriften gelehrter Gesellschaften zerstreut, von denen man aber meistens entweder gar keine Notiz genommen, oder nicht den gehörigen Gebrauch gemacht hat; über das Ganze der Akustik ist aber noch kein einziges nur mittelmäßiges Werk vorhanden. Auch hat eine Menge von sehr eingewurzelten Vorurtheilen, wovon nachher mehreres wird gesagt werden, weitere Fortschritte in diesem Theile der Physik sehr verhindert. Im gegenwärtigen Werke habe ich mich bemüht, die Akustik so allgemein, als möglich, vorzutragen, mit Benutzung alles dessen, was von Andern und von mir hierin entdeckt ist. Um auch solchen Lesern, die nur wenige physische und mathematische Vorkenntnisse haben, verständlich zu seyn, sind von sehr schwierigen Untersuchungen nur die Resultate angegeben worden; für diejenigen aber, welche sich noch genauer unterrichten wollen, sind bey jeder Gelegenheit die Quellen angezeigt, aus welchen sich weitere Belehrung schöpfen läßt. Schriften, die viel Unrichtiges enthalten, erwähne ich meistens nur, um Andere zu warnen, daß sie sich nicht etwa durch den Namen eines sonst um die Wissenschaft verdienten Mannes verleiten lassen, etwas falsches für wahr anzunehmen; wo aber dieses nicht zu besorgen ist, und keine andern Ursachen es etwa nöthig machen, erwähne ich dergleichen Schrif-

ten lieber nicht, (wie z. B. die von Marpurg hinlänglich widerlegten Schriften des Baron W. über die Verhältnisse der Töne, und noch so manche von ähnlichem Gehalte), weil es vortheilhafter für die Wissenschaft ist, wenn sie in Vergessenheit übergehn.

Unter denen, welche zu der Kenntniß schwingender Bewegungen Beyträge geliefert haben, verdienen vorzüglich mit Achtung genennt zu werden:

Daniel Bernoulli, wegen seiner Untersuchungen der Luftschwingungen in Orgelpfeifen und Blasinstrumenten, der Schwingungen eines Stabes, welche er zuerst entdeckte, der Schwingungen einer Saite, und des Beysammenseyns mehrerer Schwingungsarten, in den Schriften der Pariser, Petersburger und Berliner Akademien der Wissenschaften.

Leonhard Euler. Einige Schriften, durch welche er der Akustik weniger genützt hat, sind weit mehr bekannt und überall erwähnt worden, als andere weit lehrreichere Abhandlungen von ihm. In seinem tentamen novae theoriae musicae, (Petrop. 1739), als einer von seinen frühesten Schriften, wie auch in seinen Briefen an eine deutsche Prinzessin, findet sich verschiedenes, was der Natur nicht gemäß ist; so ist z. B. die von ihm angegebene Reihe von 12 Tönen aus den in der Anmerkung zu §. 41. vorgetragenen Gründen für die Ausübung nicht brauchbar, und die Art, wie er die mehrere oder mindere Annehmlichkeit der Tonverhältnisse nach Graden bestimmt, wird größtentheils nicht durch die Erfahrung bestätigt. Dahingegen hat er in mehreren weniger bekannten Abhandlungen, die sich in den Schriften der Akademien der Wissenschaften zu Petersburg, Berlin und Turin befinden, und in diesem Buche bey verschiedenen Gelegenheiten angeführt werden, sehr viele mit der Erfahrung völlig übereinstimmende theoretische Entdeckungen über die Schwingungen der Saiten, der Stäbe, der Luft u. s. w. bekannt gemacht, so daß es äußerst unbillig seyn würde, wenn man einem Manne, der so viel geleistet

hat, wegen mancher einzelnen unrichtigen Behauptungen, von denen er manche in spätterer Zeit selbst berichtigt hat, und andere, z. B. die der Erfahrung nicht gemäßen Angaben der Schwingungen eines Ringes und einer Glocke, bey noch längern Leben und nach genauerer Untersuchung der Gegenstände wahrscheinlich würde berichtigt haben, den mindesten Vorwurf machen, und nicht vielmehr die vielen von ihm gegebenen Beyträge mit Dank und Achtung aufnehmen wollte.

La Grange. Dieser ehrwürdige Veteran, welcher immer noch fortfährt, mit eben der Thätigkeit, wie ehemahls, für die Vervollkommnung der höhern Mechanik und Analyse nützlich zu seyn, hat sich auch um mehrere Gegenstände der Akustik besonders in dem ersten und zweyten Bande der Schriften der Turiner Akademie der Wissenschaften sehr verdient gemacht.

J. H. Lambert; von ihm sind lehrreiche Aufsätze über die Töne der Blasinstrumente und über die Fortleitung des Schalles durch die Luft in den Mém. der Berliner Akademie der Wissenschaften enthalten.

Graf Giordano Riccati, welcher außer einigen andern Abhandlungen durch sein Buch delle corde ovvero fibre elastiche, Bologna, 1767, 4, vieles zu besserer Kenntniß verschiedener akustischen Gegenstände beygetragen hat. Wie wenig öfters die vorzüglichsten wissenschaftlichen Bücher gekannt und geschätzt werden, davon ist dieses ein Beyspiel, daß ich an einem Orte, wo sich mehrere Physiker und Mathematiker aufhalten, und wo es viel literarisches Verkehr giebt, dieses trefliche Werk in einer Auction für zwey Groschen (!) erhielt. Auch habe ich in keiner deutschen gelehrten Zeitung, selbst nicht in der Göttingischen, eine Anzeige davon finden können.

So wie nun mehrere akustische Abhandlungen dieser und anderer verdienstvollen Männer nicht gehörig bekannt und benutzt worden sind, eben so ist dieses der Fall in manchen andern Fächern der Naturkunde. Da nun nicht jeder die Gedult und Gelegenheit haben möchte, von Schriften gelehrter Ge-

sellschaften u. s. w. alle Bände von den ältesten bis auf die neuesten durchzusehen, um zu erfahren, was für Gegenstände, die er bearbeiten will, darin abgehandelt sind, wie es von mir auf Reisen in einigen Bibliotheken geschehen ist, wobey mir aber doch manches entgangen seyn kann: so würde es unstreitig ein sehr nützliches Unternehmen seyn, wenn jemand, der die gehörige Thätigkeit, Sachkenntniß, und Gelegenheit hat, eine vorzügliche Bibliothek zu benutzen, ein nach den Materien geordnetes Verzeichniß aller der physischen und mathematischen Abhandlungen lieferte, die in Schriften verschiedener Akademien der Wissenschaften und in andern Sammlungen zerstreut sind, damit man sogleich von dem, was in jedem Fache schon geschehen ist, eine allgemeine Uebersicht erhielte. Nur müßte es kein bloßes Verzeichniß der Titel seyn, sondern es müßte auch der Inhalt kurz angegeben, und eine Schrift, worin mehrere Gegenstände bearbeitet sind, auch bey mehrern Gelegenheiten angeführt werden, weil sonst manches doch unbenutzt bleiben könnte. So würde man z. B. aus dem bloßen Titel der Abhandlung von L. Euler de motu aëris in tubis wohl schwerlich errathen können, daß sie auch über das Echo, und über den Fortgang des Schalles in freyer Luft viele Belehrungen enthält. Es ist zu erwarten, daß das vom Professor Reuß in Göttingen herauszugebende Repertorium commentationum a societatibus literariis editarum, secundum disciplinarum ordinem digestum, wovon gegenwärtig der erste Theil erschienen ist, welcher die allgemeine Naturgeschichte und die Zoologie betrift, auch im physischen und mathematischen Fache diesem Mangel abhelfen werde.

Wo in dieser Schrift Bemerkungen Anderer benutzt worden sind, habe ich sie jedesmahl angeführt, um mir nichts von dem, was einem Andern gehört, zuzueignen. Da aber wohl ein jeder, der sich mit einigem Erfolge bemüht hat, auch manches zu entdecken, nicht gern etwas davon sich streitig machen läßt, so wird es hoffentlich niemand tadelnswerth finden, wenn ich hier anzeige, was ich als literarisches Eigenthum ansehen kann. Hieher gehört der Plan, nach

welchem gegenwärtiges Buch bearbeitet ist, und wobey nicht, wie gewöhnlich, etwa blos oder vorzüglich auf Saiten, sondern vielmehr auf alle möglichen Arten von klingenden Körpern in gleichem Grade Rücksicht genommen ist; einiges davon habe ich im ersten Bande der neuern Schriften der Berliner Gesellschaft naturforschender Freunde (in 4.) und nachher mit noch einigen Verbesserungen in einer Abhandlung bekannt gemacht, die von der Fürstlich Jablonowskyschen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig den Preis erhalten hat, wobey ich besonders auf das vortheilhafte Urtheil des Herrn Professor Hindenburg vielen Werth setze. Ferner die Schwingungen der Scheiben (erst in meinen Entdeckungen über die Theorie des Klanges, Leipzig 1787. 4, wo ich die Art, wie sie können sichtbar gemacht werden, gezeigt, und die Schwingungen einer runden und einer Quadratscheibe untersucht habe, hier aber im siebenten Abschnitte des zweyten Theils, wo ich sie in einer bessern Ordnung vorgetragen, und die Schwingungen rectangelförmiger und elliptischer Scheiben, deren Untersuchung sehr mühsam war, wie auch halbrunder, gleichseitig sechseckiger und dreyeckiger Scheiben hinzugefügt habe), die Schwingungen einer Glocke; eines Ringes, (zuerst in meinen Entd. üb. d. Theorie des Klanges), einer Gabel (hier zuerst), die Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe, (erst an Saiten gezeigt in der Berliner musikalischen Monatsschrift 2. St. 1792, sodann auch an Stäben in einer zu Erfurt 1796 herausgekommenen und auch in den Schriften der Churmaynzischen Akademie der Wissenschaften befindlichen Abhandlung, hier aber mit einigen Berichtigungen und Erläuterungen vorgetragen), und die Anwendung derselben auf die Bestimmung der Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch feste Körper verbreitet wird (in Voigts Magazin für Naturkunde 1. B. 1. St. und hier §. 226.), die drehenden Schwingungen eines Stabes (im 2ten Bande der Schriften der Berliner Ges. naturf. Freunde und hier §. 97, 98 und 133.), die Bestimmung der Gesetze, nach welchen sich die Töne richten, die durch brennendes Wasserstoffgas in einer Röhre hervorgebracht werden, (im ersten Bande der Schriften der Berl. Ges.

naturf. Freunde, und hier §. 78.), die Bestimmung der Schwingungszahlen bey einem jeden Tone durch unmittelbares Abzählen an einem nach Belieben zu verlängernden und zu verkürzenden klingenden Körper (in Gilberts Annalen der Physik, 5. B. 1. St. und hier in der Anmerkung zu §. 29.), die Untersuchung der Geschwindigkeit, mit welcher die Schwingungen der verschiedenen Gasarten geschehen, und die Anwendung der dadurch erhaltenen Resultate auf die Verschiedenheit der Theorie und Erfahrung in Ansehung der Geschwindigkeit der Schallverbreitung in der Luft (in Voigts Magazin für Naturkunde 1. B. 3. St. und hier §. 204.), und noch verschiedene andere Bemerkungen, wie auch zwey nicht hieher, sondern zur Ausübung der Tonkunst gehörende Erfindungen, das Euphon und Clavicylinder, von welchen in den Nachrichten zur Geschichte meiner Entdeckungen noch einiges wird gesagt werden.

Denen freundschaftlichen Männern, die mir auf irgend eine Art zu Bearbeitung akustischer Gegenstände beförderlich gewesen sind, nähmlich

durch gemeinschaftliche Anstellung solcher Versuche, zu denen ich den Apparat nicht hatte, wie Herr Obermedicinalrath und Professor Hermbstädt in Berlin und Herr J. C. Ayke in Danzig bey den Versuchen über die durch brennendes Wasserstoffgas in einer Röhre zu erhaltenden Töne, und Herr Prof. von Jacquin in Wien bey den Versuchen über die Geschwindigkeit der Schwingungen verschiedener Gasarten;

durch die Erlaubniß, eine öffentliche Bibliothek auch zu sonst ungewöhnlichen Zeiten nach Belieben benutzen zu können, wie die Herrn Aufseher der vortreflichen Herzoglichen Bibliothek zu Stuttgard, in welcher ich von Schriften gelehrter Gesellschaften und andern zur Ausübung verschiedener Wissenschaften gehörigen Werken alles, was ich nur wünschte, wenigstens bis zum Jahre 1792, nächst der Göttingischen Bibliothek am vollständigsten beysammen antraf, dahingegen ich in einigen Bibliotheken, von welchen gewöhnlich weit mehr Rühmens gemacht wird, vergeblich darnach fragte;

durch Ueberschickung solcher Bücher, die ich sonst nicht hätte benutzen können, wie Hr. Hofrath Blumenbach in Göttingen, Hr. Hofrath Voigt in Jena, Hr. Prof. Hindenburg in Leipzig, und Hr. Prof. Eberhard in Halle; durch die Erlaubniß, von seinen eigenen Büchern, ebensowohl, als ob sie mein wären, Gebrauch zu machen, wie Hr. Doctor und Prof. Langguth hier in Wittenberg, welcher sich für die meisten Fächer der Naturkunde mehr Bücher und Apparat angeschaft hat, als bey der mit der physischen Professur verbundenen geringen Unterstützung von ihm zu verlangen wäre;

Allen diesen danke ich sehr für ihre Gefälligkeit.

Noch ist übrig, einiges von den Vorurtheilen zu sagen, welche den weitern Fortschritten in der Akustik hinderlich gewesen sind, und eine sehr einseitige Behandlung dieses Theiles der Naturkunde veranlaßt haben. Sie sind zwar in diesem Buche schon bey Gelegenheit erwähnt worden, es wird aber doch wohl, um Manchen mehr auf deren Vermeidung aufmerksam zu machen, nicht überflüßig seyn, wenn auch hier noch etwas darüber gesagt wird.

Eins der gewöhnlichsten Vorurtheile ist, daß das Wesen des Schalles allemahl in Schwingungen der Luft bestehe. Erst seit kurzer Zeit hat man auf Veranlassung einiger Bemerkungen von mir in manchen physischen Lehrbüchern die Lehre vom Schalle nicht mehr bey der Lehre von der Luft, sondern, wie es schicklicher ist, bey der Lehre von der Bewegung vorgetragen; es können sich aber verschiedene physikalische und musikalische Schriftsteller immer noch nicht von der Vorstellungsart loßreißen, als ob zu einem jeden Schalle (auch wenn er durch feste und tropfbarflüßige Materien sich verbreitet, und auf andere Art, als durch das äußere Ohr, zu unserer Empfindung gelangt), eine Zitterung der Luft nothwendig sey. Die Luft ist zwar das gewöhnlichste Fortleitungsmittel des Schalles; daß sie aber nicht schlechterdings dazu nothwendig ist, folgt schon aus dem ersten Begriffe von einem Schalle. Dieser besteht nähmlich in einer schnellen zitternden Bewegung irgend eines Körpers; wenn also Materien von irgend einer Art, es sey Luft oder etwas

anders, mit dem zitternden Körper in unmittelbarer oder mittelbarer Berührung stehen, so müssen diese nothwendig auch dadurch genöthigt werden, in ebendenselben Zeiträumen, wie der schallende Körper, zu zittern, insoweit es vermöge der Kraft der zitternden Bewegung, und der Beschaffenheit der umher befindlichen Materien geschehen kann; und die zur Empfindung solcher Bewegungen organisirten Gehörnerven müssen nothwendig dadurch afficirt werden, wenn zwischen ihnen und dem schallenden Körper eine Strecke von Materien irgend einer Art, die im Stande sind, mitzuzittern, sich befindet. So würde auch im luftleeren Raume ein klingender Körper, wenn er gehörig in Bewegung gesetzt wird, eben so klingen, wie in der Luft, d. i. er würde in ebendenselben Zeiträumen, oder vielleicht ein wenig geschwinder, zittern, und ebendieselben Gestaltveränderungen annehmen; man würde aber nichts hören, weil zwischen dem Ohre und dem klingenden Körper keine zusammenhängende Strecke von mitzitternden Materien sich befinden würde.

Eine sehr mangelhafte und einseitige Behandlung der Akustik ist auch besonders dadurch veranlaßt worden, daß man blos, oder vorzüglich, auf Saiten, aber wenig oder gar nicht auf andere klingenden Körper Rücksicht genommen hat. Es waren nähmlich Saiten fast die einzige Art von klingenden Körpern, deren Eigenschaften man, wiewohl meistens auch nur unvollkommen, kannte, weshalb man also glaubte, daß andere klingenden Körper sich nach eben denselben Gesetzen richten müßten. Die Entdeckungen der Schwingungen eines Stabes von Daniel Bernoulli und L. Euler, und der Luftschwingungen in einem Blasinstrumente von eben diesen und von La Grange, Lambert und Riccati sind fast von Niemanden erwähnt, und noch weniger gehörig benutzt worden, ehe ich in einigen Schriften Manchen darauf aufmerksam machte, und die Eigenschaften der meisten andern klingenden Körper sind von mir erst später in manchen einzelnen Abhandlungen, manche auch hier zuerst, bekannt gemacht worden, so daß man also die allgemeinen Eigenschaften klingender Körper von den besondern, die einer jeden einzelnen Art der-

selben zukommen, nicht gehörig zu unterscheiden wußte. Alle klingenden Körper kommen nähmlich in gewissen Eigenschaften mit einander überein, die in §. 45, welcher die ersten Grundbegriffe der ganzen Klanglehre enthält, erwähnt werden, aber sowohl die Schwingungsarten und die ihnen zukommenden Tonverhältnisse, als auch die Gesetze, nach welchen sich bey Verschiedenheit der Dimensionen u. s. w. die Höhe und Tiefe der Töne richtet, sind bey jeder Art von klingenden Körpern anders beschaffen. Es ist also auch ganz der Natur zuwider, wenn man die Theorie der Tonverhältnisse aus gewissen nur einer Saite oder vielmehr nur dem Grundtone derselben, nicht aber allen Arten von klingenden Körpern zukommenden Eigenschaften herleiten will. Ob man von einer Saite mehr Gebrauch macht, als von andern klingenden Körpern, darauf kommt hier bey Erklärung eines physischen Gegenstandes nicht das mindeste an.

Durch die blos auf Saiten, nicht aber auf andere klingenden Körper genommene Rücksicht ist auch das bey vielen sehr eingewurzelte Vorurtheil entstanden, daß bey einem jeden Tone die mit der natürlichen Zahlenfolge 2, 3, 4, 5 u. s. w. übereinkommenden höheren Töne allemahl mitklingen, und daß eben dadurch ein Klang sich von einem jeden andern Geräusche unterscheide, daß auch der Grund des Consonirens und Dissonirens der Tonverhältnisse in einem Mitklingen oder Nichtmitklingen gewisser Töne zu suchen sey. Hierüber ist schon in der Anmerkung zu §. 5, in der zweyten Anmerkung zu §. 9. und im 9ten Abschnitte des zweyten Theils das nöthige gesagt worden, welches ich hier, um Weitläuftigkeit zu vermeiden, nicht wiederholen mag.

Manche andere Vorurtheile, die weniger Beziehung auf das Ganze der Akustik haben, erwähne ich hier nicht weiter.

Ein sonderbares Mißverständniß ist bey Gelegenheit meiner Untersuchungen der Schwingungen einer Scheibe ohne meine Schuld bey Vielen entstanden, nähmlich, daß jeder auf einer Scheibe hervorgebrachte Ton eine gewisse Figur gebe. Es läßt sich (nach §. 45. und der An-

merkung zu §. 103.) nicht jeder Ton nach Belieben hervorbringen, sondern vielmehr jede Figur, d. i. jede mögliche Eintheilungsart der Scheibe in gleichzeitig schwingende Theile, steht gegen die andern Figuren in gewissen (meistens mit den Quadraten gewisser Zahlen übereinkommenden, oder auch irrationalen) Tonverhältnissen, die unter sich immer dieselben bleiben, der Ton einer Figur, dessen Höhe oder Tiefe von der Dicke und Größe der Scheibe abhängt, sey welcher man wolle. Auch kann öfters bey ganz verschiedenen Figuren oder Schwingungsarten einerley Ton Statt finden, wovon besonders an rectangelförmigen und elliptischen Scheiben mehrere Beyspiele sind gegeben worden.

Da einige in den Anmerkungen zu §. 109. und 206. erwähnte Widersprüche gegen akustische Bemerkungen von mir blos durch Mißverständnisse sind veranlaßt worden, wo der Andere nicht von ebenderselben Sache redete, und also jeder von uns in seiner Art Recht hatte, so ersuche ich einen jeden, der etwas anders, als ich, gefunden zu haben glaubt, erst genau zu untersuchen, ob es ganz ebendieselbe Sache betrift, von der ich geredet habe, z. B. bey Untersuchung gewisser Schwingungsarten und der ihnen zukommenden Tonverhältnisse, ob es ebendieselben Schwingungsarten, die ich gemeynt habe, oder ob es andere sind, und bey Untersuchung gewisser Eigenschaften eines klingenden oder den Schall fortleitenden Körpers, ob das, was er gefunden hat, auf ebendieselben, oder ob es auf andere Eigenschaften Beziehung hat, ob auch sonst ebendieselben Umstände Statt finden, die ich vorausgesetzt habe. Ich erinnere dieses nicht etwa deshalb, als ob ich nie wollte geirrt haben, (welches mehreremahl geschehen ist, wo ich es auch hernach eingestanden und berichtigt habe), sondern vielmehr aus der Ursache, weil die auf nur scheinbare Widersprüche und deren Berichtigung zu verwendende Zeit und Bemühung von beyden Seiten weit vortheilhafter auf würkliche Fortschritte in der Wissenschaft angewendet werden kann.

Geschrieben zu Wittenberg in Sachsen im Febr. 1802.

# Einige Nachrichten
## zur Geschichte meiner akustischen Entdeckungen.

Da Verschiedene bey mündlicher Erzählung der Geschichte meiner Entdeckungen, manche auch bey dem Lesen dessen, was in Voigts-Magazin für das neueste aus der Physik und Naturgeschichte IX. B. 4. St. darüber gesagt ist, Interesse bezeigt haben, so trage ich kein Bedenken, hier auch einiges davon zu erwähnen, hauptsächlich um zu zeigen, daß alles schlechterdings keine Folge des Zufalles, sondern eines anhaltenden Strebens gewesen ist, wobey ich zwar während des größten Theils meines bisherigen Lebens alle Ursache hatte, mit meinem Schicksale, und besonders mit dem gänzlichen Widerspruche zwischen den äußern Verhältnissen und meinen Neigungen unzufrieden zu seyn, aber hernach doch gefunden habe, daß alles gut war, weil bey einem andern Gange des Schicksals manches, was für die Akustik und für praktische Anwendungen derselben auf Tonkunst nützlich seyn kann, wenigstens von mir nicht würde seyn entdeckt worden, und ich auch nachher manchen Beyfall und Vortheil und manches Angenehme würde haben entbehren müssen. Indessen kann ich einem Andern nicht anrathen, den äußern Umständen so wenig nachzugeben, und eine angetretene Laufbahn, die zwar der Neigung nicht recht gemäß ist, aber gewisse Vortheile verspricht, zu verlassen, um ganz ungewissen Aussichten nachzustreben, weil ein Verfahren dieser Art in den meisten Fällen wohl nicht den gewünschten Erfolg haben möchte.

Mein Vater war Ernst Martin Chladni oder Chladenius *), Churfächsischer Hofrath und erster Professor der Rechte in Wittenberg, ein Mann, der wegen der Rechtschaffenheit,

*) Er hatte, so wie auch sein Vater, welcher Propst und Professor der Theologie in Wittenberg war, den Namen seiner Voraltern, die Prediger und Bergofficianten in Ungarn waren, nach

Thätigkeit und Geschicklichkeit, die er als Director der Juristenfacultät und einiger andern Rechtscollegien zeigte, sehr geachtet war, wie er denn auch wegen seiner Kenntniß des deutschen Staatsrechts unter dem Kayser Joseph als Reichshofrath nach Wien berufen ward, welches er aber aus Anhänglichkeit an sein Vaterland nicht annahm. Im väterlichen Hause ward ich zwar freundlich behandelt, und genoß von braven und geschickten Lehrern guten Unterricht, ward aber immer in einer solchen Einschränkung gehalten, daß ich nur sehr selten, und nie allein, aus dem Hause gehen durfte, und andere junge Menschen meines Alters nie anders, als etwa in der Kirche, zu sehen bekam; es ward mir sogar, aus übertriebener Sorgfalt für mich als den einzigen Sohn, nur bey sehr guter Witterung verstattet, in dem am Hause befindlichen Hofe und Garten in die freye Luft zu gehen, so daß ich mich wundern muß, wie ich unter solchen Umständen eine so dauerhafte Gesundheit habe behalten können. Diese Einschränkung war ganz unnöthig, weil ich in den frühern Jahren ebensowohl wie in der folgenden Zeit keinen Hang zu Unordnung oder zur Unthätigkeit hatte, welches ich mir aber nicht zum Verdienste anrechne, sondern als Folge der Organisation ansehe; es ward auch dadurch, anstatt mich niederzuschlagen, vielmehr ein Widerwille gegen jeden mir oder Andern anzuthuenden unnöthigen Zwang, und ein Bestreben, in Ansehung der Lebens- und Handlungsweise meinen eigenen Gang zu gehen, in mir erregt. Schon von meinem 6ten und 7ten Jahre an beschäftigte ich mich, wenn ich etwas anders treiben sollte, öfters mehrere Stunden hintereinander mit geographischen Büchern, Reisebeschreibungen und Landkarten, oder auch mit einer Erd- und Himmelskugel, deren Gebrauch ich ohne weitern Unterricht durch Nachdenken und etwas Nachlesen mir eigen machte, und fühlte einen so unwiederstehlichen Trieb zum Reisen und in der Folge meinen Aufenthalt nach Belieben zu wählen, daß ich die anscheinende Bestimmung, immer in meiner Vaterstadt zu bleiben, für eben so unnatürlich ansah, als ob ich immer hätte sollen in einem Zimmer bleiben. Am meisten wäre es deshalb meiner Neigung gemäß gewesen, Schiffer, oder Kaufmann, oder, wenn ich studiren sollte, Arzt zu werden. Wenn ich nicht immer befürchtet hätte, meinen Vater und meine sehr brave Stiefmutter, die mich immer mit Wohlwollen behandelten, zu sehr zu kränken, so würde ich vielleicht meine damalige Lieblingsidee ausgeführt haben, mit dem für mich in einer Sparbüchse

---

der damaligen Sitte, wo Gelehrte ihren Namen gern eine lateinische Endigung gaben, in Chladenius umgeändert. Da dieses jetzt nicht mehr Sitte ist, so bediene ich mich lieber des ursprünglichen Namens.

aufbewahrten Gelde in die weite Welt (etwa über Holland nach Ostindien oder Surinam) zu gehen, um von unten auf durch eigene Anstrengung weiter vorwärts zu kommen, in welcher Absicht ich schon angefangen hatte, Kramers holländische Grammatik, welche ich unter den Büchern meines Vaters fand, insgeheim zu studiren.

In meinem vierzehnten Jahre ward ich auf die Landschule nach Grimma geschickt, und der besondern Aufsicht des damaligen Conrectors und nachherigen Rectors Mücke übergeben, der zwar ein sehr rechtschaffener Mann war, und in ältern Sprachen und deren Literatur viele Kenntnisse hatte, aber durch Hypochondrie und durch ängstliche Gewissenhaftigkeit in allem, was er für Pflicht hielt, verleitet ward, mich, so wie seine übrigen Pflegbefohlnen, in der möglichsten Einschränkung zu halten, und jedes noch so kleine Versehen allzustreng zu ahnden. Wenn die Meisten ihre Jugendjahre unter die glücklichsten ihres Lebens rechnen, und sich in der Folge mit Vergnügen daran erinnern können, so kann ich es nicht, habe aber doch keine Ursache, jemanden deshalb einen Vorwurf zu machen, weil alles wenigstens aus den besten Absichten geschah.

Als ich auf die Universität nach Wittenberg kam, hätte ich gern Medicin studirt, ließ mich aber doch durch das Zureden meines Vaters bewegen, die Rechtswissenschaft zu studiren. Während meiner dortigen Studien war ich auch weit eingeschränkter, als andere meinesgleichen, welches mich veranlaßte, es durch mancherley Vorstellungen endlich dahin zu bringen, daß mir die Erlaubniß ertheilt ward, nachher noch in Leipzig zu studiren. Dort war ich ganz mir selbst überlassen, habe aber, wie jeder, der sich meiner erinnert, wird bezeugen können, meine Freyheit auf keine Weise gemißbraucht. Als ich nach den gewöhnlichen Prüfungen die vorzüglichste Censur erhalten, und zwey selbstgeschriebene Dissertationen vertheidigt hatte, ward ich Doctor der Rechte. Hierauf gieng ich wieder nach Wittenberg, wo meine Bestimmung zu seyn schien, juristische Geschäfte zu treiben, und etwa in der Folge eine juristische Professur oder ein anderes Amt zu erhalten. Wäre ich dieser Bestimmung treu geblieben, so würde ich wahrscheinlich jetzt ordentlicher Professor der Rechte und Beysitzer der Juristenfacultät mit guten Einkünften seyn können.

Bald nach meines Vaters Tode verließ ich die juristische Laufbahn, weil ich sie meiner Neigung zu wenig angemessen fand, und widmete mich ganz der Naturkunde, mit der ich mich schon vorher zu meinem Vergnügen beschäftigt hatte. Ich hielt verschiedene Vorlesungen, z. B. über physische und mathematische Geographie, über Geometrie, hielt mit einigen Zu-

hörern botanische Excursionen u. s. w. um mich dadurch in der Folge zu einer Professur zu legitimiren, wozu damals einige Aussichten vorhanden waren. Für Naturkunde hatte ich besonders deshalb eine vorzügliche Neigung, weil ich hoffte, durch mancherley Untersuchungen ihr einigen Zuwachs verschaffen zu können. Ueberhaupt fühlte ich einen unwiederstehlichen Trieb in mir, durch irgend etwas, es sey durch wissenschaftliche Entdeckungen, oder durch eine Erfindung, oder sonst durch eine von dem gewöhnlichen Gange der Dinge abweichende Unternehmung mich bemerkbar zu machen*), welche kleine Eitelkeit man sehr verzeihlich finden wird, da sie mich zu mehrerer Anstrengung antrieb, und eine entfernte Hoffnung ihrer Erfüllung allein im Stande war, zu verhindern, daß ich durch die Umstände nicht ganz niedergedrückt ward.

Ziemlich spät, nähmlich erst im 19ten Jahre hatte ich angefangen etwas Klavierspielen zu erlernen, und las nachher verschiedene Schriften über die Tonkunst, wobey ich fand, daß die physisch-mathematischen Voraussetzungen derselben weit mangelhafter waren bearbeitet worden, als manche andere Fächer der Naturkunde, weshalb ich glaubte, daß darin am meisten würde zu entdecken seyn. Bey einigen Versuchen, die ich über die bekannten Schwingungen der Saiten, und über die von Daniel Bernoulli und L. Euler zuerst bestimmten Schwingungen eines Stabes anstellte, stimmte die Erfahrung mit der Theorie völlig überein, bey manchen klingenden Körpern ward das nicht von der Erfahrung bestätigt, was darüber gesagt war, und über die Schwingungsarten und Tonverhältnisse verschiedener Arten von klingenden Körpern fand ich nirgends Belehrung. Unter andern hatte ich bemerkt, daß eine jede nicht gar zu kleine Glas- oder Metallscheibe mannigfaltige Töne gab, wenn ich sie an verschiedenen Stellen hielt und anschlug, und wünschte den Grund dieser noch von niemanden untersuchten Verschiedenheit der Töne zu wissen. Ich spannte eine messingene Scheibe, die zu einer Schleifmaschine gehörte, an einem in ihrer Mitte befindlichen Zapfen in einen Schraubenstock, und bemerkte, daß durch Striche mit dem Violinbogen sich darauf verschiedene Töne hervorbringen ließen, die stärker und anhaltender waren, als man sie durch Anschlagen erhalten kann. Daß nicht nur Saiten, sondern auch andere elastische Körper durch Streichen mit dem Violinbogen zum Klingen können gebracht werden, ist keine Erfindung von mir, indem die Eisenvioline längst bekannt war, und ich auch Nachrichten von einem in Italien vom

*) — — — — tentanda via est, qua me quoque possim
Tollere humo — — — fiel mir dabey öfters ein.

Abbate Mazzocchi verfertigten Instrumente, wo Glocken mit 2 oder mehreren Violinbogen gestrichen werden, gelesen hatte, aber die Idee, den Violinbogen zu Untersuchung klingender Körper anzuwenden, habe ich zuerst gehabt. Die Beobachtungen von Lichtenberg über die Figuren, welche sich bey dem Aufstreuen des Harzstaubes auf Glas oder Harzscheiben bey verschiedener Elektricität zeigen, (in den Commentarien der Göttingischen Societät der Wissenschaften) worüber ich auch verschiedene Versuche anstellte, erregten in mir den Gedanken, daß vielleicht die mannigfaltigen schwingenden Bewegungen einer Scheibe sich ebenfalls durch eine Verschiedenheit der Erscheinungen verrathen würden, wenn ich Sand oder etwas dem Aehnliches aufstreute. Es erschien auch bey diesem Verfahren auf der vorhererwähnten Scheibe eine sternförmige Figur, es folgte nun immer eine Beobachtung auf die andere, deren ich viele sowohl über die Schwingungen der Scheiben, als auch über andere akustische Gegenstände in einer Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges (Leipzig 1787. 4.) bekannt machte.

Während ich mich mit diesen Untersuchungen beschäftigte und auch einige Zeit nachher, war meine Lage sehr unangenehm. Vermögen besaß ich nicht, indem die von Vielen gemißbrauchte Wohlthätigkeit meines Vaters ihm nicht verstattet hatte, von seiner sehr guten Einnahme etwas zurückzulegen; ich genoß keinen Gehalt von meinem Vaterlande, (wie ich denn auch nachher nie einen erhalten habe); Gelegenheit, sich etwa durch Vorlesungen Vortheile zu verschaffen, findet sich in Wittenberg nicht, weil Vorlesungen, einige sogenannte Brodstudia etwa ausgenommen, entweder sehr gering, oder von den meisten gar nicht bezahlt werden; ich hatte also weiter gar keine Unterstützung, außer von meiner Mutter, (so mag ich meine Stiefmutter schicklicher nennen), welche aber auch dabey den größten Theil ihres Vermögens nach und nach zusetzte; es wäre auch theils äußerst undankbar, theils unklug gewesen, wenn ich sie, besonders bey ihren damaligen kränklichen Umständen, da sie an schrecklichen Beängstigungen litt, (welche in der Folge durch die medicinische Hülfe meines Freundes, des Doctor und Prof. Langguth, aufhörten), hätte verlassen wollen, so sehr ich auch noch eben so, wie in den frühern Jahren, gewünscht hätte, mich weiter in der Welt umsehen zu können; übrigens war gar keine Aussicht zu Verbesserung, sondern eher zu Verschlimmerung meiner Lage vorhanden. Bey aller mir von der Natur verliehenen Anlage unter mäßig günstigen Umständen froh zu seyn, wo ich fast keinen Begriff davon habe, wie man sich von innen heraus Verdruß schaffen kann, war es unter diesen Umständen unmöglich, daß ich mich hätte meines Daseyns freuen können. Ich ließ aber doch den Muth nicht ganz sinken, sondern bemühte

mich desto mehr durch eigne Kraft mir eine bessere Existenz zu verschaffen. Ich hatte dabey den Gedanken, daß ein Künstler, der einige Aufmerksamkeit zu erregen weiß, weniger an einen bestimmten Ort gebunden ist und mehrere Gelegenheit hat, fast überall Vortheil und eine gute Aufnahme zu finden, als ein Gelehrter, der sich dem academischen Leben widmet, und hoffte es auch dahin bringen zu können, zwar nicht durch Virtuosentalent, weil ich so spät angefangen hatte Musik zu erlernen, aber doch durch Erfindung eines neuen Instrumentes, welches ich eher, als ein Anderer, ausführen zu können glaubte, weil ich die Natur so mancher klingenden Körper zuerst untersucht hatte. Es ward also der unabänderliche Entschluß gefaßt: es muß ein neues Instrument erfunden werden. Eine Menge mechanischer Ideen durchkreuzten sich, die aber, so richtig sie anfangs schienen, doch wieder verworfen wurden, weil sie entweder nicht recht ausführbar waren, oder doch nicht das verlangte würden geleistet haben. Unter andern wollte ich an die Harmonika eine Tastatur bauen, ließ deswegen eine Harmonika aus Böhmen kommen, und stellte Versuche an, die ziemlich zu gelingen schienen; ließ es aber nachher wieder liegen, und verkaufte die Harmonika, weil Röllig, Nicolai und Andere mir zuvorgekommen waren, und ich lieber etwas originelles liefern wollte, als etwas, das schon Andere geliefert hatten, und über dessen Werth die Stimmen des Publikums einigermaßen getheilt waren. Nachher kam ich auf den Gedanken, ob es nicht sollte möglich seyn, durch Streichen gläserner Stäbe in gerader Richtung mit nassen Fingern ebensowohl einen Klang hervorzubringen, als es bey der Harmonika durch Streichen in die Runde geschieht. Daß gläserne Stäbe, wie sie bey meinem Euphon sind, für sich durch ein solches Streichen keine Töne geben, wußte ich aus Theorie und Erfahrung, es kam also darauf an, ausfindig zu machen, wie der Bau eines Instrumentes müsse eingerichtet werden, daß diese Wirkung gehörig erfolge. Anderthalb Jahre hindurch hatte ich darüber nachgedacht, und Versuche angestellt, ehe ich wußte, ob eine ganz zu meiner Absicht brauchbare Ausführung möglich sey, oder nicht. Unterdessen hatte sich die Idee in meiner Einbildungskraft so festgesetzt, daß ich bisweilen sogar im Traume auf diese Art spielen sah, und den Klang ungefähr so zu hören glaubte, wie er bey meinem Euphon wirklich ist, nähmlich der Harmonika ähnlich, aber mit weniger Nachklang und mehrerer Bestimmtheit. Endlich erhielt ich die gesuchte Auflösung dieser Aufgabe am 2ten Junius 1789, trieb hierauf die weitern Untersuchungen und den Bau eines solchen Instrumentes ganz insgeheim, ohne Andern etwas davon zu sagen, weil, wenn es gelang, immer nachher noch Zeit dazu war, im entgegengesetzten Falle ich aber wenigstens dieses ersparte, daß man nicht glaubte, ich fienge

etwas an, ohne es ausführen zu können. Am 8ten März 1790 war das erste Instrument dieser Art vollendet, und, weil ich die Art der Behandlung schon während des Baues mir eigen gemacht hatte, konnte ich wenige Tage hernach schon einige leichte Stücke darauf spielen. Da jede neue Sache auch einen neuen Namen haben muß, gab ich dieser Art von Instrumenten den Namen: Euphon*), welcher ein Instrument, das einen angenehmen Klang hat, bedeutet, und unter allen Namen, die mir beyfallen wollten, oder von Andern vorgeschlagen wurden, allein schicklich war. Das erste Euphon hatte nicht die gehörige Festigkeit des Baues, so daß viele Zeit und Bemühung erfordert ward, es immer in Ordnung zu erhalten, und bey jeder noch so kleinen Reise alles würde seyn zerstört worden, weshalb ich es auch in der Folge wieder aus einander genommen habe. Ferner hatte ich aus Mangel besserer Stäbe Thermometerröhren dazu genommen, und die den Ober- und Untertasten correspondirenden Töne durch einen verschiedenen Anstrich von Lack auf der untern Seite bezeichnet, welches aber wegen öftern Abspringen des Lacks durch die Nässe und durch die Schwingungen keine gute Wirkung für die Augen that. Nach einiger Zeit gelang es mir, meinen neuern Euphons die gehörige Festigkeit zu geben, so daß sie nie, weder bey dem Spielen, noch bey dem Transport, (in einem besonders dazu eingerichteten Reisewagen unter dem Sitze), selbst nicht einmahl bey schnellem Fahren auf übeln Steinwegen Schaden gelitten haben, ich bediente mich dazu auch besserer Stäbe von dunkeln und milchweißem Glase. In der Folge bauete ich ein Euphon auch noch auf andere Art, so daß es nicht, wie bey der erstern Bauart, schreibepultförmig, sondern mehr tischförmig, der Resonanzboden nicht senkrecht, sondern horizontal, und die übrige mechanische Vorrichtung nicht hinter, sondern unter den Glasstäben befindlich war. Ueber die Eigenschaften dieser Art von Instrumenten sage ich hier nichts weiter, weil solches schon in verschiedenen Zeitschriften geschehen ist, und Viele auch mein Euphon gesehen und gehört haben. Das Wesentliche dieser Erfindung besteht übrigens darin, daß ich zuerst die Idee gehabt und ausgeführt habe, durch Streichen gläserner Stäbe, (ob sie cylindrisch oder parallelepipedisch sind, ist einerley) mit nassen Fingern nach der Richtung der Länge einen Klang (vermittelst irgend einer mechanischen Vorrichtung, die sehr verschieden seyn kann) hervorzubringen; mithin ist kein von einem Andern, nachdem ich die erste Idee gegeben hatte, geschehener oder etwa in der Folge geschehender Bau eines solchen Instrumentes als eine neue Erfindung anzusehen.



*) Von εὐφωνον, ungefähr eben so, wie man von πολυγωνον sagt Polygon.

Sowohl auf einigen mit meinem Euphon angestellten Reisen, als auch mitunter bey einem Aufenthalte in Wittenberg bemühte ich mich immerfort, manche neue akustische Untersuchungen anzustellen und bekannt zu machen, die mitunter ziemlich mühsam waren, wie denn z. B. volle drey Monate erfordert wurden, um die in meiner Schrift über die Longitudinalschwingungen, welche nur zwey Bogen beträgt, enthaltenen Beobachtungen anzustellen und in Ordnung zu bringen.

Ein Hauptbestreben von mir war, ein Tastaturinstrument zu erfinden, auf welchem man jeden Ton nach Belieben fortdauern und durch mehr oder weniger Druck anwachsen oder abnehmen lassen könnte. Das Clavier (oder Clavichord), das Pianoforte, der Flügel, oder überhaupt alle Instrumente, wo der Klang nicht durch Reibung, sondern durch Anschlagen hervorgebracht wird, haben diese Eigenschaft schlechterdings nicht, so daß man Bindungen, syncopirte Noten, und lange Aushaltungen, wo die Töne nach dem ersten Angeben an Stärke zunehmen oder mit gleicher Stärke fortdauern sollen, gar nicht gehörig darauf vortragen kann, sie gehören also (wie Horstig in der musikalischen Zeitung 1799. n. 24. richtig bemerkt) nicht unter die Singinstrumente, sondern unter die Klanginstrumente (oder vielleicht noch passender: Klinginstrumente). Auf der Orgel kann man die Töne zwar fortdauren, aber nicht jeden nach Belieben anwachsen oder abnehmen lassen. Ich wollte also ein Tastaturinstrument hervorbringen, wo man die Fortdauer und das Anwachsen oder Abnehmen eines jeden Tones ebensowohl, wie bey allen Geigen- und Blasinstrumenten (wo man aber, wenn nicht mehrere beysammen sind, keine volle Harmonie haben kann) in seiner Gewalt hätte. Ein Bogenflügel hat zwar diese Eigenschaft, ich wollte aber keinen bauen, weil dieses schon von Andern geschehen war, und weil es unmöglich ist, ein solches Instrument so klein und compendiös einzurichten, daß ich es auf Reisen in meinem Wagen bequem hätte mitnehmen können, und ich übrigens auch verlangte, daß es sollte unverstimmbar, und möglichst einfach seyn, und in der Folge können allgemeiner verbreitet werden. Auf einer Seereise von Reval nach Flensburg im Jahre 1794. kürzte ich mir die durch widrige Winde entstehende Langeweile dadurch ab, daß ich über die Sache weiter nachdachte, und Ideen zu mechanischen Einrichtungen dieser Art in meine Schreibtafel zeichnete. Als ich nach Wittenberg zurückgekehrt war, stellte ich Versuche darüber an, die mir zwar einige Belehrungen gaben; die Sache war aber noch nicht reif zur Ausführung. Endlich entdeckte ich im May 1799. noch einiges, was hierzu nöthig war, und brachte im Januar 1800. ein Instrument zu Stande, welches bey einem angeneh-

nien Klange und geschwinder Ansprache die verlangten Eigenschaften hatte, so unvollkommen es auch sonst als der erste Versuch in seiner Art war. Ich gab ihm den Namen Clavicylinder, weil eine Claviatur und ein sich umdrehender gläserner Cylinder die unentbehrlichsten Bestandtheile sind, dahingegen die übrige Einrichtung sehr verschieden seyn kann. Einige Zeit nachher bauete ich ein zweytes Instrument dieser Art, welches zwar etwas besser ist, und mehrere Töne hat, als das erste, aber noch nicht so fest ist, als zum Reisen erfordert wird, und auch sonst noch zu leicht wandelbar wird. Mehrere Festigkeit gedenke ich einem dritten dergleichen Instrumente, dessen Bau nächstens angefangen werden soll, zu geben, und in der Folge auch das zweyte und die auseinander genommenen Ueberbleibsel des ersten umzuarbeiten. Eine weitere Beschreibung dieses Instrumentes liefere ich hier nicht, weil solches schon in verschiedenen Zeitschriften geschehen ist.

Daß ich den innern Bau meiner Instrumente noch nicht bekannt mache, ist mir nach aller Billigkeit nicht zu verdenken, weil meine Erfindungen mein einziges Erwerbsmittel sind. Indessen, da ich es für ein wahres Verbrechen halte, wenn jemand irgend eine Entdeckung oder Erfindung, die Andern nützlich oder angenehm seyn kann, vorsätzlich untergehen läßt, so habe ich schon längst eine Anleitung zum Bau eines Euphons aufgesetzt, und die dazu gehörigen Zeichnungen ausgearbeitet, und werde mit dem Clavicylinder eben so verfahren, sobald ich mich von den Eigenschaften der verschiedenen Bauarten eines solchen Instrumentes erst selbst noch mehr werde unterrichtet haben. Würden mir die viele auf meine Erfindungen verwendete Zeit, Mühe und Kosten entweder von einer Regierung oder von Privatpersonen einigermaßen anständig vergütet, so würde ich sogleich bereit seyn, alles ohne Zurückhaltung bekannt zu machen.

Die von mir mit meinem Euphon von Zeit zu Zeit geschehenen Reisen haben sich noch nicht weiter erstreckt, als durch den größten Theil von Deutschland, und außerhalb bis Petersburg und bis Koppenhagen. Seit drey Jahren, wo ich einige Zeit in Berlin blieb, und akustische Vorlesungen hielt, habe ich mich meistens in Wittenberg aufgehalten, (ohngeachtet die vorher erfüllte Pflicht, meine dort wohnhafte Mutter nicht ganz zu verlassen, seit einem Jahre, da sie nicht mehr lebt, wegfällt), in der Absicht, um das Clavicylinder zu bauen und zu vervollkommnen, und gegenwärtiges Werk über die Akustik vollends auszuarbeiten. Nach geendigtem Bau eines noch bessern Clavicylinders gedenke ich mit diesem Instrumente verschiedene Reisen anzustellen.

Denen, die aus Theilnahme gefragt haben, oder auch noch fragen möchten, ob ich denn wirklich auf meinen Reisen den gewünschten Vortheil gefunden habe, antworte ich, daß jede Reise mir zwar keine Reichthümer, aber doch mehr Vortheil als Schaden gebracht hat, so daß ich bey meinen nicht allzugroßen Prätensionen und Bedürfnissen damit zufrieden seyn kann. Vielleicht hätte ich bisweilen noch mehr Vortheil erhalten können, wenn ich etwas von der Unbescheidenheit und Zudringlichkeit, die mancher Tonkünstler, eben nicht zur Ehre der Kunst, sich zu Schulden kommen läßt, hätte anwenden wollen. Uebrigens finde ich auch viel belohnendes in der von so manchen vorzüglichen Personen genossenen guten Aufnahme, die mir gewiß alle unvergeßlich sind, ohngeachtet ich auf meinen Reisen nichts weiter, als den Tag der Ankunft an einem Orte, und den Tag der Abreise angemerkt habe. Auch kommt mir bey meinen Reisen sowohl wie bey meinen Arbeiten eine feste Gesundheit, wie auch eine durch die ehemaligen Verhältnisse und durch die Vereitelung vieler Wünsche zur Gewohnheit gewordene Unempfindlichkeit gegen manches Unangenehme, aber desto mehrere Empfänglichkeit für jede Art von angenehmen Eindrücken sehr wohl zu Statten.

# Anzeige des Inhalts.


Einleitung. §. 1. Unter den verschiedenen Arten der Bewegung, wirken nur schwingende Bewegungen auf das Gehör.

2. Die Elasticität eines Körpers ist Ursache seiner Schwingungen.
3. Bedingungen der Hörbarkeit schwingender Bewegungen.
4. Erklärung der Worte: Schall, und Akustik.
5. Eintheilung des Schalles in Klang und Geräusch.
6. Erklärung der Worte: Ton, Melodie, Accord u. s. w.
7. Eintheilung des Vortrages der Akustik.

## Erster Theil, welcher die allgemeine Tonlehre enthält, oder der arithmetische Theil der Akustik.

### Erster Abschnitt, von den ursprünglichen Verhältnissen der Töne.

8. Erklärung der Worte: Intervall oder Tonverhältniß.
9. Erklärung des Consonirens und Dissonirens.
10. Auf welchen Zahlen die consonirenden Tonverhältnisse beruhen.
11. Vom Einklange.
12. Von den Eigenschaften der Octave und der Einschränkung aller Tonverhältnisse zwischen 1 und 2.
Anm. Ueber einige Berechnungsarten der Töne.
13. Uebrige consonirenden Tonverhältnisse.
14. Daß nur zwey consonirende Verbindungen dreyer Töne möglich sind.
15. Harter und weicher Dreyklang.
16. Anwendung des harten Dreyklanges zur Bestimmung der ihm zukommenden Tonleiter.
17. Dissonirende Intervalle, welche in derselben enthalten sind.
18. Uebermäßige und verminderte Intervalle.
19. Von dissonirenden Accorden.
20. Benennungen der erhöhten und erniedrigten Töne, und Erklärung diatonischer, chromatischer und enharmonischer Fortschreitungen.
21. Transponirte diatonische Tonleitern.

22. Entstehung der weichen Tonleiter.
23. Erklärung einiger gewöhnlichen Ausdrücke.
24. Einige allgemeine Bemerkungen über Fortschreitungen der Accorde.
25. Tabelle aller gewöhnlichen Intervalle.
26. Ueber die Zahl 7.
27. Ueber andere in der natürlichen Zahlenfolge befindlichen Intervalle, und deren Gebrauch besonders auf solchen Instrumenten, die keine andern Töne geben.
28. Ueber Herleitung der Intervalle aus arithmetischer und harmonischer Theilung der Octave.
29. Zahl der Schwingungen in einer Secunde bey jedem Tone. In der Anmerkung werden Mittel angegeben, sie durch den Augenschein zu bestimmen.

Zweyter Abschnitt, von nothwendigen Abänderungen der Tonverhältnisse, oder von der Temperatur.

30. Es ist unmöglich, eine Folge von Tönen ganz rein auszuüben.
31. Einschränkung der würklichen Töne auf 12.
32. Die 12 Stufen lassen sich am besten durch einen Zirkel von Quinten, wie auch von großen und kleinen Terzen bestimmen.
33. Berechnung des Quinten- oder Quartenzirkels.
34. Berechnung von 3 großen Terzen.
35. Berechnung von 4 kleinen Terzen.
36. Verschiedene Commata, und deren Verhältnisse unter sich.
37. Gleichschwebende und ungleichschwebende Temperatur.
38. Die gleichschwebende Temperatur ist allein der Natur gemäß.
39. Einige Eigenschaften derselben.
40. Berechnung der gleichschwebenden Temperatur.
41. Ueber ungleichschwebende Temperaturen.

Zweyter Theil, von den Gesetzen der eigenthümlichen Schwingungen klingender Körper, oder erste Abtheilung des mechanischen Theiles der Akustik.

Erster Abschnitt, welcher allgemeine Bemerkungen enthält.

42. Erklärung des abzuhandelnden Gegenstandes.
43. Genauere Bestimmung des Unterschiedes eines Klanges von einem Geräusche.
44. Nicht jeder Körper giebt einen Klang, aber alle sind fähig ein Geräusch zu geben. Etwas über die verschiedenen Modificationen eines Klanges.
45. Allgemeine Gesetze eines jeden Klanges.
46. Uebereinkunft mit den Pendelschwingungen.
47. Verschiedene Richtungen der Schwingungen.
48. Ueber Transversalschwingungen überhaupt.
49. Ueber Longitudinalschwingungen.
50. Ueber drehende Schwingungen.
51. Ein Körper muß in der Richtung in Bewegung gesetzt werden, in welcher er schwingen soll.

## Zweyter Abschnitt. Schwingungen der Saiten.

### I. Transversalschwingungen einer Saite.

52. Was für transversale Schwingungsarten an einer Saite möglich sind.
53. Wie jede Schwingungsart kann hervorgebracht und sichtbar gemacht werden.
Anm. Ueber den Gebrauch der Flageolettöne, und über die Meertrompete, Aeolsharfe, Wetterharfe oder Riesenharfe und über das Anemochord.
54. Es können mehrere Schwingungsarten beysammen seyn.
55. Ueber die Krümmungen, welche eine schwingende Saite annehmen kann.
56. Gesetze, nach welchen sich die Höhe und Tiefe der Töne richtet.
57. Zahl der Schwingungen in einer Secunde.
58. Vorzügliche Schriften über die transversalen Schwingungen einer Saite.
59. Etwas über einen Fall, wo eine in zwey Theile getheilte Saite einen tiefern Ton giebt, als die ganze Saite bey den gewöhnlichen Schwingungen.

### II. Longitudinalschwingungen einer Saite.

60. Was für Schwingungen nach der Richtung der Länge an einer Saite möglich sind.
61. Wie man sie hervorbringt.
62. Von welchen Gesetzen sie abhängen.

## Dritter Abschnitt. Schwingungen einer gespannten Membrane.

63. Etwas über die Schwingungen einer überall gleich breiten Membrane, die nur nach einer Richtung gespannt ist.
64. Ueber die Schwingungen eines nach allen Richtungen gespannten Paukenfelles.

## Vierter Abschnitt. Schwingungen der Luft.

65. Daß hier nur von solchen Schwingungen geredet wird, wo die Luft als selbstklingender Körper zu betrachten ist.
66. Eine einfache Erschütterung der Luft durch einen starken Stoß giebt keinen bestimmbaren Ton.
67. Mehrere Bestimmtheit der Schwingungen, wo die Luft durch eine enge Oeffnung strömt.
68. Ueber die Stimmen der Menschen und Thiere.
69. Durch was für Umstände die Töne der Blasinstrumente überhaupt bestimmt werden.
70. Von Rohrwerken.
71. Von Flötenwerken und einigen andern Blasinstrumenten im Allgemeinen.
72. Unterschied offner und gedeckter Pfeifen.
73. Schwingungen der Luft in offenen Pfeifen und ähnlichen Blasinstrumenten.
74. Schwingungen der Luft in gedeckten Pfeifen.
75. Verhältnisse der Töne an beyden Arten von Pfeifen gegen einander.
76. Gesetze, von welchen die Geschwindigkeit der Luftschwingungen in einer Pfeife abhängt.
77. Erwähnung der vorzüglichsten Abhandlungen über die Theorie der Blasinstrumente.
78. Ueber den Klang, welcher in einer Röhre durch brennendes Wasserstoffgas hervorgebracht wird.

## Fünfter Abschnitt. Schwingungen eines geraden Stabes.

### I. Transversalschwingungen.

79. Sechs verschiedern Fälle, in welchen ein Stab verschiedener Progressionen von Transversalschwingungen fähig ist.
80. Schwingungen eines Stabes, dessen eines Ende ganz fest und das andere frey ist.
81. " " " " dessen eines Ende angestemmt, und das andere frey ist.
82. " " " " dessen beyde Enden frey sind.
83. " " " " dessen beyde Enden angestemmt sind.
84. " " " " dessen beyde Enden ganz fest sind.
85. " " " " dessen eines Ende ganz fest, und das andere angestemmt ist.
86. Gesetze, wodurch die Höhe und Tiefe der Töne eines transversal schwingenden Stabes bestimmt wird.
Anm. Daß die Erzählung von der Untersuchung der Töne an den Hämmern in einer Schmiede, welche Pythagoras angestellt haben soll, nicht der Natur gemäß ist.
87. Angabe der vorzüglichsten Schriften über die Transversalschwingungen eines Stabes.

### II. Longitudinalschwingungen eines Stabes.

88. Allgemeine Bemerkungen über deren Eigenschaften.
89. Wie diese Schwingungen hervorgebracht werden.
90. Drey Fälle, in welchen verschiedene Progressionen von Longitudinalschwingungen Statt finden.
91. Longitudinalschwingungen eines ganz freyen Stabes.
92. " " eines Stabes, der an einem Ende befestigt, und an dem andern frey ist.
93. " " eines Stabes, der an beyden Enden befestigt ist.
94. Verhältnisse der Töne solcher Stäbe gegen einander.
95. Gesetze, nach welchen sich die Töne richten, nebst einer Tabelle über die Töne verschiedener Materien.
96. Tabelle über die Verschiedenheiten der Transversal- und Longitudinalschwingungen eines Stabes.

### III. Drehende Schwingungen.

97. Diese Schwingungen werden erklärt, und die Art ihrer Hervorbringung gezeigt.
98. Gesetze, wonach sie sich richten.

## Sechster Abschnitt. Schwingungen gekrümmter Stäbe.

99. Schwingungen einer Gabel.
100. Schwingungen eines Ringes.
101. Ueber andere Arten gekrümmter Stäbe.

## Siebenter Abschnitt. Schwingungen einer Scheibe.

### I. Allgemeine Bemerkungen.

102. Was vorher Linie war, ist hier Fläche, und was fester Punkt war, ist hier feste Linie.
103. Wie die Schwingungen können hervorgebracht, und sichtbar gemacht werden.

104. Eigenschaften der Schwingungen einer Scheibe.
105. Abänderungen der Klangfiguren.
106. Zusammenhang derselben unter einander.
107. Nach was für Gesetzen sich die Töne an verschiedenen einander ähnlichen Scheiben richten.

II. Ueber Schwingungen der Rectangelscheiben überhaupt.

108. Drey Fälle, in welchen eine Rectangelscheibe auf verschiedene Arten schwingen kann.
109. Schwingungen einer ganz freyen Rectangelscheibe.
110. Schwingungen einer Rectangelscheibe, die an einem Ende frey und an dem andern befestigt ist.
111. Schwingungen einer Rectangelscheibe, die an beyden schmalen Seiten befestigt ist.

III. Schwingungen einer Quadratscheibe und noch anderer Arten von Rectangelscheiben.

112. Die Klangfiguren einer Quadratscheibe beruhen auf Knotenlinien, die in die Quere oder auch in die Länge gehen.
113. Zahl der Krümmungen an den nach einer Richtung gehenden Knotenlinien.
114. Wie bey einerley Zahl der Knotenlinien die Krümmungen sich auf zwey verschiedene Arten zeigen können.
115. Angabe der einzelnen an einer Quadratscheibe möglichen Schwingungsarten.
116. Tonverhältnisse der Schwingungsarten einer Quadratscheibe.
117. Noch einige Schwingungsarten, bey denen eine Quadratscheibe nicht als frey schwingend anzusehn ist.
118. Zusammenhang der Klangfiguren unter einander, und Angabe verschiedener Muster, die sich durch Zusammenstellung mehrerer gleichartiger Klangfiguren bilden.
119. An einer Rectangelscheibe von ungleichen Durchmessern sind die meisten Tonverhältnisse anders, als an einer Quadratscheibe.
120. Uebergang der Figuren bey zwey Schwingungsarten, die einerley Ton geben.
121. Ueber Rectangelscheiben von den Verhältnissen beyder Durchmesser gegen einander wie 9 zu 8.
122. Ueber Rectangelscheiben von den Verhältnissen, wie 6 zu 5.
123. : : : : : : : : 5 zu 4.
124. : : : : : : : : 7 zu 5 und wie $\sqrt{2}$ zu 1.
125. : : : : : : : : 3 zu 2.
126. : : : : : : : : 5 zu 3.
127. : : : : : : : : 7 zu 4.
128. : : : : : : : : 1 zu $\frac{5}{2}$.
129. : : : : : : : : 7 zu 3.
130. : : : : : : : : 1 zu $\frac{1}{3}$.
131. Ueber Rectangelscheiben von den Verhältnissen wie 1 zu $\frac{1}{4}$, und von noch geringern Verhältnissen der Breite zur Länge.
132. Allgemeine Bemerkungen über die Tonverhältnisse der Rectangelscheiben.
133. Uebereinkunft der Schwingungsarten, wo eine Knotenlinie in die Länge geht, mit den drehenden Schwingungen eines Stabes.

## IV. Schwingungen einer runden Scheibe.

134. Was für Schwingungsarten sich überhaupt an einer runden Scheibe zeigen können.
135. Schwingungsarten mit durchgehenden Linien, ohne Kreise.
136. Schwingungsarten, bey welchen sich ein Kreis zeigt.
137. Schwingungsarten, bey welchen sich zwey Kreise zeigen.
138. Schwingungsarten mit drey oder mehreren Kreisen.
139. Zahlen der Biegungen, welche die Kreise annehmen.
140. Tonverhältnisse einer runden Scheibe.
141. Noch einige Bewegungsarten, bey welchen eine runde Scheibe nicht als freyschwingend anzusehen ist.

## V. Schwingungen elliptischer Scheiben.

142. Von den Schwingungsarten elliptischer Scheiben im Allgemeinen.
143. Ueber die Hervorbringung derselben.
144. Entstehung der Schwingungsarten elliptischer Scheiben aus denen an runden Scheiben.
145. Ueber das Zusammentreffen der Töne aller Schwingungsarten, wo Knotenlinien in die Länge gehn, in eine Reihe bey gewissen Verhältnissen der Länge zur Breite.
146. Ueber elliptische Scheiben von den Verhältnissen der Durchmesser 1 zu $\frac{8}{9}$.
147. : : : : : : : : : 1 : $\frac{4}{5}$.
148. : : : : : : : : : 1 : $\frac{3}{4}$.
149. : : : : : : : : : 1 : $\frac{2}{3}$.
150. : : : : : : : : : 1 : $\frac{3}{5}$.
151. : : : : : : : : : 1 : $\frac{1}{2}$.
152. : : : : : : : : : 1 : $\frac{3}{8}$.
153. : : : : : : : : : 1 : $\frac{1}{3}$.
154. : : : : : : : : : 1 : $\frac{3}{11}$.
155. : : : : : : : : : 1 : $\frac{1}{4}$.
156. : : : : : : : : : 1 : $\frac{3}{14}$, 1 : $\frac{3}{17}$, und 1 : $\frac{1}{20}$.
157. Allgemeine Bemerkungen über die Tonverhältnisse elliptischer Scheiben.

## VI. Schwingungen einer gleichseitig sechseckigen Scheibe.

158. Was für Schwingungsarten an einer solchen Scheibe Statt finden.
159. Tonverhältnisse einer jeden Schwingungsart.

## VII. Schwingungen einer halbrunden Scheibe.

160. Was für Schwingungsarten eine halbrunde Scheibe annehmen kann.
161. Tonverhältnisse derselben.
162. Ueber Scheiben, deren Gestalt überhaupt ein Theil einer runden Scheibe ist.

## VIII. Schwingungen gleichseitig dreyeckiger und noch einiger andern Arten von Scheiben.

163. Ueber die verschiedenen Schwingungsarten und Tonverhältnisse einer gleichseitig dreyeckigen Scheibe.

164. Ueber Bildung zusammengesetzterer Figuren einer gleichseitig dreyeckigen Scheibe durch Zusammenstellung von mehrern einfachern, nebst noch einigen Bemerkungen über andere Arten von Scheiben.

IX. Etwas über musikalisch practischen Gebrauch der Scheiben.

165. Ueber ein chinesisches aus Scheiben bestehendes Instrument.

Achter Abschnitt. Schwingungen einer Glocke und überhaupt einer gekrümmten Fläche.

166. Aehnlichkeit der Schwingungen einer Glocke mit einigen Schwingungsarten einer runden Scheibe.
167. Wie die Schwingungsarten können hervorgebracht und sichtbar gemacht werden.
168. Ueber die erste Schwingungsart einer Glocke.
169. Wie diese sich bey einer sich umdrehenden Harmonikaglocke zeigt.
170. Wie diese Schwingungsart an einer etwas unregelmäßigen Glocke zwey verschiedene Töne geben kann.
171. Andere Schwingungsarten einer Glocke.
172. Gesetze, nach welchen sich die Töne der Glocken richten.
173. Die Schwingungen anderer Arten von krummen Flächen sind noch ganz unbekannt.

Neunter Abschnitt. Von einem Beysammenseyn mehrerer Schwingungsarten.

174. Es ist ein Beysammenseyn mehrerer Schwingungsarten und also auch mehrerer Töne an jedem klingenden Körper möglich, aber nicht nothwendig.
175. Bey dem Grundtone einer Saite ist es gewöhnlich.
176. Ueber die Krümmungen einer Saite, wenn sie die beyden ersten Schwingungsarten zugleich annimmt.
177. Ueber die Krümmungen, welche eine Saite annimmt, wenn die erste und dritte Schwingungsart beysammen sind.
178. Verbindung noch mehrerer Schwingungsarten einer Saite mit der einfachsten.
179. Verbindung zweyer Schwingungsarten, bey denen sich die Saite in aliquote Theile theilt.
180. Bey dem Grundtone einer Saite läßt sich das Mitklingen höherer Töne nicht verhindern, wohl aber bey andern Schwingungsarten derselben.
181. Auch an Blasinstrumenten kann mehr als ein Klang zugleich Statt finden.
182. Beysammenseyn mehrerer Klänge an einem Stabe.
183. : : : : an einer Scheibe.
184. : : : : an einer Glocke.
185. Anzeige der besten Abhandlungen über das Beysammenseyn mehrerer Schwingungsarten an einem klingenden Körper.

Anm. Daß es der Natur zuwider ist, wenn Manche die Grundsätze der Harmonie aus einem Mitklingen höherer Töne bey einem Grundtone herleiten wollen.

186. Mitklingen eines tiefen Tones bey zwey angegebenen höhern Tönen.
187. Die Schwebung, welche man bey dem Stimmen als abgebrochene Stöße hört, ist auch nichts anders.

188. Anzeige der vorzüglichsten Abhandlungen über das Mitklingen eines tiefern Tones.
1. Anm. Wie dieses Mitklingen von Tartini mit Unrecht als Grund der Harmonie ist angesehen worden,
2. Anm. Abt Vogler macht von diesem Mitklingen Gebrauch an Orgeln.

## Zehnter Abschnitt. Von einem Beysammenseyn schwingender und anderer Bewegungen.

189. Wie überhaupt mehrere Arten der Bewegung können beysammen seyn.
190. Eine sehr gewöhnliche Verbindung schwingender Bewegungen mit Kreisbewegungen.

# Dritter Theil, welcher die Lehre von den mitgetheilten Schwingungen oder von der Verbreitung des Schalles enthält, oder zweyte Abtheilung des mechanischen Theils der Akustik.

## Erster Abschnitt, von der Verbreitung des Schalles durch die Luft, und durch andere ausdehnbare Flüssigkeiten.

191. Allgemeiner Begriff von der Verbreitung des Schalles.
192. Sie geschieht am gewöhnlichsten durch die athmosphärische Luft.
193. Analogie zwischen den der Luft mitgetheilten, und den eigenthümlichen Longitudinalschwingungen.
194. Die Zahl der Schwingungen ist dieselbe, wie bey dem schallenden Körper.
195. Abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen der Luft bey einem Klange.
196. Abänderungen des Schalles.
197. Der Schall wird nach geraden und krummen Richtungen verbreitet.
198. Es können mehrere Arten des Schalles zugleich verbreitet werden, ohne daß eine die andere hindert.
199. Gleichförmigkeit der Bewegung bey jedem Schalle.
200. Geschwindigkeit des Schalles nach der Theorie.
201. Geschwindigkeit des Schalles nach der Erfahrung.
202. Was für Umstände auf die Geschwindigkeit des Schalles Einfluß haben.
203. Vermuthungen, warum Theorie und Erfahrung in Ansehung der Geschwindigkeit des Schalles nicht zusammentreffen wollen.
204. Geschwindigkeit der Schwingungen verschiedener Gasarten.
205. Ueber die Stärke der Verbreitung des Schalles durch die Luft.
206. Stärke der Verbreitung des Schalles durch verschiedene Gasarten.
207. In welcher Weite ein Schall hörbar ist.
208. Ueber Sprachröhre.
209. Ueber Hörröhre.
210. Ueber Sprachsäle und Sprachgewölbe.
211. Allgemeiner Begriff von einem Echo.
212. Verschiedene Fälle, in welchen ein Echo Statt findet.
213. Merkwürdige Beyspiele von Echos.
214. Ueber die Beförderung einer vortheilhaften Wirkung des Schalles in einem Gebäude.

215. Beförderung derselben durch eine ungehinderte natürliche Verbreitung des Schalles.
216. ; ; ; durch Mitklingen anderer Körper.
217. ; ; ; durch Brechungen des Schalles.
218. Erwähnung der vorzüglichsten Schriften über die Verbreitung des Schalles durch die Luft.

Zweyter Abschnitt. Von Verbreitung des Schalles durch tropfbar flüssige und durch feste Körper.

219. Wie durch die Schwingungen des schallenden Körpers überhaupt alle mit demselben in Verbindung stehenden Körper mitzuzittern genöthigt werden.
220. Man hört einen Schall auch unter Wasser.
221. Ein klingender Körper schwingt im Wasser langsamer, als in der Luft.
222. Die Geschwindigkeit der Verbreitung des Schalles im Wasser ist unbekannt.
223. Stärke des Schalles im Wasser, und andern tropfbaren Flüssigkeiten.
224. Auch durch feste Körper wird der Schall verbreitet.
225. Ueber die Richtungen, in welchen ein fester Körper bey Verbreitung des Schalles sich bewegen kann.
226. Bestimmung der Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch feste Körper verbreitet wird.
227. Stärke der Verbreitung des Schalles durch verschiedene Arten von festen Körpern.
228. Verstärkung des Schalles durch Resonanzböden.
229. Durch einen Klang werden andere klingende Körper in Bewegung gesetzt.
230. Ueber das Zerschreyen gläserner Gefäße.

Vierter Theil, von der Empfindung des Schalles, oder physiologischer Theil.

Erster Abschnitt, von dem menschlichen Gehöre.

I. Von dem Bau und den Verrichtungen der Gehörwerkzeuge.

231. Erklärung des Hörens.
232. Sitz der Gehörwerkzeuge.
233. Eintheilung derselben.
234. Vom muschelförmigen Knorpel.
235. Vom Gehörgange.
236. Von der Trommelhöle und den darin enthaltenen Gehörknöchelchen.
237. Vom Labyrinthe.
238. Von den zu den Gehörwerkzeugen gehenden Nerven.
239. Auf welche Art das Hören gewöhnlich geschieht.
1. Anm. Ueber die verschiedenen Arten, wie gewöhnlich die Fortleitung der Empfindungen durch die Nerven erklärt wird.
2. Anm. Ueber die Endigungen der Gehör- und anderer Nerven in den von Sömmerring für den Sitz des gemeinschaftlichen Sensorium gehaltenen Hirnhölen.
240. Auch durch die äußern Theile des Kopfes kann ein Schall zu den innern Gehörwerkzeugen gelangen.
241. Jeder Schall wirkt auf das Ganze des Labyrinths.
242. Anzeige einiger vorzüglichen Schriftsteller über die menschlichen Gehörwerkzeuge.

II. Von den Gegenständen des Gehörs.

243. Man hört alle hinlänglich starken und schnellen Erschütterungen.
244. Man erhält verschiedene Eindrücke durch die verhältnißmäßigen Geschwindigkeiten der Schwingungen.
245. Sehr kleine Abweichungen von der Genauigkeit hört man nicht.
246. Die absolute Geschwindigkeit der Schwingungen läßt sich nicht durch die Gehörempfindung unmittelbar bestimmen.
247. Die Gestalt des klingenden Körpers und die Schwingungsart geben sich meistens nicht durch das Gehör zu erkennen.
248. Ein vorzüglich merkwürdiger Gegenstand des Gehörs, dessen Wesen aber noch unbekannt ist, sind die mannigfaltigen Articulationen und Modificationen des Schalles.
249. Wie die Entfernung des Ortes, wo der Schall erregt wird, durch das Gehör sich zu erkennen giebt.
250. Bestimmung der Richtung des Schalles durch das Gehör.

Zweyter Abschnitt, von dem Gehöre bey verschiedenen Thierarten.

251. Gewisse wesentliche Theile finden sich fast bey Allen, andere Theile aber nur bey einigen Thierarten.
252. Gehörwerkzeuge der Krebse und anderer Insecten.
253. Unter den Würmern hat man bisher nur an der Sepia die Gehörwerkzeuge entdecken können.
254. Gehörwerkzeuge der Fische.
255. " " der Amphibien.
256. " " der Vögel.
257. " " der Säugthiere.
258. Uebersicht der Theile, welche gewissen Thierarten eigen sind.
259. Anzeige einiger vorzüglichen Schriftsteller.

Nachträge und Berichtigungen.

# Einleitung.

1.

Jede mögliche Bewegung ist entweder eine fortschreitende, oder eine drehende, oder eine schwingende Bewegung, welche letztere auch zitternde Bewegung (motus vibratorius, oscillatorius, tremulus) genannt wird. Diese allein würkt unter den nachher anzugebenden Bedingungen auf das Gehör; alle andere Arten der Bewegung würken, so viel man weiß, nur mittelbar darauf, in so weit nähmlich in den umher befindlichen Körpern eine zitternde Bewegung veranlaßt wird.

2.

Nur an elastischen Körpern bemerkt man hörbare Schwingungen. Die Elasticität ist diejenige Eigenschaft eines Körpers, da er, wenn die Lage seiner Theile durch eine äußere Kraft verändert wird, die vorige Lage derselben wieder herzustellen strebt. Wenn ein Theil eines elastischen Körpers durch einen von außen angebrachten Zug oder Stoß aus seiner ursprünglichen Lage verrückt worden ist, und dieser Zug oder Stoß aufhört, so geht der elastische Körper wieder in seine vorige Lage oder Gestalt zurück, und zwar, weil die Elasticität in dieser Zeit als eine absolute Kraft immer fort würkt, mit zunehmender Geschwindigkeit. Wenn er in seine erstere Lage gekommen ist, so ist seine erlangte Geschwindigkeit am größten geworden, er kann also an dieser Stelle nicht ruhen, sondern er geht mit abnehmender Geschwindigkeit weiter nach derselben Richtung fort, so lange, bis seine Geschwindigkeit $= 0$ wird; er kann aber in dieser ihm unnatürlichen Lage ebenfalls nicht ruhen, sondern er geht von da wieder auf dieselbe Art rückwärts bis in seine ursprüngliche Lage mit zunehmender und weiter hinaus mit abnehmender Geschwindigkeit, und diese hin und herwärts gehende

Bewegung dauert so lange fort, bis sie durch irgend einen innern oder äußern Widerstand gehindert wird. Ein Körper kann elastisch seyn 1) durch Spannung, wie eine Saite oder überhaupt jeder biegsame Körper, 2) durch Zusammendrückung, wie die Luft oder überhaupt ausdehnbar flüssige Materien durch den Druck der Athmosphäre, 3) durch seinen innern Zusammenhang, wie z. B. ein Stab von Glas, Eisen, Holz, oder eine Glocke, und überhaupt jeder steife Körper.

3.

Wenn eine zitternde Bewegung soll hörbar seyn, wird erfordert

1) daß sie schnell genug geschehe. Man nimmt gemeiniglich an, daß wenigstens ungefähr 30 Schwingungen in einer Secunde geschehen müssen, wenn eine schwingende Bewegung von den menschlichen Gehörwerkzeugen soll empfunden werden.
2) daß diese Bewegung stark genug sey. Die Stärke, mit welcher sie auf das Gehör würkt, kann abhängen von der Größe und von der Elasticität des zitternden Körpers, von der Kraft, mit welcher er in Bewegung gesetzt wird, von der Entfernung desselben, und von der Leitungsfähigkeit der Materien, durch welche die Bewegung bis zu den Gehörwerkzeugen verbreitet wird.
3) daß die Gehörwerkzeuge eine hierzu taugliche Beschaffenheit haben. Es können diese bey Menschen und sonst bey verschiedenen Thierarten so verschieden seyn, daß schon deshalb sich keine absolute Gränze der Hörbarkeit angeben läßt.

Wenn eine zitternde Bewegung auch nicht im Stande ist, auf das Gehör zu würken, so richtet sie sich doch nach eben denselben Gesetzen, wie die hörbaren Schwingungen, und ist also davon nicht wesentlich verschieden. Wenn z. B. eine gespannte Saite so lang ist, daß sie 4 Schwingungen in einer Secunde macht, so kann man die Gestaltveränderungen sehen und die Schwingungen zählen, man hört aber nichts. Verkürzt man die Saite immer um die Hälfte, so daß sie nach und nach 8, 16 und immer mehrere Schwingungen in einer Secunde machen muß, so wird man erst ungefähr von 32 an eine Würkung auf das Gehör bemerken, obgleich vorher ebendieselben Naturgesetze Statt fanden.

4.

Hörbare Schwingungen eines elastischen Körpers nennt man einen Schall. Die Akustik ist die Lehre vom Schalle.

5.

Bey einem Schalle sind die Schwingungen (sowohl in Ansehung der Zeiträume, in welchen sie geschehen, als auch in Ansehung der Gestaltveränderungen des elastischen Körpers) entweder gleichartig, und (durch das Gehör wie auch durch andere bisher bekannt gewordene Mittel) bestimmbar oder sie sind es nicht; im erstern Falle ist es ein Klang, im letztern ein Geräusch.

Anmerkung. Von einem Klange und von der Art, wie er sich von einem Geräusche unterscheidet, haben viele Schriftsteller, besonders Rameau und andere, die ihm gefolgt sind, ganz unrichtige Begriffe gehabt. Sie sehen einen Klang, der etwas ganz einfaches ist, als etwas sehr zusammengesetztes an, und behaupten, daß man dabey außer der mit der Zahl 1 übereinkommenden Hauptschwingung auch andere, die mit der natürlichen Zahlenfolge 2, 3, 4 u. s. w. übereinstimmen, allemahl zugleich höre. Es findet sich dieser Irrthum auch in Sulzers Theorie der schönen Künste, in Erxlebens Naturlehre, und in vielen andern Schriften; Rameau und seine Anhänger haben ihr ganzes System der Musik darauf gegründet. Es ist aber ein solches Mitklingen, wie im 9ten Abschnitte des 2ten Theiles wird gezeigt werden, keine allgemeine Eigenschaft klingender Körper, und in denen Fällen, wo es Statt findet, ist nicht ein Klang, sondern es sind mehrere zugleich vorhanden, deren jeder anzusehen ist, als ob er für sich allein vorhanden wäre. La Grange hat in seinen Recherches sur la nature et la propagation du son Sect. II. §. 64, in Miscellan. Taurinens. tom. I. den Unterschied eines Klanges von einem Geräusche richtig bestimmt, und die von manchen andern Schriftstellern gegebenen falschen Erklärungen widerlegt.

6.

Wenn man bey einem Klange blos auf die Geschwindigkeit der zitternden Bewegung, nicht aber auf die Eigenschaften und Gestaltveränderungen des klingenden Körpers Rücksicht nimmt, so nennt man ihn einen Ton, und zwar einen hohen Ton, wenn die Schwingungen schnell, einen tiefen Ton, wenn die Schwingungen langsam geschehen. Ein Ton ist nicht absolut hoch oder tief, sondern nur in Vergleichung mit andern, wo die Schwingungen langsamer oder geschwinder geschehen. Eine Folge von Tönen wird Melodie, eine einzelne schickliche Coexistenz mehrerer Töne ein Accord, eine Folge von Accorden (oder eine Coexistenz mehrerer Melodien) Harmonie genannt. Die Musik benutzt die von der Akustik ihr gelieferten Materialien, um durch Verbindung der Töne zu Melodie und Harmonie Empfindungen auszudrücken und zu erregen.

1. Anm. Man sagt, wenn man sich richtig ausdrücken will, nicht: ein Instrument habe einen guten Ton, sondern: einen guten Klang. Hingegen sagt man nicht: ein hoher oder ein tiefer Klang, sondern ein hoher oder ein tiefer Ton.

Anm. In Funks Abhandlung de sono et tono, welche sich auch deutsch im Leipziger Magazin für Naturlehre und Mathematik 1781 befindet, ist der Ausdruck mancher Schriftsteller: ein Ton entstehe aus der Vergleichung mehrer Schälle, welcher nichts anders bedeuten soll, als man sehe bey dem Worte: Ton, blos auf die mehrere oder mindere Geschwindigkeit, gänzlich mißverstanden worden.

7.

Die Akustik untersucht

1) die Zeitverhältnisse der schwingenden Bewegungen überhaupt, ohne auf die Eigenschaften und Gestaltveränderungen der zitternden Körper Rücksicht zu nehmen, und dieser Theil wird die Tonlehre genannt.
2) die Schwingungsgesetze eines jeden elastischen Körpers,
3) die Verbreitung des Schalles,
4) die Empfindung desselben vermittelst der Gehörwerkzeuge.

Diese Ordnung wird in gegenwärtiger Schrift befolgt werden. Die allgemeine Tonlehre kann man füglich den arithmetischen Theil, die Lehren von den Schwingungsgesetzen elastischer Körper und von der Verbreitung des Schalles den mechanischen Theil, und die Lehre von der Empfindung des Schalles den physiologischen Theil der Akustik nennen.

Anm. Es ist ganz unrichtig, wenn die Lehre vom Schalle in den meisten physischen Lehrbüchern bey der Lehre von der Luft abgehandelt wird, indem andere elastische Körper ebensowohl als die Luft, und manche noch mehr im Stande sind zu schallen, und den Schall anderer Körper zu verbreiten. Schicklicher wird es also seyn, diesen Theil der Naturlehre bey der Lehre von der Bewegung abzuhandeln, und zwar zunächst bey der Lehre von den Pendelschwingungen, mit der sie in naher Beziehung steht.

# Erster Theil,

welcher die

# allgemeine Tonlehre

enthält.

# Erster Abschnitt.

## Von den ursprünglichen Verhältnissen der Töne.

### §.

Der Unterschied eines Tones von dem andern, oder die Verschiedenheit der Zahlen schwingender Bewegungen, welche in einerley Zeit geschehen, nennt man ein Intervall oder ein Tonverhältniß. Man stellt sich gewöhnlich jedes Intervall aufsteigend vor, so daß gegen einen zum Grunde gelegten tiefern Ton ein höherer Ton in einem gewissen Verhältnisse stehe. Es wird also die erstere Zahl des Verhältnisses kleiner seyn, als die zweyte. Wenn ein Intervall absteigend angenommen werden soll, so daß man mit einem höhern Tone einen tiefern vergleicht, so muß dieses besonders angezeigt werden, es wird in diesem Falle die letztere Zahl des Verhältnisses kleiner seyn müssen, als die erste.

Anm. Die meisten Schriftsteller berechnen die Töne nach den ihnen zukommenden Verhältnissen der Saitenlängen. Es haben nähmlich, wie in der Folge wird weiter gezeigt werden, Saiten die Eigenschaft, daß wenn alle übrige Umstände außer ihrer Länge unverändert bleiben, die Töne sich umgekehrt, wie die Längen verhalten. Man bedient sich deshalb gewöhnlich, um die Tonverhältnisse an Saiten zu demonstriren, eines Werkzeuges, an welchem eine oder mehrere Saiten zwischen zwey unbewegliche Stege gespannt sind, die Länge der Saite zwischen diesen Stegen in eine willkührliche Anzahl von Theilen (am besten in Decimaltheile) getheilt ist, und ein beweglicher Steg unter die Saite geschoben wird, um diese nach Belieben zu verkürzen; man nennt ein solches Werkzeug ein Monochord. Nun ist es zwar nicht zu tadeln, wenn man sich des Calculs der Saitenlängen, besonders zum Gebrauche bey Saiteninstrumenten, bedient, oder wenn man sowohl zur Stimmung, als auch, um sich und Andern einen Begriff von der Würkung eines Tonverhältnisses zu machen, das Monochord anwendet; es ist aber ganz der Natur entgegen,

wenn man, wie es von Verschiedenen geschehen ist, irgend eine Eigenschaft der Saiten als Grund der ganzen Tonlehre ansehen will, indem viele andere Arten klingender Körper, welche doch ebensowohl wie die Saiten, Betrachtung verdienen, sich nach ganz andern Naturgesetzen richten. Da nun der Vortrag der Tonlehre für alle klingenden Körper, ohne Rücksicht auf ihre besonderen Schwingungsgesetze, allgemein geltend seyn muß, so betrachte ich hier die Töne nicht nach Saitenlängen, sondern nach den Verhältnissen der Anzahl ihrer Schwingungen; will man die Verhältnisse auf Saitenlängen reduciren, oder auf das Monochord übertragen, so ist weiter nichts nöthig, als daß man die Ordnung der Zahlen eines jeden Verhältnisses umkehre. In den Tabellen über die Tonverhältnisse werde ich jedoch auch die jedem Intervalle zugehörigen Saitenlängen angeben.

9.

Ein Intervall ist consonirend, wenn die Zahlen der Schwingungen in einem so einfachen Verhältnisse stehen, daß das Gehör sie am leichtesten faßt, und dadurch beruhigt wird, dahingegen ein Intervall dissonirend ist, wenn die Zahlen der Schwingungen in einem weniger einfachen Verhältnisse stehen, so daß das Gehör dadurch nicht unmittelbar, sondern erst durch Auflösung desselben, d. i. durch einen Uebergang zu einem einfachern Tonverhältnisse, beruhigt wird. Ein Accord, der lauter Intervalle enthält, die sowohl gegen den Grundton, als auch unter sich consoniren, ist ein consonirender Accord, wenn aber ein oder mehrere dissonirende Intervalle sich darinnen befinden, wird er ein dissonirender Accord genannt.

1. Anm. Ein Verhältniß ist einfacher, als das andere, wenn es sich durch kleinere Zahlen, als das andere ausdrücken läßt, und die mit diesen Verhältnissen übereinkommenden Schwingungszeiten desto öfter zusammentreffen. Ob übrigens die Schwingungen zweyer tönenden Körper ganz genau in gewissen Zeitpuncten zusammentreffen, oder ob die Schwingungen des einen etwa ein wenig früher oder später als die des andern anfangen, macht hier keinen Unterschied in der Würkung, sondern es kommt nur auf die Dauer der Schwingungen an.

2. Anm. Diejenigen Schriftsteller, welche, wie schon erwähnt worden, das Wesen eines Klanges in dem Mitklingen der mit der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. übereinkommenden Töne suchen, geben auch das Uebereinstimmen des einen Tones mit den mitklingenden höhern Tönen des andern als den Grund des Consonirens an. Da aber ein solches Mitklingen nur bey gewissen Arten klingender Körper und auch bey diesen nur unter gewissen Umständen Statt findet, da auch in solchen Fällen Töne, die jeder für dissonirend erklären wird, z. B. die mit den Zahlen 7, 9, 11, 13 u. s. w. übereinkommenden Töne ebenfalls mitklingen, so ist es klar, daß die Uebereinstimmung oder Nichtübereinstimmung eines Tones mit gewissen mitklingenden höhern Tönen des andern die Ursache des Consonirens oder Dissonirens nicht seyn kann, und daß es der Natur gemäßer ist, wenn man die mehrere oder mindere Einfachheit der Verhältnisse als die

Ursache desselben ansieht, und dem Gehöre die Fähigkeit zugesteht, diese ohne weitere Berechnung sogleich zu fühlen, ungefähr eben so, wie das Auge die Farben empfindet, ohne erst deren verschiedene Brechungswinkel genauer zu untersuchen, oder wie besonders ein etwas geübtes Auge sowohl die Verhältnisse der Größen, als auch eine mehr oder weniger einfache und regelmäßige Anordnung der Gegenstände sogleich ohne weitere Berechnung bemerkt. In Leibnitzens epist. ad divers. tom. I. epist. 154, finden sich trefliche Bemerkungen hierüber, ich trage kein Bedenken, die Stelle, ohngeachtet sie schon von Andern oft ist angeführt worden, hier beyzufügen: Musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi, multa enim facit in perceptionibus confusis seu insensibilibus, quae distincta apperceptione notare nequit. Errant enim, qui nihil in anima fieri putant, cujus ipsa non sit conscia. Anima igitur, etsi se numerare non sentiat, sentit tamen hujus numerationis insensibilis effectum, seu voluptatem in consonantiis, molestiam in dissonantiis inde resultantem. Ex multis enim congruentiis insensibilius oritur voluptas etc. Es hat auch schon Cartesius in tract. de homine p. III. §. 36 und in Compend. Musices, wie auch in verschiedenen Stellen seiner Briefe viel richtiges darüber gesagt.

10.

Die consonirenden Intervalle sind in den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 oder deren Verdoppelungen unmittelbar enthalten, die dissonirenden beruhen auf mannigfaltigen Combinationen dieser Zahlen. Das mit der Zahl 7 übereinkommende Intervall macht gewissermaßen den Uebergang von den Consonanzen zu den Dissonanzen, es ist aber, wie in der Folge gezeigt werden soll, eben so wenig, wie die mit den Zahlen 11, 13, 17 u. s. w. übereinkommenden Intervalle, dazu tauglich, um in unser gewöhnliches Tonsystem mit aufgenommen zu werden.

11.

Das einfachste Tonverhältniß 1 : 1, wo zwey schwingende Bewegungen in gleichen Zeiträumen geschehen, ist der Einklang, (unisonus).

12.

Das Tonverhältniß 1 : 2, wo eine schwingende Bewegung doppelt so schnell geschieht, als die andere, nennt man die Octave, welcher Nahme daher kommt, weil sie in der gewöhnlichen Tonleiter die 8te Stufe ausmacht, wie denn überhaupt jedes Intervall von der Stufe benennt wird, auf welcher es sich in dieser nachher weiter zu entwickelnden Tonleiter befindet. Die Erfahrung lehrt, daß zwey Töne, die sich wie 1 zu 2 verhalten,

einander in ihrer Würkung so ähnlich sind, daß man einen nur als die Wiederholung des andern ansehen kann. Hieraus folgt

1) daß man ein Tonverhältniß nicht verändert, wenn man einen dieser Töne um eine oder mehrere Octaven höher oder tiefer nimmt, und also eine von den Zahlen dieses Verhältnisses ein oder mehreremahl durch 2 multiplicirt oder dividirt, außer wenn die kleinere Zahl dadurch größer als die andere wird, in welchem Falle man das dadurch erhaltene Intervall als eine Umkehrung des vorigen ansieht. So ist z. B. 2 : 3, 1 : 3, 1 : 6 einerley Intervall, aber 4 : 3 oder 3 : 4 würde eine Umkehrung des vorigen Intervalles seyn.

2) daß man die Octave als die Gränze aller möglichen Intervalle ansehen kann, weil die Zahlen aller Tonverhältnisse, ohne daß ihre Natur verändert wird, so oft als hierzu nöthig ist, verdoppelt oder halbirt werden können.

3) daß wenn man einen Grundton, mit dem man die andern vergleichen will, als die Einheit ansieht, alle Tonverhältnisse sich durch Brüche ausdrücken lassen, die zwischen 1 und 2 enthalten sind. Ob man also z. B. ein Verhältniß von zwey Tönen, von welchen der eine 4mahl schwingt, während der andere 5 Schwingungen macht, durch 4 : 5, oder durch 1 : $\frac{5}{4}$ ausdruckt, ist ganz einerley. Man kann auch bey der Beziehung eines Intervalles die Einheit weglassen, und z. B. blos $\frac{4}{5}$ sagen, wo sodann das Verhältniß des Nenners zum Zähler das Verhältniß des tiefern Tons zum höhern bezeichnet, welche Art des Ausdruckes der Kürze wegen hier ferner wird gebraucht werden.

Anm. Da die Berechnung der Tonverhältnisse mit der gewöhnlichen Bruchrechnung übereinkommt, so wird es nicht überflüßig seyn, manchen Lesern zu Gefallen, die aus einiger Unkunde derselben sonst Schwierigkeiten finden möchten, hier einige Erläuterungen beyzufügen.

Sollen 2 Tonverhältnisse zu einander addirt, d. i. soll ein Intervall gefunden werden, das so groß ist, als zwey andere Intervalle zusammengenommen, so ist es eben das, als wenn man 2 Brüche mit einander multiplicirt, es werden nähmlich erst die beyden Zähler, und sodann die beyden Nenner mit einander multiplicirt. Will man z. B. die beyden Intervalle $\frac{3}{2}$ und $\frac{6}{5}$ zu einander addiren, so ist $\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{10}$, oder $\frac{9}{5}$.

Will man ein Intervall von dem andern subtrahiren, d. i. das Intervall finden, um welches die beyden gegebenen Intervalle verschieden sind, so ist es eben das, als wenn man einen Bruch durch den andern dividirt. Eine solche Division ist als eine umgekehrte Multiplication anzusehen, es wird nähmlich das zu subtrahirende Verhältniß umgekehrt, und jeder Zähler des einen gegebenen Bruches durch den Nenner des andern multiplicirt. Z. B. wenn von $\frac{3}{2}$ soll $\frac{6}{5}$ abgezogen werden, so ist $\frac{3}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{12}$ oder $\frac{5}{4}$.

Will man zwey Intervalle mit einander vergleichen, d. i. untersuchen, welches von beyden größer oder kleiner ist, so bringt man die beyden Brüche auf einerley Benennung, man multiplicirt nähmlich beyde Zahlen eines jeden Bruches durch den Nenner des andern. Wenn man z. B. wissen will, ob $\frac{3}{2}$ oder $\frac{2}{1}\frac{5}{6}$ größer ist, so verwandelt man $\frac{3}{2}$ durch Multiplication beyder Zahlen mit 16 in den Bruch $\frac{48}{32}$, und den andern Bruch $\frac{2}{1}\frac{5}{6}$ durch Multiplication beyder Zahlen mit 2 in $\frac{50}{32}$, wo man sogleich sieht, daß letzteres Intervall größer ist.

Sollen mehrere Intervalle mit einander verbunden, d. i. durch eine gemeinschaftliche Reihe von ganzen Zahlen ausgedruckt werden, so muß man die Verhältnisse auf solche Zahlen reduciren, daß die letzte Zahl des einen Verhältnisses als die erste Zahl des folgenden anzusehen ist. Man multiplicirt also die Zahlen des einen Verhältnisses mit der ersten Zahl des andern, und sodann die letzte Zahl des erstern Verhältnisses mit der letzten Zahl des andern, und wenn mehrere Verhältnisse sollen zusammengehängt werden, so wiederholt man, so oft es nöthig ist, diese Multiplication aller erhaltenen Zahlen durch die erste und die Multiplication der letzten dieser Zahlen durch die letzte Zahl des neu hinzugekommenen Verhältnisses. Z. B. wenn $\frac{6}{5}$, $\frac{5}{4}$ und $\frac{4}{3}$ sollen mit einander verbunden werden,

5 : 6
4 : 5
20 : 24 : 30
3 : 4
60 : 72 : 90 : 120,

oder alles durch 6 dividirt 10 : 12 : 15 : 20.
$(\frac{6}{5})$ $(\frac{5}{4})$ $(\frac{4}{3})$

## 13.

Alle durch die Zahlen 1 bis 6 oder deren Verdoppelungen unmittelbar entstehende consonirenden Verhältnisse, wenn sie zwischen die Zahlen 1 und 2 nach ihrem geringern oder größern Abstande von 1 geordnet werden, sind folgende: $\frac{6}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{5}{3}$, wovon die drey letztern nichts anders, als Umkehrungen der drey erstern sind. Unter diesen Intervallen ist $\frac{3}{2}$, welches man die Quinte nennt, das einfachste, und wird auch von dem Ohre nächst der Octave als die vollkommenste Consonanz empfunden. Hierauf folgt die Quarte $\frac{4}{3}$, welche durch Umkehrung des Quintenverhältnisses entsteht; obgleich diese an sich als Consonanz anzusehen ist, so muß sie doch in der Ausübung meistens als Dissonanz behandelt werden, weil die Verbindung von Tönen in diesen Fällen einen Uebergang in ein anderes Tonverhältniß erfordert. Das Intervall $\frac{5}{4}$ nennt man die große Terz, und das Intervall $\frac{6}{5}$ die kleine Terz; durch Umkehrung entsteht aus dem erstern die kleine Sexte $\frac{8}{5}$ und aus dem letztern die große Sexte $\frac{5}{3}$. Den Einklang, die Octave und die Quinte nennt man gewöhnlich vollkommene, die beyden Terzen und Sexten unvollkommene Consonanzen.

14.

Aus diesen 6 möglichen consonirenden Verbindungen zweyer Töne wird sich auch leicht beurtheilen lassen, was für consonirende Verbindungen von 3 Tönen möglich sind. Um alle überhaupt möglichen 3stimmigen Combinationen der jetzt erwähnten Intervalle zu übersehen, so sey hier $1 = M$, $\frac{6}{5} = N$, $\frac{5}{4} = P$, $\frac{4}{3} = Q$, $\frac{3}{2} = R$, $\frac{8}{5} = S$, $\frac{5}{3} = T$. Es werden also folgende Arten von Combinationen möglich seyn:

M N P, M P Q, M Q R, M R S, M S T,
M N Q, M P R, M Q S, M R T,
M N R, M P S, M Q T,
M N S, M P T,
M N T.

Man sieht sogleich, daß mehrere von diesen Verbindungen keinen consonirenden Accord geben, weil zwar alle Zahlen gegen den Grundton, aber nicht die beyden letzten Zahlen unter sich consonirend sind. So würden sich die beyden letzten Zahlen gegen einander verhalten

in M N P oder $1 : \frac{6}{5} : \frac{5}{4}$ wie 1 zu $\frac{25}{24}$,
= M N Q oder $1 : \frac{6}{5} : \frac{4}{3}$ = = = $\frac{10}{9}$,
= M N T oder $1 : \frac{6}{5} : \frac{5}{3}$ = = = $\frac{25}{18}$,
= M P Q oder $1 : \frac{5}{4} : \frac{4}{3}$ = = = $\frac{16}{15}$,
= M P S oder $1 : \frac{5}{4} : \frac{8}{5}$ = = = $\frac{32}{25}$,
= M Q R oder $1 : \frac{4}{3} : \frac{3}{2}$ = = = $\frac{9}{8}$,
= M R S oder $1 : \frac{3}{2} : \frac{8}{5}$ = = = $\frac{16}{15}$,
= M R T oder $1 : \frac{3}{2} : \frac{5}{3}$ = = = $\frac{10}{9}$,
= M S T oder $1 : \frac{8}{5} : \frac{5}{3}$ = = = $\frac{25}{24}$.

Es kann also keine von diesen Verbindungen dreyer Töne als consonirend angesehen werden.

M P R oder $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ giebt aber einen consonirenden Accord, weil alle Verhältnisse sowohl gegen den Grundton als auch unter sich consoniren, indem $\frac{5}{4}$ zu $\frac{3}{2}$ sich wie $1 : \frac{6}{5}$ verhält. Eben so giebt M N R oder $1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2}$ einen andern consonirenden Accord, weil die gegen den Grundton consonirenden Intervalle $\frac{6}{5}$ und $\frac{3}{2}$ auch unter sich consoniren, und sich gegen einander wie $1 : \frac{5}{4}$ verhalten. Was die Accorde M N S oder $1 : \frac{6}{5} : \frac{8}{5}$ wie auch M P T oder $1 : \frac{5}{4} : \frac{5}{3}$ betrift, so sind sie eben das, was die beyden vorigen waren, wenn man die

Brüche $\frac{8}{5}$ und $\frac{5}{3}$ mit 2 dividirt, und bey der erstern Combination alle Zahlen mit $\frac{5}{4}$, bey der 2ten aber mit $\frac{6}{5}$ multiplicirt. Eben so lassen sich auch die Accorde M Q T oder $1 : \frac{4}{3} : \frac{5}{3}$ und M Q S oder $1 : \frac{4}{3} : \frac{8}{5}$ auf diese beyden Accorde reduciren, wenn man die Einheit mit 2, und in beyden alle Zahlen mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt. Alle diese 4 Accorde sind also nur Umkehrungen der beyden vorigen $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ und $1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2}$, welche dem Gehöre in verschiedenen Lagen dargestellt werden. Es sind also außer diesen beyden Accorden keine andern dreystimmigen consonirenden Accorde möglich, und da man kein viertes consonirendes Verhältniß hinzufügen kann, ohne daß es gegen irgend eines der schon vorhandenen dissonirt, so ist leicht einzusehen, daß kein 4 oder mehrstimmiger consonirender Accord möglich ist. Wenn aber die schon vorhandenen Töne verdoppelt werden, so verändert dieses die Natur des Accordes nicht.

Anm. In Ansehung der Ordnung des Vortrages bin ich hier einigermaßen dem Système de Musique par Mercadier de Belesta (Paris 1776. 8.) gefolgt.

15.

Man nennt einen solchen consonirenden Accord $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ oder $1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2}$, der außer dem Grundtone aus einer Terz und Quinte besteht, einen Dreyklang, und zwar, wenn er die große Terz $\frac{5}{4}$ enthält, einen großen Dreyklang oder harten Dreyklang, wie auch Dur-Dreyklang oder Dur-Accord; wenn er aber die kleine Terz $\frac{6}{5}$ enthält, einen weichen Dreyklang oder kleinen Dreyklang, wie auch Moll-Dreyklang oder Moll-Accord. Wenn man beyde Dreyklänge mit einander vergleicht, so sieht man, daß sie beyde aus einerley Intervallen zusammengesetzt sind, nähmlich aus einer großen und einer kleinen Terz $\frac{5}{4}$ und $\frac{6}{5}$, welche zusammen eine Quinte $\frac{3}{2}$ ausmachen; der einzige Unterschied ist der, daß bey dem harten Dreyklange $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ erst die große und sodann die kleine Terz, und bey dem weichen Dreyklange erst die kleine und sodann die große Terz erscheint. Wenn man diese Dreyklänge so umkehrt, daß man die Terz als tiefsten Ton ansieht, so erhält man die vorher erwähnten Accorde $1 : \frac{5}{4} : \frac{5}{3}$ und $1 : \frac{6}{5} : \frac{8}{5}$, welche man Sexten-Accorde nennt; wenn man aber die Quinte derselben als tiefsten Ton annimmt, erhält man die ebenfalls schon erwähnten Sext-Quarten-Accorde $1 : \frac{4}{3} : \frac{5}{3}$ und $1 : \frac{4}{3} : \frac{8}{5}$.

16.

Die Erfahrung lehrt, daß jede von diesen beyden Dreyklängen verschiedene Würkung thut, und das Gehör durch den harten Dreyklang noch mehr als durch den weichen

befriedigt wird, unstreitig deswegen, weil dessen Verhältnisse einfacher sind, nähmlich in ganzen Zahlen ausgedrückt 4 : 5 : 6, bey dem weichen aber 10 : 12 : 15. Der harte Dreyklang wird wegen der einfachern Verhältnisse am besten dienen können, um die gewöhnliche Tonleiter, d. i. die sangbarste Reihe von Tönen zu finden, durch welche man von einem Grundtone zu seiner Octave fortschreiten kann, ohne das Gefühl des Grundtons zu verlieren. Wenn man den Grundton verdoppelt, so werden $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} : 2$, sowohl wenn man diese Töne zusammen, als auch wenn man sie nach einander hört, das vollständigste Gefühl des durch die schicklichsten Consonanzen verstärkten Grundtones erregen, es ist aber diese Reihe von Tönen noch als keine Tonleiter anzusehen, weil die Fortschreitungen noch allzugroß und zu ungleich sind, und also noch mehrere Stufen dazwischen seyn müssen. Es wird also am schicklichsten seyn, solche Töne zwischen diese einzuschalten, welche mit denen Consonanzen, die dem Grundtone die nächsten sind, den Dreyklang ausmachen. Der vorzüglichste Ton, welcher sich hierzu schickt, ist die Quinte $\frac{3}{2}$, welche unter allen Consonanzen das einfachste Verhältniß zum Grundtone hat. Giebt man also dieser Quinte $\frac{3}{2}$ wieder ihren harten Dreyklang, so erhält man die neuen Töne $\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$ und $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$ oder $\frac{15}{8}$ und $\frac{9}{8}$. Die Tonleiter wird also zwey Stufen mehr haben, und wird nun aus folgenden Tönen bestehen $1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{15}{8}, 2$. Diese Stufen sind aber noch viel zu ungleich, es wird also nothwendig seyn, zwischen jede der Stufen $\frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ und $\frac{3}{2} : \frac{15}{8}$, welche gegen die übrigen viel zu groß sind, noch einen Ton einzuschalten. Es schickt sich kein Ton besser dazu, um selbst eingeschaltet zu werden, und vermittelst des Dreyklanges, den man ihm giebt, die Tonleiter vollständig zu machen, als die Quarte $\frac{4}{3}$, welche nächst der Quinte $\frac{3}{2}$ am nächsten mit dem Grundtone verwandt ist, und zu 2 als der Octave desselben eben das Verhältniß hat, wie der Grundton zu seiner Quinte. Diese Quarte $\frac{4}{3}$, nebst der ihr zugehörigen Terz $\frac{4}{3} \times \frac{5}{4}$ oder $\frac{5}{3}$, werden die Intervalle $\frac{5}{4}$ zu $\frac{3}{2}$, und $\frac{3}{2}$ zu $\frac{15}{8}$ auf die vortheilhafteste Art theilen, und die ganze Tonleiter vollständig machen, welche also aus folgenden Tonverhältnissen, und wenn man gewöhnlichermaßen den Ton c als Grundton ansehen will, aus folgenden Tönen bestehen wird:

$1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}, 2.$
c, d, e, f, g, a, h, c.

Es besteht diese Tonleiter aus 8 Stufen von verschiedener Größe, es ist nähmlich die Stufe von dem dritten zum vierten, ingleichen die vom siebenten zum achten Tone nur

ungefähr halb so groß, als jede der übrigen, daher man die kleinern Stufen halbe Töne, die größern ganze Töne nennt. Jedes Intervall benennt man in dieser, sowohl wie in einer jeden andern Tonleiter, von der Stufe, auf welcher es sich von dem tiefern Tone an gerechnet, befindet, es ist also

von c zu d eine Secunde,
= = = e = Terz,
= = = f = Quarte,
= = = g = Quinte,
= = = a = Sexte,
= = = h = Septime,
= = = $\bar{c}$ = Octave.

Wenn man jeden dieser Töne mit der höhern Octave des Grundtones vergleicht, so erhält man eben dergleichen Intervalle, welche als Umkehrungen der vorigen anzusehen sind, und so wie überhaupt alle umgekehrte Intervalle, von denen, mit welchen sie zusammen eine Octave ausmachen, weder in der Würkung noch in der Behandlung sehr verschieden sind. So ist

von d zu dem höhern c eine Septime,
= e = = = = = Sexte,
= f = = = = = Quinte,
= g = = = = = Quarte,
= a = = = = = Terz,
= h = = = = = Secunde.

Will man aber das Verhältniß des Tones, von dem man ausgeht, zu einem tiefern Tone ausdrücken, so setzt man das Beywort Unter dazu, z. B. Untersecunde, Unterterz u. s. w.

17.

Eine genauere Betrachtung dieser Tonleiter wird dazu dienen, die meisten dissonirenden Intervalle kennen zu lernen.

Die erste Stufe zur zweyten verhält sich wie 1 zu $\frac{8}{9}$ oder wie 8 : 9, und die zweyte zur dritten wie $\frac{8}{9}$ zu $\frac{5}{4}$ oder wie 9 : 10. Jedes dieser beyden Intervalle, die um $\frac{81}{80}$ ver-

schieden sind, nennt man einen ganzen Ton, und zwar $\frac{9}{8}$ einen großen ganzen Ton, $\frac{10}{9}$ einen kleinen ganzen Ton, durch Umkehrung dieser Intervalle erhält man die beyden kleinen Septimen $\frac{16}{9}$ und $\frac{9}{5}$.

Der dritte Ton in dieser Reihe, nähmlich die große Terz $\frac{5}{4}$ ist von der vorhererwähnten kleinen Terz um das Intervall $\frac{25}{24}$ verschieden, welches man einen kleinen halben Ton nennt. Dieses Intervall ist unter denen, deren man sich in der Ausübung gewöhnlich bedient, das kleinste. Wenn ein Intervall soll auf einerley Stufe erhöht oder erniedrigt werden, so geschieht es um soviel, als dieses Intervall $\frac{25}{24}$ beträgt. Jedes noch kleinere Intervall, wie z. B. das schon erwähnte kleine Intervall $\frac{81}{80}$, wird ein Comma genannt. Die Umkehrung des kleinen halben Tons $\frac{25}{24}$ giebt die verminderte Octave $\frac{48}{25}$.

Der Unterschied des dritten Tons $\frac{5}{4}$ von dem vierten $\frac{4}{3}$ beträgt $\frac{16}{15}$, welches Intervall ein großer halber Ton genennt wird, er ist von dem kleinen halben Tone $\frac{25}{24}$ um das Comma $\frac{128}{125}$ verschieden. Seine Umkehrung giebt die große Septime $\frac{15}{8}$.

Der vierte Ton ist von dem 5ten um $\frac{9}{8}$ oder einen großen ganzen Ton, dieser von dem sechsten um $\frac{10}{9}$ oder einen kleinen ganzen Ton, und dieser von dem siebenten Tone um $\frac{9}{8}$ oder einen großen ganzen Ton verschieden. Der Unterschied des 6ten Tones, nähmlich der großen Sexte $\frac{5}{3}$ von der kleinen Sexte $\frac{8}{5}$ würde eben so, wie vorher der Unterschied der großen und kleinen Terz einen kleinen halben Ton $\frac{25}{24}$ betragen. Die siebente Stufe ist von der achten um den großen halben Ton $\frac{16}{15}$ verschieden. Will man die Tonleiter nach den Abständen eines jeden Tones von seinem Nachbar bestimmen, so werden es folgende seyn:

c d e f g a h c.

$\frac{9}{8}$ $\frac{10}{9}$ $\frac{16}{15}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{10}{9}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{16}{15}$.

Betrachtet man auch die übrigen Verhältnisse der verschiedenen Töne gegen einander, so erhält man noch einige andere Intervalle. So ist das Verhältniß von d zu f oder $\frac{9}{8}$ zu $\frac{4}{3} = \frac{32}{27}$, dieses ist eine kleine Terz, welche um das Comma $\frac{81}{80}$ zu niedrig ist; d zu a oder $\frac{9}{8}$ zu $\frac{5}{3}$ ist eine um das Comma $\frac{81}{80}$ erniedrigte Quinte $\frac{40}{27}$. f zu h oder $\frac{4}{3}$ zu $\frac{15}{8}$ ist eine übermäßige Quarte $\frac{45}{32}$, welche auch tritonus genannt wird, weil sie durch Zusammensetzung von 3 ganzen Tönen entsteht; sie giebt durch Umkehrung die verminderte Quinte $\frac{64}{45}$.

18.

Es können also die Secunden, Terzen, Sexten und Septimen groß oder klein seyn, die Quinten und Quarten aber nicht. Wenn sie aber um einen kleinen halben Ton $\frac{25}{24}$ erhöht werden, so nennt man sie, eben so, wie die um eben so viel erhöhten großen Secunden, Terzen, Sexten und Septimen, übermäßig; wenn aber eine Quarte oder Quinte, oder auch eine kleine Secunde, Terz, Sexte oder Septime um eben so viel erniedrigt wird, so nennt man sie vermindert.

Durch Umkehrung wird allemahl aus einem großen Intervalle ein kleines, aus einem kleinen ein großes, aus einem verminderten ein übermäßiges und aus einem übermäßigen ein vermindertes Intervall.

Die durch solche Erhöhungen oder Erniedrigungen um $\frac{25}{24}$ entstehenden übermäßigen und verminderten Intervalle sind, in so weit man sie zum Gebrauche anwendet, folgende:

Die übermäßige Secunde $\frac{9}{8} \times \frac{25}{24} = \frac{75}{64}$ oder auch $\frac{10}{9} \times \frac{25}{24} = \frac{125}{108}$ nebst ihrer Umkehrung, der verminderten Septime $\frac{16}{9} \times \frac{24}{25} = \frac{128}{75}$ oder $\frac{9}{5} \times \frac{25}{24} = \frac{216}{120}$.

Die verminderte Terz $\frac{6}{5} \times \frac{24}{25} = \frac{144}{125}$ nebst ihrer Umkehrung, der übermäßigen Sexte $\frac{5}{3} \times \frac{25}{24} = \frac{125}{72}$.

Die verminderte Quarte $\frac{4}{3} \times \frac{24}{25} = \frac{32}{25}$ nebst ihrer Umkehrung, der übermäßigen Quinte $\frac{3}{2} \times \frac{25}{24} = \frac{25}{16}$.

Die schon erwähnte übermäßige Quarte $\frac{4}{3} \times \frac{25}{24} = \frac{25}{18}$ und deren Umkehrung, die verminderte Quinte, welche auch von einigen falsche Quinte genannt wird $\frac{3}{2} \times \frac{25}{24} = \frac{36}{25}$.

Eine übermäßige Terz $\frac{5}{4} \times \frac{24}{25} = \frac{120}{96}$ und eine verminderte Sexte als deren Umkehrung, $\frac{8}{5} \times \frac{24}{25} = \frac{192}{120}$ sind nicht gebräuchlich.

Alle bisher erwähnten Intervalle werden sich in der §. 25 befindlichen Tabelle am besten übersehen lassen.

Anm. Marpurg in seinem Versuche über die Temperatur §. 42 und 43 läßt die verminderten und übermäßigen Terzen und Sexten nicht auf diese Art entstehen, weil die verminderte Terz etwas weniges kleiner, als die übermäßige Secunde, die übermäßige Terz etwas größer, als die verminderte Quarte, die verminderte Sexte etwas kleiner, als die übermäßige Quinte, und die übermäßige Sexte etwas größer, als die verminderte Septime seyn würde. Er behauptet nähmlich, daß jede Stufe ihre bestimmten Gränzen habe, und nicht in das Gebieth der andern eingreifen dürfe. Er theilt also den kleinen halben Ton $\frac{25}{24}$ arithmetisch in zwey Theile, und

addirt den Theil $\frac{4}{4}\frac{9}{8}$ zu der großen Terz oder Sexte. In seinen historisch-kritischen Beyträgen zur Aufnahme der Musik im 6ten Stücke des 4ten Bandes gesteht er auf Veranlassung einer ihm gemachten Erinnerung ein, daß diese von ihm angegebenen Verhältnisse nicht der Natur gemäß sind, wie sie denn auch würklich der Entstehung anderer erhöhten und erniedrigten Intervalle gar nicht analog seyn würden. Er läßt also die verminderte Terz dadurch entstehen, daß er von der kleinen Terz $\frac{6}{5}$ das Comma $\frac{81}{80}$ abzieht, man würde also $\frac{32}{27}$ für das Intervall der verminderten Terz erhalten, durch deren Umkehrung, so wie auch durch Hinzufügung des Comma $\frac{81}{80}$ zu $\frac{5}{3}$ die übermäßige Sexte $\frac{27}{16}$ entstehen würde. Eben so leitet er aus der Hinzusetzung des Comma $\frac{81}{80}$ zu der großen Terz $\frac{5}{4}$ das Verhältniß $\frac{81}{64}$ für die übermäßige Terz her, welches durch Umkehrung die verminderte Sexte $\frac{128}{81}$ hervorbringen würde. Diese Erklärungsart kann aber wohl ebenfalls nicht Statt finden, weil eine Erhöhung oder Erniedrigung um das Comma $\frac{81}{80}$ so wenig beträgt, daß man diese Intervalle nicht für übermäßige oder verminderte, sondern nur für etwas zu hoch oder zu niedrig gestimmte vollkommene Terzen oder Sexten halten würde, wie denn auch schon öfters in ältern und neuern Zeiten die um $\frac{81}{80}$ erhöhten und erniedrigten Terzen und Sexten anstatt der reinen sind gebraucht worden. Man würde auch, wenn eine solche Erklärungsart Statt finden sollte, eben so wohl berechtigt seyn, die übermäßige Secunde und die verminderte Septime auf eine ähnliche Art entstehen zu lassen. Es scheint mir also der Natur gemäßer zu seyn, wenn man die Meynung, daß keine Stufe in die andere eingreifen dürfe, verläßt, und die verminderten oder übermäßigen Terzen und Sexten eben so wie andere erhöhte und erniedrigte Intervalle durch die Hinzusetzung oder Hinwegnehmung des kleinen halben Tones $\frac{25}{24}$ entstehen läßt, ohne darauf Rücksicht zu nehmen, ob die auf den benachbarten Stufen befindlichen übermäßigen und verminderten Intervalle einander ein wenig übersteigen, indem in jedem Falle der Zusammenhang der Töne bestimmen wird, ob man ein Intervall für ein übermäßiges oder für ein vermindertes zu halten habe. Uebrigens liegt bey der übermäßigen Terz und verminderten Sexte wenig daran, auf welche Art man sie will entstehen lassen, weil beyde Intervalle entbehrlich sind, und man keinen Gebrauch davon zu machen pflegt. Auch die übermäßige Sexte, ohngeachtet sie öfters gute Würkung thut, scheint, wie Marpurg meines Erachtens richtig bemerkt, so wie auch die durch deren Umkehrung entstehende verminderte Terz ihr Daseyn mehr der Kunst, als der Natur zu verdanken zu haben, so daß man sie wohl für eine zufällige und zu Verstärkung des Ausdruckes in vielen Fällen brauchbare Erhöhung der großen Sexte halten könnte.

## 19.

Ein dissonirender Accord wird jeder Accord genennt, der ein oder mehrere dissonirende Intervalle enthält, meistens enthält er nur eins. Derjenige dissonirende Accord, welcher als Ursprung der übrigen angesehen werden kann, ist der Septimenaccord; er entsteht dadurch, daß einem Dreyklange noch eine Septime hinzugefügt wird, und ist auf mancherley Arten möglich. Durch Umkehrung wird daraus ein Sextquinten-Accord, ein Terz-Quart-Sexten-Accord, ein Secund-Sext-Quarten-Accord, auf eben so verschiedene Arten, wobey jedoch allemahl der Ton, welcher ur-

sprünglich als Septime anzusehen ist, er befinde sich in welcher Lage er wolle, als Dissonanz behandelt werden, und eine Stufe unter sich gehn muß. Manche Dissonanzen beruhen blos auf zufälligen melodischen Erhöhungen oder Erniedrigungen eines Tones; viele entstehen durch Aufhaltung eines zu dem vorhergehenden Accorde gehörenden Tones bey einem neueintretendem Accorde. Einige dissonirende Accorde, wie der Nonen, Undecimen und Terzdecimen-Accord entstehen dadurch, daß man den Grundton des Accordes, in welchen sich ein Septimen-Accord auflösen soll, zugleich mit diesem unterwärts hören läßt.

Uebermäßige Intervalle streben allemahl nach der nächsten höhern Stufe, verminderte aber nach der nächsten niedern Stufe überzugehen.

Eine weitere Ausführung dieser Gegenstände gehört in die Theorie der Musik.

20.

Die §. 16 angegebene Tonleiter, wie auch überhaupt eine Tonleiter, in welcher alle Stufen aus ganzen Tönen und großen halben Tönen bestehen, nennt man eine diatonische Tonleiter, und eine Fortschreitung in Tönen, die zu einer solchen Tonleiter gehören, eine diatonische Fortschreitung, die kleinste derselben, nehmlich der große halbe Ton $\frac{15}{16}$ wird auch bisweilen ein ein diatonischer halber Ton genennt. Wenn einer von den Tönen c, d, e, f, g, a, h, c um den kleinen halben Ton $\frac{24}{25}$ erhöhet wird, so hängt man dem Buchstaben, wodurch er ausgedrückt wird, die Sylbe is an; wenn er aber um eben so viel erniedrigt wird, so drückt man dieses durch Anhängen der Sylbe es aus, nur mit der Ausnahme, daß der durch Erniedrigung des h entstandene Ton nicht hes, sondern b, und der durch Erniedrigung des a entstandene nicht aes, sondern as genennt wird. Alle Töne, deren man sich zu bedienen pflegt, erhalten also folgende Benennungen:

| | |
|---|---|
| durch Erhöhung entstandene Töne: | cis, dis, eis, fis, gis, ais, his, cis, |
| Haupttonleiter: | c, d, e, f, g, a, h, c, |
| durch Erniedrigung entstandene Töne: | ces, des, es, fes, ges, as, b, ces. |

Die erhöhten Töne bezeichnet man durch ein sogenanntes Kreuß (♯), z. B. c♯, d♯, u. s. w. die erniedrigten durch ein schief darüber gesetztes b, z. B. db, eb, u. s. w. Es giebt auch Fälle, wo ein Ton doppelt erhöht oder erniedrigt wird.

Eine Fortschreitung von einem Tone zu dem, welcher durch dessen Erhöhung oder Erniedrigung entsteht, oder umgekehrt, z. B. von c zu cis, es zu e nennt man eine chromatische Fortschreitung, und den kleinen halben Ton $\frac{2}{24}$, durch welchen eine solche Fortschreitung geschieht, bisweilen auch einen chromatischen halben Ton. Eine Fortschreitung von einem Tone, der durch Erhöhung entstanden ist, zu dem auf der nächsten Stufe, welcher durch Erniedrigung entstanden ist, oder umgekehrt, z. B. von cis zu des, wird eine enharmonische Fortschreitung genennt. Eine Tonleiter, die chromatische Fortschreitungen enthält, würde eine chromatische Tonleiter, eine die enharmonische Fortschreitungen enthält, eine enharmonische Tonleiter, und der ganze Inbegriff von natürlichen, erhöhten und erniedrigten Tönen eine diatonisch-chromatisch-enharmonische Tonleiter können genennt werden.

Anm. Die Benennungen der Töne habe ich hier angegeben, wie sie in Deutschland gewöhnlich sind; in andern Ländern bedient man sich anderer Benennungen. In Italien nennt man die 6 ersten Töne der diatonischen Tonleiter ut, re, mi, fa, sol, la, welche Nahmen Guido von Arezzo im 11ten Jahrhunderte eingeführt, und aus den ersten Sylben der halben Verse des folgenden Gesanges an Johannes den Täufer entlehnt hat:

*Ut* queant laxis *re*sonare fibris
*Mi*ra gestorum *fa*muli tuorum,
*Sol*ve polluti *la*bii reatum,
Sancte Johannes.

Wenn diese Sylben zu Erlernung des Singens gebraucht werden, so wird do anstatt ut gesungen; bey jeder Fortschreitung, die einen großen halben Ton beträgt; singt man mi fa, und die vorhergehende Sylbe wird in re verwandelt. Weil es nun unnöthige Schwierigkeiten macht, 7 Töne durch 6 Zeichen auszudrücken, so fügt man jetzt meistens zu Bezeichnung des siebenten Tones die Sylbe si hinzu. Die Töne, welche wir c, d, e, f, g, a, h, c nennen, bezeichnen sie zwar gewöhnlich auch durch C, D, E, F, G, A, B, C fügen aber zu jedem von diesen Buchstaben die Sylben bey, wodurch angezeigt wird, in welchen Lagen diese Töne in den von Guido eingeführten Hexachorden erschienen. Diese Hexachorde, in welche bey dem damaligen unvollkommenen Zustande der Musik die Töne eingetheilt wurden, fingen von G, C und F an, Guido gebrauchte nur 3, nachher fügte man mehrere hinzu. Wenn man also mehrere Hexachorde folgendermaßen über einander setzt:

| C | D | E | F | G | A | H oder B | C | D | E | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ut | re | mi | fa | sol | la | | | | | |
| | | | ut | re | mi | fa | sol | la | | |
| | | | | ut | re | mi | fa | sol | la | |
| | | | | | | | ut | re | mi | u. s. w. |

so kann z. B. C bisweilen als sol, bisweilen als fa, ein andermahl als ut erscheinen, und so gesungen werden, man nennt also den Ton den wir C nennen, C sol fa ut; d heißt aus eben der Ursache D la sol re, die übrigen Töne heißen: E la mi, F fa ut, G sol re ut, A la mi re, der Ton, den wir b nennen, heißt B fa, und der den wir h nennen, heißt B mi. Die Erhöhung eines Tones wird durch diesis und die Erniedrigung durch bemolle ausgedrückt, z. B. cis heißt C sol fa ut diesis, des heißt D la sol re bemolle, u. s. w.

In Frankreich werden nicht sowohl die Töne einer diatonischen Tonleiter, sonder vielmehr die Töne c, d, e, f, g, a, h durch ut, ré, mi, fa, sol, la, si ausgedrückt, und eine Erhöhung durch dièse, eine Erniedrigung durch bémol. So würde z. B. cis heißen ut dièse, des würde heißen ré bémol.

Im Englischen und Holländischen bedient man sich der Benennungen c, d, e, f, g, a, b, c, die Erhöhungen drückt man im Englischen durch sharp und im Holländischen durch kruis aus, und die Erniedrigungen im Englischen durch flat, im Holländischen durch mol, welches also in anderer Bedeutung, als im Deutschen, genommen wird.

Die deutschen Benennungen sind unstreitig die bequemsten, weil das mit einer Sylbe ausgedrückt wird, was Andere viel weitläuftiger ausdrücken. Nur würde es schicklicher seyn, wenn der Ton, welchen man h nennt, so wie es von Ausländern geschieht, b genennt würde, man müßte sodann anstatt b, bes, und anstatt his, bis sagen. J. F. Schwanenberg hat darüber eine Abhandlung (über die Unnütz- und Unschicklichkeit des H im musikalischen Alphabete, Wien und Leipzig 1797. 8.) herausgegeben, es hat auch schon Leopold Mozart in seiner Violinschule sich dieser Ausdrücke bedient; auch in der musikalischen Zeitung 1799. No. 41. befindet sich ein Aufsatz von J. J. Klein, in welchem diese Aenderung empfohlen wird. Es ist aber wohl nicht zu erwarten, daß die einmahl eingeführte Gewohnheit möchte allgemein abgeändert werden.

## 21.

Die Ursache, warum man alle erhöhte und erniedrigte Intervalle nöthig hat, ist, weil die Mannigfaltigkeit erfordert, jeden Ton wieder als Grundton ansehen zu können, in welchen Fällen die Tonleiter c d e f g a h c nicht die nöthigen Fortschreitungen enthält. Wenn man z. B. den Ton g als Grundton ansieht, und ihm seine diatonische Tonleiter g, a, h, c, d, e u. s. w. geben will, wird die Fortschreitung von der sechsten Stufe zur siebenten (von e bis f) nur einen großen halben Ton betragen, da sie doch einen ganzen Ton betragen soll, es ist also nöthig, den Ton f um einen kleinen halben Ton zu erhöhen. Eben so, wenn man die diatonische Tonleiter des Tones d verlangt, werden die Töne f und c müssen in fis und cis verwandelt werden, und so muß, je weiter man quintenweise fortschreitet, bey jeder folgenden Tonleiter die Zahl der zu erhöhenden Töne immer um einen anwachsen. Eben dieselbe Bewandniß hat es mit dem zu erniedrigenden Tönen. Wenn

man nähmlich den Ton f als Grundton ansieht, und ihm seine Tonleiter geben will, so soll der Schritt von der dritten zur vierten Stufe einen großen halben Ton betragen, es findet sich aber in der Tonleiter c d e f g a h c an dieser Stelle keine solche Fortschreitung, sondern es beträgt die Fortschreitung von a zu h einen ganzen Ton, mithin muß h um einen kleinen halben Ton erniedrigt und in b verwandelt werden. Wenn man dieses b wieder als Grundton ansieht, so wird ebenfalls die Fortschreitung von der dritten zur vierten Stufe zu groß seyn, es muß also der Ton e in es verwandelt werden, und je weiter man quartenweise fortschreitet, desto mehr wächst die Zahl der zu erniedrigenden Töne. Ein solches Verfahren, wo man einen andern Ton als Grundton ansieht, und irgend eine Folge von Tönen in die ihm zukommende Tonleiter versetzt, nennt man transponiren. Es entstehen also dadurch folgende diatonische Tonleitern, in welchen alle in vorigem §. angegebenen erhöhten und erniedrigten Töne enthalten sind; in jeder Tonleiter ist in der Ordnung, wie sie hier folgen, ein Ton mehr als in der vorhergehenden, erhöht oder erniedrigt.

c, d, e, f, g, a, h, c,

| | |
|---|---|
| g, a, h, c, d, e, fis, g, | f, g, a, b, c, d, e, f, |
| d, e, fis, g, a, h, cis, d, | b, c, d, es, f, g, a, b, |
| a, h, cis, d, e, fis, gis, a, | es, f, g, as, b, c, d, es, |
| e, fis, gis, a, h, cis, dis, e, | as, b, c, des, es, f, g, as, |
| h, cis, dis, e, fis, gis, ais, h, | des, es, f, ges, as, b, c, des, |
| fis, gis, ais, h, cis, dis, eis, fis, | ges, as, b, ces, des, es, f, ges, |
| cis, dis, eis, fis, gis, ais, his, cis. | ces, des, es, fes, ges, as, b, ces. |

Die Veränderungen der Töne bey allen möglichen Tonleitern, wenn man in Quinten fortschreitet, geben also gemeinschaftlich folgende arithmetische Progression:

$$n\# = = = = = 3\#, 2\#, 1\#, 0, 1b, 2b, 3b = = = = = nb.$$

Wollte man noch einige der neuerhaltenen Töne, z. B. gis, dis, fes u. s. w. wieder als Grundtöne ansehen und ihnen ihre diatonische Tonleiter geben, so würden gewisse Töne doppelt, oder bey noch weiterer Fortsetzung mehreremahl müssen erhöhet oder erniedrigt werden, man würde also dadurch die Zahl der Töne ohne weitern Nutzen vermehren, da schon einige der jetzt erwähnten Tonleitern, nähmlich fis und ges, h und ces, cis und des wegen ihres geringen Unterschiedes der Höhe und Tiefe so mit einander übereinkommen, daß ihre Würkung dieselbe seyn muß.

22.

Wenn einem Grundtone der weiche Dreyklang 1, $\frac{6}{5}$, $\frac{3}{2}$ gegeben wird, so läßt sich die ihm alsdenn zukommende Tonleiter auf eben die Art finden, wie vorher bey der Tonleiter, die dem harten Dreyklange desselben zukommt, ist gezeigt worden, sie wird nähmlich ebenfalls die Dreyklänge, welche der Quinte und Quarte desselben zugehören, enthalten müssen. Am schicklichsten wird es seyn, wenn diese auch weiche Dreyklänge sind. Wenn in der vorher erwähnten harten Tonleiter c, d, e, f, g, a, h, c die Unterterz von c, nähmlich a als Grundton einer weichen Tonart angesehen wird, so enthält diese Tonleiter den weichen Dreyklang der Quinte e g h, und der Quarte d f a, wir erhalten also mit jeder harten Tonleiter auch eine weiche. Wenn man nun a als den Grundton ansehen will, so wird die weiche Tonleiter desselben seyn

a, h, c, d, e, f, g, a, h.

Nun verlangt aber das Gehör, daß zu Bezeichnung einer jeden harten und weichen Tonleiter die Stufe von dem siebenten zum achten Tone nur einen großen halben Ton betrage, besonders, wenn man aufwärts steigt, daher diese letztere Stufe der unterhalbe Ton der Tonart, oder auch die tonbezeichnende Stufe (subsemitonium modi, note sensible) genennt wird. Es muß also bey dem Aufsteigen die Quinte e ihre große Terz gis erhalten. Bey einer solchen Abänderung des g in gis würde aber die Stufe von dem sechsten zum siebenten Tone, f zu gis, als eine übermäßige Secunde zu groß und zu wenig sangbar seyn, es wird also bey dem Aufsteigen in den meisten Fällen nöthig seyn, f in fis umzuändern; die weiche Tonleiter wird also aufsteigend meistens so müssen ausgeübt werden: a, h, c, d, e, fis, gis, a. Im Absteigen aber wird die Tonleiter so bleiben können, wie sie ursprünglich ist, nähmlich a, g, f, e, d, c, h, a, weil sie alsdenn durch die in ihren Dreyklängen enthaltenen kleinen Terzen, und besonders durch die zwischen der zweyten und dritten Stufe befindlichen Fortschreitung von einem halben Tone genugsam bezeichnet ist. In der Ausübung werden die Erhöhungen der sechsten und siebenten Stufe als zufällig betrachtet, und jedesmahl, wenn es nöthig ist, besonders angemerkt.

Die weiche Tonleiter ist in ihrer Würkung von der harten sehr verschieden, und mehr dem Ausdrucke der Traurigkeit, die harte aber mehr dem Ausdruck der Freude angemessen. Es ist die weiche Tonart auch gewissermaßen als weniger vollkommen anzusehen, weil sie sich nicht durch so einfache Zahlenverhältnisse ausdrücken läßt, und zu ihrer Aus-

übung außer den in einer einzigen diatonischen Tonleiter enthaltenen Tönen noch andere zu Hülfe genommen werden müssen.

So wie hier a, die zufälligen Erhöhungen ausgenommen, in seiner weichen Tonleiter eben die Töne hat, wie c in seiner harten Tonleiter, so ist es auch bey allen übrigen Tönen; wenn man nähmlich einem jeden andern Tone seine weiche Tonleiter giebt, so enthält sie eben dieselben Töne, wie die harte Tonleiter der kleinen Terz desselben. Es enthält also

die weiche Tonleiter von e dieselben Töne, wie die harte Tonleiter von g

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| e | fis | gis | a | h | cis | dis | e | g | a | b | c | d | e | f |
| h | cis | dis | e | fis | gis | ais | h | d | e | f | g | a | h | b |
| fis | gis | ais | h | cis | dis | eis | fis | a | h | b | c | d | fis | g |
| cis | dis | eis | fis | gis | ais | his | cis | e | fis | g | a | h | cis | d |
| gis | ais | his | cis | dis | eis | fisis | gis | h | cis | d | e | fis | gis | a |
| d | e | fis | g | a | h | cis | d | f | g | as | b | c | d | es |
| a | h | cis | d | e | fis | gis | a | b | c | des | es | f | as | ges |
| e | fis | gis | a | h | cis | dis | e | g | a | b | c | d | e | f |

23.

Den ganzen Inbegriff von Tönen, deren man sich bedienen kann, ohne das Gefühl einer Beziehung auf einen gewissen Grundton zu verlieren, nennt man eine Tonart, und zwar, wenn der Grundton die große Terz hat, und die Tonleiter so beschaffen ist, wie §. 21. gezeigt worden, eine harte Tonart oder Dur-Tonart (modus major); wenn er aber die kleine Terz, und also eine von den §. 22. angegebenen Tonleitern hat, eine weiche Tonart, oder Moll-Tonart (modus minor). Gewöhnlich drückt man eine solche Tonart blos dadurch aus, daß man der Benennung des Tones das Wort dur oder moll anhängt, so heißt z. B. es dur die harte Tonart von es, b moll die weiche Tonart von b u. s. w. Wenn eine Tonart mehr oder weniger Erhöhungs- oder Erniedrigungszeichen, als die andere hat, so sagt man, sie sind um so viel Grade von einander verschieden. Eine Moll-Tonart oder Dur-Tonart, die (nach §. 22.) einerley Tonleiter haben, werden parallele Tonarten genennt.

Den Grundton einer Tonart nennet man bisweilen die Tonica, die Quinte die Dominante, die Quarte oder Unterquinte die Unterdominante, und die Terz die Mediante.

24.

So wie nun jede Dur- oder Moll-Tonleiter aus den Dreyklängen des Grundtons und seiner Quinte und Quarte besteht, so sind auch, wenn das Gefühl einer Tonart beybehalten werden soll, die natürlichsten Fortschreitungen die, wo der Dreyklang des Grundtons zu einem der beyden übrigen Dreyklänge, aus welchen die Tonleiter entstanden ist, oder einer von diesen zu jenem übergeht, indem dabey allemahl ein Ton beyden auf einander folgenden Accorden gemeinschaftlich ist, und das eine mahl als Quinte, das andere mahl als Octave, oder so umgekehrt, erscheint. Auch wenn auf den Dreyklang der Quarte der Dreyklang der Quinte unmittelbar folgt, (wobey die Octave des erstern als Septime des folgenden beybehalten werden kann) empfindet man eben dieselbe Beziehung auf den zwischen diesen beyden Accorden mitten innen stehenden Dreyklang des Grundtons. Nächst diesen Fortschreitungen ist auch die zu dem Dreyklange der parallelen Tonart, wie auch noch zu den beyden übrigen Dreyklängen, deren Tonleitern nur um einen Grad verschieden sind, als erlaubt anzusehen. So z. B. kann der harte Dreyklang von c am natürlichsten zu den harten Dreyklängen von g und f unmittelbar übergehen, nächst diesen aber auch zu den weichen Dreyklängen von a, e, und d; der weiche Dreyklang von a aber zu dem weichen wie auch zu dem harten Dreyklange von e, zu dem weichen von d, und nächst diesen auch zu den harten von c, f und g.

Die Fortschreitungen in entferntere Tonarten geschehen gemeiniglich durch enharmonische Rückungen, indem man nähmlich einen erhöhten Ton mit dem auf der nächsten höhern Stufe erniedrigten, oder einen erniedrigten mit dem auf der nächsten tiefern Stufe erhöhten verwechselt, welches am häufigsten bey dem verminderten Septimen-Accorde geschieht. Das Gehör muß sich hier eine Vernachläßigung des Comma $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{8}{5}$, um welches der große halbe Ton $\frac{1}{1}\frac{6}{5}$ und der kleine halbe Ton $\frac{2}{2}\frac{5}{4}$ verschieden sind, gefallen lassen.

Anm. Mehreres erwähne ich hier nicht von den Fortschreitungen der Accorde, weil es nicht sowohl hieher, sondern mehr in die Theorie der Musik gehört. Es möchte aber doch mancher erwarten, hier einige Erläuterungen über das Verbot der Folge zweyer Quinten oder Octaven auf einander in gerader Bewegung, anzutreffen. Aus den Verhältnissen der Zahlen möchte sich wohl schwerlich die Unrichtigkeit solcher Fortschreitungen erweisen lassen. Wenn man nähmlich solche Fortschrei-

tungen in Zahlen ausdrückt, so wird man zwar Intervalle erhalten, die von den ganz reinen um $\frac{81}{80}$ abweichen; hierin kann aber der Grund der Unrichtigkeit solcher Fortschreitungen nicht liegen, denn sonst würde sich eben so wohl darthun lassen, daß keine großen oder kleinen Terzen oder Sexten auf einander folgen dürften, weil man dadurch (besonders so oft die Zahl 27 erscheint) ebenfalls Intervalle erhält, die um $\frac{81}{80}$ von der Wahrheit abweichen. Der Grund, warum zwey auf einander in gerader Bewegung folgende Quinten meistens dem Gehöre nicht wohl thun, ist unstreitig wohl der, weil in solchen Fällen meistens eine unharmonische Relation Statt findet, d. i. weil 2 Dreyklänge auf einander folgen, die nicht auf einander folgen sollten, weil sie um mehr als einen Grad verschieden sind, z. B. $\begin{matrix} c & d \\ a & h \\ f & g \end{matrix}$, welche unnatürliche Fortschreitungen bey einem so gleichförmigen Gange weit auffallender sind, als wenn sich die Stimmen gegen einander bewegen. Wo keine unharmonische Relation eintritt, möchte wohl eine Folge von 2 Quinten dem Ohre weniger zuwider seyn; so glaube ich z. B. nicht, daß ein übermäßiger Sextenaccord, der sich in den großen Dreyklang der Dominante eines Molltons auflöst, in der Lage $\begin{matrix} dis & e \\ c & h \\ a & gis \\ F & E \end{matrix}$, wenn man nicht etwa (besonders durch den Anblick der Noten auf dem Papiere) in Voraus dagegen eingenommen ist, das Gehör beleidigen möchte, ohngeachtet der 2 auf einander folgenden Quinten $\begin{matrix} c \\ f \end{matrix}$ und $\begin{matrix} h \\ e \end{matrix}$. In der Berliner Singakademie ließ mein Freund Fasch mich ein Chor hören, welches er, blos um eine Probe dieser Art zu machen, so gesetzt hatte, daß eine Mittelstimme immer mit dem Basse in reinen Quinten fortgieng. Die Anwesenden, unter denen sich sehr vorzügliche Tonkünstler befanden, bemerkten keine widrige Würkung. Das Verbot einer Folge von zwey Octaven läßt sich noch weniger aus den Zahlenverhältnissen darthun; allem Ansehn nach sind sie nur deswegen unangenehm, weil man bey jeder Stimme einen eigenen Gang erwartet, aber durch den gleichförmigen Gang und durch das Zusammentreffen in zwey Octaven hinter einander sich gewissermaßen getäuscht fühlt, und eine Art von Leere empfindet.

## 25.

Zu bequemerer Uebersicht aller innerhalb der Octave 1 : 2 enthaltenen Intervalle, soweit sie gebräuchlich sind, werde ich sie in folgender Tabelle alle auf einen gemeinschaftlichen Grundton c reduciren, und bey jedem Intervalle die Verhältnisse der Schwingungen sowohl wie die Verhältnisse der Saitenlängen auf dem Monochorde, erst auf die Art, wie sie bisher sind ausgedrückt worden, und sodann auch in Decimal-Zahlen angeben:

| | Verhältnisse der Schwingungen. | | Verhältnisse der Saitenlängen. | |
|---|---|---|---|---|
| 1) der Einklang c : c | 1 | 1, | 1 | 1, |
| 2) der kleine halbe Ton c : cis, wird bisweilen auch die übermäßige Prime genennt | $\frac{25}{24}$ | 1,041$6\frac{2}{3}$ | $\frac{24}{25}$ | 0,96 |
| 3) die kleine Secunde c : des | $\frac{16}{15}$ | 1,0666$\frac{2}{3}$ | $\frac{15}{16}$ | 0,9375 |
| 4) die große Secunde c : d | $\frac{10}{9}$ | 1,1111$\frac{1}{9}$ | $\frac{9}{10}$ | 0,9 |
| oder | $\frac{9}{8}$ | 1,125 | $\frac{8}{9}$ | 0,8888$\frac{8}{9}$ |
| 5) die verminderte Terz c : esb würde vielmehr als cis : es gebraucht werden | $\frac{144}{125}$ | 1,152 | $\frac{125}{144}$ | 0,8680$\frac{5}{9}$ |
| 6) die übermäßige Secunde c : dis | $\frac{125}{108}$ | 1,1574$\frac{2}{27}$ | $\frac{108}{125}$ | 0,864 |
| oder | $\frac{75}{64}$ | 1,1718$\frac{3}{4}$ | $\frac{64}{75}$ | 0,8533$\frac{1}{3}$ |
| 7) die kleine Terz c : es | $\frac{6}{5}$ | 1,2 | $\frac{5}{6}$ | 0,8333$\frac{1}{3}$ |
| 8) die große Terz c : e | $\frac{5}{4}$ | 1,25 | $\frac{4}{5}$ | 0,8 |
| 9) die verminderte Quarte c : fes | $\frac{32}{25}$ | 1,28 | $\frac{25}{32}$ | 0,7812$\frac{5}{32}$ |
| 10) die vollkommene Quarte c : f | $\frac{4}{3}$ | 1,3333$\frac{1}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | 0,75 |
| 11) die übermäßige Quarte c : fis | $\frac{25}{18}$ | 1,3888$\frac{8}{9}$ | $\frac{18}{25}$ | 0,72 |
| 12) die verminderte Quinte c : ges | $\frac{36}{25}$ | 1,44 | $\frac{25}{36}$ | 0,6944$\frac{4}{9}$ |
| 13) die vollkommene Quinte c : g | $\frac{3}{2}$ | 1,5 | $\frac{2}{3}$ | 0,6666$\frac{2}{3}$ |
| 14) die übermäßige Quinte c : gis | $\frac{25}{16}$ | 1,5625 | $\frac{16}{25}$ | 0,64 |
| 15) die kleine Sexte c : as | $\frac{8}{5}$ | 1,6 | $\frac{5}{8}$ | 0,625 |
| 16) die große Sexte c : a | $\frac{5}{3}$ | 1,6666$\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{5}$ | 0,6 |
| 17) die verminderte Septime c : bb wird mehr als cis : b gebraucht | $\frac{128}{75}$ | 1,7066$\frac{2}{3}$ | $\frac{75}{128}$ | 0,5859$\frac{3}{8}$ |
| oder auch | $\frac{216}{125}$ | 1,728 | $\frac{125}{216}$ | 0,5787$\frac{1}{25}$ |
| 18) die übermäßige Sexte c : ais | $\frac{125}{72}$ | 1,7361$\frac{1}{9}$ | $\frac{72}{125}$ | 0,576 |
| 19) die kleine Septime c : b | $\frac{16}{9}$ | 1,7777$\frac{7}{9}$ | $\frac{9}{16}$ | 0,5625 |
| oder | $\frac{9}{5}$ | 1,8 | $\frac{5}{9}$ | 0,5555$\frac{5}{9}$ |
| 20) die große Septime c : h | $\frac{15}{8}$ | 1,875 | $\frac{8}{15}$ | 0,5333$\frac{1}{3}$ |
| 21) die verminderte Octave c : ces | $\frac{48}{25}$ | 1,92 | $\frac{25}{48}$ | 0,5208$\frac{1}{3}$ |
| 22) die vollkommene Octave c : $\bar{c}$ | 2 | 2, | $\frac{1}{2}$ | 0,5. |

26.

Diese aus den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, oder weil die Verdoppelung einer Zahl die Natur der Tonverhältnisse nicht verändert, aus den Zahlen 1, 3, 5 entstandenen Intervalle würden einen großen Zuwachs erhalten, wenn man auch die Zahl 7 mit aufnehmen wollte. Es ist das das Intervall 4 : 7 oder $\frac{7}{4}$ um das Comma $\frac{64}{63}$ kleiner, als die kleine Septime c : b, $\frac{16}{9}$, und um das Comma $\frac{126}{125}$ größer, als die übermäßige Sexte c : ais $\frac{125}{72}$. Die Erfahrung lehrt, daß es in der Verbindung 4 : 5 : 6 : 7 oder 1 : $\frac{5}{4}$ : $\frac{3}{2}$ : $\frac{7}{4}$, und allenfalls auch in einigen andern Verbindungen keine üble Würkung thut, und daß es gewissermaßen zwischen Consonanzen und Dissonanzen mitten innen steht. So wenig es also zu tadeln ist, wenn man unter schicklichen Umständen etwa einmahl von einem solchen Intervalle Gebrauch macht, oder wenn man die vortheilhafte Würkung mancher weniger einfachen Intervalle durch eine von dem Gehöre geschehende Substitution des mit der Zahl 7 übereinkommenden Tones erklärt, so würde es doch nicht rathsam seyn, die Zahl 7 allgemein mit aufzunehmen, weil durch deren Verbindung mit so vielen andern schon vorhandenen Intervallen eine allzu große Zahl von neuen Tönen entstehen würde, so daß diese wegen ihrer Nähe gegen andere Intervalle sich weder gehörig würden fassen noch ausüben lassen. Diese Schwierigkeiten würden noch mehr ohne allen Nutzen vermehrt werden, wenn man etwa auch andere Primzahlen, wie 11, 13, u. s. w. mit aufnehmen wollte.

Anm. Kirnberger rechnet (in seiner Kunst des reinen Satzes) das Intervall $\frac{7}{4}$ mehr unter die Consonanzen, als unter die Dissonanzen; den mit der Zahl 7 übereinkommenden Ton nennt er i. An einer Berliner Orgel hat er ein Mixtur-Register angebracht, wo jeder Ton sein i hat.

L. Euler hat in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1764. vieles zur Vertheidigung des mit der Zahl 7 übereinkommenden Tones gesagt, und eine Tonleiter berechnet, worinnen dergleichen Töne enthalten sind, die er tons étrangers nennt, weil sie in keine Stufe unsers Systems recht passen. Er giebt als die Ursache, warum der Septimenaccord c, e, g, b, welcher sich durch keine kleinern ganzen Zahlen als durch 36, 45, 54, 64 ausdrücken läßt, weniger unangenehm ist, als man bey so zusammengesetzten Verhältnissen vermuthen sollte, folgende an, weil wegen des geringen Unterschiedes der kleinen Septime $\frac{16}{9}$ von dem Intervalle $\frac{7}{4}$ das Gehör letzteres substituire, und (so wie man in mehrern Fällen bey Anhörung eines zusammengesetztern Verhältnisses, das einem einfachern sehr nahe kommt, das einfachere zu hören glaubt) 63 Schwingungen anstatt 64 zu hören sich einbilde, wodurch alles durch 9 theilbar wird, und die Töne 36, 45, 54, 63 mit den Zahlen 4, 5, 6, 7 übereinkommen.

Es scheint diese Hypothese Eulers allerdings der Natur gemäß zu seyn. Wenn man also den Septimenaccord der Dominante oder eine von dessen Umkehrungen in den harten Dreyklang

des Grundtons übergehen läßt, z. B. $\begin{matrix} g \\ f \\ d \\ h \end{matrix}$ in $\begin{matrix} g \\ e, \\ c \end{matrix}$ so wird man anstatt der Quarte des Grund-

tons $\frac{4}{3}$, welche hier f ist, das Intervall $\frac{21}{16}$ zu hören glauben, man wird also anstatt

$\begin{matrix} 24 & -24 \\ 21\frac{1}{3} & -20 \\ 18 & > 16 \\ 15 & \end{matrix}$ oder in ganzen Zahlen $\begin{matrix} 72 & -72 \\ 64 & -60 \\ 54 & > 48 \\ 45 & \end{matrix}$ substituiren $\begin{matrix} 24 & -24 \\ 21 & -20 \\ 18 & > 16 \\ 15 & \end{matrix}$. Eben so scheint auch

die Ursache zu seyn, warum der übermäßige Sexten-Accord 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{125}{72}$, oder in ganzen Zahlen 72, 90, 108, 125, das Gehör nicht beleidigt, sondern vielmehr eine vortheilhafte Würkung thut, weil das Ohr dem Intervalle $\frac{125}{72}$ das Intervall $\frac{7}{4}$ substituirt, welches nur um das kleine Comma $\frac{126}{125}$ davon verschieden ist. In der Sing-Academie meines verewigten Freundes Fasch in Berlin hörte ich eine vierstimmige Gesang-Composition von ihm, wo er, um eine Probe zu

machen, was für Würkung dieses i thue, den Accord $\begin{matrix} i \\ g \\ e \\ c \end{matrix}$, so viel ich mich erinnere, in $\begin{matrix} h \\ g \\ d \\ g \end{matrix}$, also $\begin{matrix} 14 \\ 12 \\ 10 \\ 8 \end{matrix}$ in $\begin{matrix} 15 \\ 12 \\ 9 \\ 6 \end{matrix}$

übergehen ließ; die Würkung war zwar etwas befremdend, jedoch nicht unangenehm, es möchte auch wohl diese Fortschreitung des i Accordes die natürlichste seyn. Es müßte sich auch meines Erachtens das i mit völliger Genauigkeit auf eine vortheilhafte Art gebrauchen lassen, wenn man z. B. in einem Violoncell-Concerte oder Solo aus D dur eine Fermate auf a hätte, und diese auf der a Saite mit dem 4ten, 5ten, 6ten und 7ten Flageolettone, also mit $\begin{matrix} = \\ a, \end{matrix}$ $\begin{matrix} = \\ cis, \end{matrix}$ $\begin{matrix} \equiv \\ e \end{matrix}$ und dem i, welches etwas niedriger als $\begin{matrix} \equiv \\ g \end{matrix}$ ist, endigte, und sodann wieder das Thema in D dur in den gewöhnlichen tiefern Tönen eintreten ließe, es müßte dieses i besser klingen, als die kleine Septime g. Eben so könnte es in einer Violoncell-Composition aus G dur auf der d Saite geschehen.

Was man aber auch für einen Gebrauch von diesem i möge in gewissen einzelnen Fällen machen können, so wird es doch nicht tauglich seyn, in unser Musiksystem allgemein aufgenommen zu werden, weil die dadurch entstehende mehrere Verwickelung, und Zerrüttung des Ganzen durch keine hinlänglichen Vortheile möchte ersetzt werden. Es wird auch wohl in allen Fällen mehr für eine Dissonanz, als für eine Consonanz zu halten seyn, und die kleine Terz $\frac{6}{5}$ wird wohl als der geringste Abstand eines Tones von dem andern müssen angesehen werden, welchen das Gehör noch als Consonanz empfinden kann.

## 27.

Da verschiedene Instrumente, z. B. Trompeten, Hörner, wie auch die sogenannte Meertrompete, (ein Saiteninstrument, wovon im 2ten Abschnitte des folgenden Theiles einiges wird gesagt werden) nur diejenigen Töne geben, welche in der natürlichen Zahlenreihe

enthalten sind, so sieht man sich bisweilen genöthigt, anstatt der reinen Töne, solche die ihnen einigermaßen nahe kommen, zu gebrauchen. Die Töne solcher Instrumente, wenn man sie wie gewöhnlich, auf den Grundton C reducirt, sind nebst ihren Zahlenverhältnissen folgende:

| 1, | 2, | 3, | 4, | 5, | 6, | 7, | 8, | 9, | 10, | 11, | 12, | 13, | 14, | 15, | 16, |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (C), | (c), | g, | c̄, | ē, | ḡ, | (b—), | c̿, | d̿, | e̿, | f̿+, | g̿, | a̿—, | (b̿), | h̿, | c̿, | u. s. w. |

Die hier durch Einschließung in ( ) bezeichneten Töne, wie auch solche, die höher sind, als der 16te, pflegt man nicht zum Gebrauche anzuwenden. Durch + zeige ich an, daß ein Ton höher ist, und durch —, daß er tiefer ist, als der Ton eigentlich seyn sollte. Hier wird anstatt der Quarte $\frac{4}{3}$, oder dem reinen f̿ der Ton $\frac{11}{8}$ gebraucht, welcher um $\frac{33}{32}$ zu hoch ist; wenn er durch mehrere Stärke des Blasens ein wenig erhöht wird, gebraucht man ihn auch allenfalls als fis̿. Der 13te Ton, welcher, aus Mangel eines bessern, als a̿ gebraucht wird, oder $\frac{13}{8}$, ist gegen das eigentliche a̿ oder die große Sexte $\frac{5}{3}$ um das Intervall $\frac{40}{39}$ zu tief. Den 7ten Ton und den 14ten als dessen Octave, von welchen im vorigen §. geredet worden, gebraucht man nicht. Diese in der natürlichen Zahlenfolge enthaltenen Töne werden auch öfters bey Volksgesängen gebraucht, indem es den meisten Naturmenschen wohl am leichtesten seyn mag, diese Töne zu fassen und hervorzubringen. Ein Beyspiel vom Gebrauche des 11ten Tones in einem schwäbischen Volksgesange findet sich in der allgem. musikal. Zeitung 1800. Febr. S. 391. in der Note. Ich erinnere mich auch bey einem 2stimmigen Volksgesange in Schwaben den 11ten und 13ten Ton sehr deutlich gehört zu haben.

Wollte man diese natürliche Zahlenreihe weiter und allenfalls bis ins Unendliche fortsetzen, so würde man doch gewisse Tonverhältnisse von dem Grundtone an gerechnet, nie ganz rein erhalten können, z. B. nie eine kleine Terz $\frac{6}{5}$ oder eine Quarte $\frac{4}{3}$, weil keine ganze Zahl existirt, zu welcher sich irgend eine Potenz von 2 wie 3 zu 4, oder wie 5 zu 6 verhalten könnte. Indessen kommt das Intervall $\frac{19}{16}$ der kleinen Terz $\frac{6}{5}$ äußerst nahe, indem es nur um das Comma $\frac{81}{80}$ zu klein ist, es würde also das Gehör den Accord 16 : 19 : 24, oder 1 : $\frac{19}{16}$ : $\frac{3}{2}$ für einen ziemlich richtigen kleinen Dreyklang halten, der wenigstens weit besser wäre, als der kleine Dreyklang von d in der gewöhnlichen diatonischen Tonleiter §. 17, wo die kleine Terz d : f $\frac{32}{27}$ um $\frac{81}{80}$, und die Quinte $\frac{40}{27}$ um eben so viel zu niedrig ist.

Vielleicht liegt der Grund, warum man öfters den Dur- und Moll-Dreyklang mit einander ohne Beleidigung des Gehörs verwechseln kann, mit darinnen, daß dem Gehöre eine Abwechselung von 16 : 19 : 24, und 16 : 20 : 24 nicht zuwider ist. So möchten wohl

noch sonst manche durch sehr zusammengesetzte Zahlen auszudrückende Fortschreitungen deswegen weniger, als man vermuthen sollte, dem Ohre unangenehm seyn, weil dieses, so wie in der Anmerkung zu dem vorigen §. an dem Verhältnisse $\frac{2}{1}\frac{1}{6}$ gezeigt worden, anstatt der würklichen Verhältnisse einfachere Fortschreitungen in der natürlichen Zahlenfolge zu hören sich einbildet.

Um einige von diesen Intervallen mit den im 25sten §. angegebenen besser vergleichen zu können, füge ich sie in Decimalzahlen bey, sowohl die Schwingungszahlen, als auch die Saitenlängen auf dem Monochorde.

| Verhältnisse der Schwingungen: | | Verhältnisse der Saitenlängen: | |
|---|---|---|---|
| $\frac{7}{4}$ | 1,75 | $\frac{4}{7}$ | $0,5714\frac{2}{7}$ |
| $\frac{1}{8}\frac{1}{1}$ | 1,375 | $\frac{8}{1}\frac{8}{1}$ | $0,7272\frac{8}{1}\frac{8}{1}$ |
| $\frac{1}{8}\frac{3}{1}$ | 1,625 | $\frac{8}{1}\frac{8}{3}$ | $0,6153\frac{1}{1}\frac{1}{3}$ |
| $\frac{1}{1}\frac{7}{6}$ | 1,0625 | $\frac{1}{1}\frac{6}{7}$ | $0,9411\frac{1}{1}\frac{3}{7}$ |
| $\frac{1}{1}\frac{9}{6}$ | 1,1875 | $\frac{1}{1}\frac{6}{9}$ | $0,8157\frac{1}{1}\frac{7}{9}$ |
| $\frac{2}{1}\frac{1}{6}$ | 1,3125 | $\frac{1}{2}\frac{6}{1}$ | $0,7619\frac{1}{2}\frac{1}{1}$ |

Anm. Die Bemerkungen über die Zahl 19 u. s. w. habe ich von meinem Freunde Fasch entlehnt.

28.

Da verschiedene, besonders ältere Schriftsteller die Intervalle aus Theilungen der Octave herleiten, so wird es nöthig seyn, hiervon noch einiges zu erwähnen. Es besteht die Theilung eines Verhältnisses darin, daß man zwischen zwey Zahlen eine oder mehrere Mittelproportionalzahlen findet, und also aus einem größern Verhältnisse zwey oder mehrere kleinere hervorbringt. Die Theilung eines Tonverhältnisses kann seyn arithmetisch, oder harmonisch, oder geometrisch.

Durch die arithmetische Theilung erhält man Verhältnisse, bey denen die Differenzen der Glieder einander gleich sind. Soll ein Verhältniß in zwey andere getheilt werden, so setzt man die Hälfte der Summe beyder Zahlen zwischen diese. Wenn z. B. die Octave 1 : 2 arithmetisch getheilt werden soll, so ist $1 + 2 = 3$; die Hälfte davon ist $1\frac{1}{2}$; man erhält also 1, $1\frac{1}{2}$, 2, oder in ganzen Zahlen 2, 3, 4, also die Quinte 2 : 3, und die Quarte 3 : 4. Eben so erhält man durch Theilung der Quinte 2 : 3 die große Terz 4 : 5 und

die kleine Terz 5 : 6; die große Terz 4 : 5 theilt sich in den großen ganzen Ton 8 : 9 und den kleinen ganzen Ton 9 : 10; die große Sexte 3 : 5 theilt sich in die Quarte 3 : 4 und die große Terz 4 : 5.

Durch die sogenannte harmonische Theilung erhält man Verhältnisse, bey welchen sich die Differenz des ersten und zweyten Gliedes zur Differenz des zweyten und dritten Gliedes verhält, wie das erste Glied zum dritten. Wenn nähmlich m die eine, n die andere gegebene Zahl, und x die zu suchende Mittelproportionale bedeutet, so ist $(x-m):(n-x)=m:n$, es wird also seyn $x=\frac{2mn}{m+n}$, d. i. man verdoppelt das Product der beyden Zahlen und dividirt es durch deren Summe. Wenn also das Verhältniß 1 : 2 soll harmonisch getheilt werden, so ist $(1\times 2)\times 2=4$, und $2+1=3$, die gesuchten Zahlen werden also seyn 1, $\frac{4}{3}$, 2, oder in ganzen Zahlen ausgedrückt 3, 4, 6, man erhält also durch diese Theilung der Octave erst die Quarte 3 : 4, sodann die Quinte 2 : 3. Auf ähnliche Art theilt sich die Quinte 2 : 3 in die kleine Terz 5 : 6 und die große Terz 5 : 6; die große Terz 5 : 6 in den kleinen ganzen Ton 9 : 10 und den großen ganzen Ton 8 : 9; die große Sexte 3 : 5 in die große Terz 4 : 5 und die Quarte 3 : 4. Wollte man aber nicht zwischen zwey Zahlen die harmonische Mittelproportionale, sondern aus zwey gegebenen neben einander befindlichen Zahlen einer harmonischen Reihe die folgende Zahl derselben finden, so wird diese seyn $=\frac{mn}{2m-n}$.

Man erhält, wie so eben ist gezeigt worden, durch arithmetische und harmonische Theilung einerley Tonverhältnisse, nur mit dem Unterschiede, daß man bey der arithmetischen Theilung erst das größere, und sodann das kleinere Glied, bey der harmonischen aber erst das kleinere und sodann das größere Glied erhält. Wenn man aber, wie von den meisten Schriftstellern geschehen ist, nicht die Zahlenverhältnisse der Schwingungen, sondern die Verhältnisse der Saitenlängen theilt, so wird, wie schon Anfangs bemerkt worden, jedes hier gebrauchte Verhältniß in umgekehrter Ordnung der Zahlen genommen, mithin wird man sodann durch arithmetische Theilung erst das kleinere und sodann das größere Glied, durch harmonische Theilung aber erst das größere und sodann das kleinere Glied erhalten.

Außer den hier erwähnten Verhältnissen pflegt man keine andern arithmetisch oder harmonisch zu theilen, und findet sodann die übrigen Intervalle dadurch, daß man jedem gefundenen Tone wieder dergleichen Intervalle giebt, d. i. durch harmonische Addition,

die eine eigentliche Multiplication der Tonverhältnisse ist, oder auch durch harmonische Subtraction der Intervalle, welche in einer Division eines Verhältnisses durch das andere besteht. Man findet also bey dieser Art der Darstellung eben dasselbe, was bisher hier auf etwas andere Art ist vorgetragen worden.

Will man die arithmetische Theilung weiter fortsetzen, so findet man nach und nach die §. 27. erwähnte natürliche Reihe der Schwingungszahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, und so fort; aber durch weitere Fortsetzung der harmonischen Theilung würde man die Reihe der diesen Tönen zukommenden Saitenlängen 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ u. s. w. erhalten.

Die geometrische Theilung, durch welche man Verhältnisse erhält, deren Quotienten gleich sind, läßt sich zwar nicht zu Findung der Intervalle anwenden, desto brauchbarer ist sie aber, wie im folgenden Abschnitte wird gezeigt werden, zu gewissen nothwendigen Abänderungen derselben.

1. Anm. Marpurg hat in seiner sehr lehrreichen Schrift: Versuch über die musikalische Temperatur (Breßlau 1776. 8.) im 11ten §. ein Versehen begangen, indem er die harmonische Theilung der großen Sexte $\frac{5}{3}$ nicht erwähnt, dagegen aber gesagt hat, daß die kleine Sexte sich in die Quarte und kleine Terz theilen lasse, da man doch durch eine solche Theilung ganz andere Verhältnisse, nähmlich $\frac{1}{1}\frac{3}{0}$ und $\frac{1}{1}\frac{6}{3}$ erhalten würde.

2. Anm. Leibnitz erwähnt in epist. ad diversos tom. I. ep. 154. eine Theilung der Saite des Monochords in extrema et media ratione, er will nähmlich, daß die Saite so in 2 Theile getheilt werde, daß die ganze Saite sich zu dem größern Theile, wie dieser zum kleinern Theile verhalte. Bemerkungen darüber von Hrn. Senator Schübler in Heilbronn finden sich in Voßlers musikalischen Correspondenz der deutschen filarmonischen Gesellschaft 1791. Nr. 23 und 24. Es ist diese Theilung eben dasselbe, was von einigen ältern Mathematikern, die besondere Eigenschaften darin finden wollten, sectio aurea, oder sectio divina genennt worden ist. Da ich hier die Tonverhältnisse nicht aus den Saitenlängen, sondern aus den Schwingungszahlen herleite, so müßte hier die Aufgabe so ausgedrückt werden: zu einer gegebenen Zahl zwey stetige geometrische Prodortionalzahlen zu finden, deren Summe der gegebenen Zahl gleich ist. Wenn die gegebene Zahl 1 ist, so wird die zweyte Zahl seyn $= \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ und die dritte Zahl $= \frac{3-\sqrt{5}}{2}$, die gesuchten Zahlen werden also seyn 1 : 0,618033988.. : 0,381966011.. Das Verhältniß der dritten Zahl zur 2ten, und dieser zur ersten fällt zwischen die kleine und große Sexte, und das Verhältniß der dritten zur ersten fällt zwischen die große Terz und Quarte. Zu Erhaltung brauchbarer Intervalle scheint diese Rechnungsart nicht anwendbar zu seyn.

29.

Bisher war von den Verhältnissen der Töne unter sich die Rede, was aber deren absolute Zahlen der Schwingungen betrift, so werden sie sich zwar nicht mit Genauigkeit allgemein angeben lassen, weil man an einem Orte die Töne höher oder tiefer als an andern, zu stimmen pflegt; jedoch wird man ungefähr folgende Zahlen als mittlere annehmen können:

das 32 füßige C, welches der tiefste Ton ist, von dem man Gebrauch zu machen pflegt, macht in einer Secunde ungefähr 32 Schwingungen,

das 16 füßige oder Contra C ungefähr 64 Schwingungen,

das 8 füßige oder große C, welches das tiefste c auf dem Klaviere ist, 128 Schwingungen,

das 4 füßige oder ungestrichene c 256,

das 2 füßige oder eingestrichene $\bar{c}$ 512,

das 1 füßige oder 2 gestrichene $\bar{\bar{c}}$ 1024,

das $\frac{1}{2}$ füßige oder 3 gestrichene $\bar{\bar{\bar{c}}}$, welches das höchste auf dem Klaviere ist, 2048,

das $\frac{1}{4}$ füßige oder 4 gestrichene $\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}$ 4096,

das $\frac{1}{8}$ füßige oder 5 gestrichene $\bar{\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}}$ 8192,

das $\frac{1}{16}$ füßige oder 6 gestrichene $\bar{\bar{\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}}}$, welches kaum noch wird können deutlich hervorgebracht und unterschieden werden, 16384 Schwingungen in einer Secunde.

Die Benennung von der Zahl der Füße hat ihre Beziehung auf die Länge der größten zu diesen Tönen gehörigen offenen Pfeifen in einer Orgel. Die höchsten Octaven werden nur bey wenigen Registern der Orgel gebraucht. Den Tönen in jeder Octave giebt man ihre Benennung von dem tiefern c in derselben, so wird z. B. die Octave zwischen dem 8 füßigen und 4 füßigen c die 8 füßige Octave oder auch die große Octave, die zwischen dem 4 füßigen und 2 füßigen c die 4 füßige oder ungestrichene Octave u. s. w. genennt, und jeder Ton in derselben Octave erhält eine ähnliche Benennung.

Anm. L. Euler giebt in tentam. nov. theor. Music. cap. I. für das 8 füßige C 118 Schwingungen an, und in einem Aufsatze de motu aëris in tubis §. 62. in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. XVI 125 Schwingungen, mit welcher letztern Angabe eine an Saiten angestellte Beobachtung von Marpurg übereinstimmt, die er in der Vorrede zu seinem Versuche über die Temperatur erwähnt. Die Ursache von dieser Verschiedenheit der Angaben liegt darinnen, weil man ehemals die Instrumente nicht so hoch zu stimmen pflegte, als jetzt. Der Kapellmeister Sarti in Petersburg hat der dortigen Akademie der Wissenschaften 1796 einige Versuche vorgezeigt, woraus

erhellet, daß das 1 gestrichene $\bar{a}$, wonach dort die dritte Saite der Violine gestimmt wird, (nach seiner Art sich auszudrücken) 436 Schwingungen in einer Secunde macht, es sind hierunter aber doppelte Schwingungen zu verstehen, die aus einem Hingange und Rückgange zusammengesetzt sind (so wie solche auch von Newton und Sauveur eine Schwingung genennt werden); wenn man aber, so wie es gewöhnlicher ist, und hier auch geschieht, jeden einzelnen Schlag eine Schwingung nennt, so macht dieses 1 gestrichene a in einer Secunde 872 einfache Schwingungen, und mithin das zweygestrichene $\bar{\bar{c}}$, dessen Schwingungen sich gegen die des a wie $\frac{6}{5}$ verhalten, ungefähr 1046 Schwingungen in einer Secunde, es ist also dort eine sehr hohe Stimmung gewöhnlich. Ich habe die vorher angegebenen Zahlen sowohl deswegen angenommen, weil sie zwischen den höchsten und niedrigsten Angaben ungefähr in der Mitte stehen, als auch, weil die hier angegebenen Zahlen Potenzen von 2 sind, und es also weniger weitläuftig ist, bey jedem relativen Tonverhältnisse sich auch das absolute bey einer jeden gegebenen Tonhöhe sogleich mit vorzustellen. In Sulzers Theorie der schönen Künste wird mit Unrecht behauptet, daß der Ton, welcher 392 Schwingungen macht, das 8 füßige a sey; er kommt vielmehr bey einer etwas niedrigen Stimmung ungefähr mit dem 4 füßigen oder ungestrichenen a überein. Die Richtigkeit der Angaben erhellt aus vielen Berechnungen und Beobachtungen von Euler, Marpurg und andern mehr.

Ich schlage hier ein sehr leichtes und einfaches Mittel vor, die absolute Zahl der Schwingungen bey einem jeden Tone sogleich durch den Augenschein zu bestimmen, welches so viel ich weiß, noch von Niemanden ist angegeben oder gebraucht worden. Es besteht darin, daß man einem klingenden Körper, der überall eine gleiche Dicke und Consistenz hat, eine solche Länge giebt, daß man die Schwingungen (welche aber sodann noch nicht hörbar sind) bequem zählen und mit den Schwingungen eines Secunden-Pendels vergleichen kann, und ihn nachher so weit abkürzt, daß er mit dem zu untersuchenden Tone im Einklange ist, hierauf aber die Länge, bey welcher er diesen Ton giebt, mit der Länge, bey welcher man eine gewisse Zahl von Schwingungen in einer Secunde abgezählt hatte, vergleicht. Anfangs vermuthete ich, daß eine Saite sich möchte dazu gebrauchen lassen, wenn man ihr eine solche Länge gäbe, daß sie bey einer gewissen Spannung, welche zu mehrerer Genauigkeit durch ein Gewicht geschehn müßte, etwa 1, 2, oder 4 Schwingungen in einer Secunde machte, welche sich würden mit Hülfe einer Secundenuhr abzählen lassen; wenn man hierauf sie durch einen untergesetzten Steg soweit abkürzte, als nöthig ist, um den verlangten Ton zu erhalten, wo denn sogleich aus dem Verhältnisse der Länge des klingenden Theiles zu der ganzen Saitenlänge die Zahl der Schwingungen, welche im umgekehrten Verhältnisse der Saitenlängen ist, sich ergeben würde; bey einigen Versuchen, die ich deshalb anstellen wollte, fand ich aber, daß wegen mancher kreißförmigen Bewegungen, die sich unter die schwingenden Bewegungen der Saite mengen, wie auch wegen der mancherley Schwingungen der aliquoten Theile die Hauptschwingung der ganzen Saite sich nicht mit der erforderlichen Genauigkeit beobachten ließ, weshalb ich also nachher eine andere Art von klingendem Körper mit bessern Erfolge anwendete. Es schickt sich nähmlich ein schmaler und nicht allzu dicker, aber hinlänglich langer Stab oder Streif von Eisen oder Messing oder einem andern hinlänglich elastischen Metalle am besten dazu. Er muß so viel, als möglich, überall von gleicher Dicke seyn, daher es gut seyn würde, ihn vorher durch ein Streckwerk gehen zu lassen. Die Streifen oder parallelepipedischen Stäbe, deren ich mich hierzu bedient habe, sind etwa 2 Ellen lang, einen halben Zoll breit, und beynahe eine Linie dick. Die

Ursache, warum ein solcher Stab mehrere Breite als Dicke haben muß, ist, weil dadurch manche außerdem mit eintretende Seitenbewegungen oder Kreißbewegungen, welche die Beobachtungen erschweren würden, vermieden werden. Einen solchen Stab oder Streifen spannt man in einen ganz unbeweglichen Schraubenstock so weit ein, daß das hervorragende Ende lang genug bleibt, um so langsame Schwingungen zu machen, daß man sie nicht hören, desto besser aber mit Hülfe einer Secundenuhr, deren Schläge man hört, abzählen kann. Die Länge des Stabes, welche erfordert wird, um die beobachtete Zahl der Schwingungen zu geben, bemerkt man durch einen Strich. Wenn man nun wissen will, wie viele Schwingungen ein gegebener Ton in einer Secunde macht, so spannt man den Stab so weit in den Schraubenstock ein, daß das hervorragende Ende kurz genug ist, um eben denselben Ton zu geben, worauf man die Zahl der Schwingungen, welche der gegebene Ton in einer Secunde macht, durch Vergleichung der Größe des kürzern Theiles, welcher diesen Ton gab, mit der Größe des längern Theiles, dessen Schwingungen man abgezählt hat, sehr leicht finden kann. Nur ist hierbey zu bemerken, daß bey einem Stabe die Töne, (wenn blos die Länge sich verändert) sich nicht etwa umgekehrt wie die Längen, sondern wie die umgekehrten Quadrate der Längen verhalten. Man kann sich die Sache noch mehr erleichtern, und einen solchen Stab als Maasstab der Schwingungszahlen aller Töne gebrauchen, wenn man ihn in Voraus gehörig hierzu abtheilt. Wollte man sich eines so langen und dünnen Stabes bedienen, daß das aus dem Schraubenstocke hervorragende Stück eine Schwingung in einer Secunde macht (nähmlich so, daß seine einzelnen Schläge mit den Schlägen eines Secunden-Pendels gleichzeitig sind), so würde der Stab, wenn man nur die Hälfte des vorigen Stückes hervorragen läßt, vier Schwingungen in einer Secunde machen. Es würde aber ganz unnütz und unbequem seyn, sich eines so langen Stabes zu bedienen, ich rathe also, dem Stabe nur eine solche Länge zu geben, daß er, wenn man ihn nahe am Ende einspannt, in einer Secunde 4 Schwingungen macht, welche sich sehr bequem und mit aller Genauigkeit abzählen lassen. Verkürzt man diesen schwingenden Theil um die Hälfte durch ein neues Einspannen, so wird dieser halb so lange Theil des Stabes in einer Secunde 16 Schwingungen machen, die man aber weder wird zählen, noch hören können, weil sie zu schnell sind, um gezählt, und zu langsam, um gehört zu werden. Spannt man nun von neuen den Stab so ein, daß von dem Theile, welcher vorher 16 Schwingungen machte, nur die Hälfte hervorragt, so wird diese Hälfte, (oder dieser vierte Theil der erstern Länge, wo 4 Schwingungen geschahen) nunmehr 64 Schwingungen in einer Secunde machen, und man wird schon anfangen einen sehr tiefen Ton zu hören, welcher mit dem Contra C übereinkommt. Die Hälfte dieser Länge (oder der 8te Theil der erstern, welche 4 Schwingungen machte), wird 256mahl in einer Secunde schwingen, und man wird das ungestrichene c hören. Eben so wird man bey jeder weitern Verkürzung des Stabes um die Hälfte einen Ton erhalten, der um 2 Octaven höher ist, man wird auch die Zahl der Schwingungen aller dazwischen liegenden Töne sehr leicht finden können, wenn man immer darauf Rücksicht nimmt, daß die Töne sich umgekehrt wie die Quadrate der Längen verhalten, und also der Stab nach den Quadratwurzeln der Tonverhältnisse abgetheilt werden muß. Einen so abgetheilten Stab könnte man füglich Tonmesser oder Tonometer nennen.

Außerdem giebt es auch noch eine andere Art, vermittelst eines solchen Stabes die Schwingungszahlen der Töne zu bestimmen. Ein solcher Stab, der an dem einem Ende befestigt ist,

kann außer der bisher erwähnten Bewegungsart, wo er ganz hin und herschwingt, auch andere Schwingungsarten annehmen, bey denen er sich in mehrere schwingende Theile eintheilt, welche durch ruhig bleibende Stellen von einander abgesondert sind, er giebt dabey auch verschiedene Töne, die mit folgenden Zahlen übereinkommen: 4, 25, $69\frac{4}{9}$, $136\frac{1}{9}$, 225 u. s. w. wie im 5ten Abschnitte des folgenden Theils wird weiter gezeigt werden, welchen ich denen, die Versuche dieser Art anstellen wollen, erst zu lesen anrathe. Wenn man nun den Stab so in den Schraubenstock gespannt hat, daß man, wenn er ganz schwingt, 4 Schwingungen in einer Secunde zählt, so wird der 2te Ton noch nicht hörbar seyn, der dritte aber wird etwas tiefer als Contra D, der 4te wird ungefähr Cis, der 5te B seyn, u. s. w. welche Töne man bey dem gehörigen Verfahren durch Streichen mit dem Violinbogen leicht wird erhalten können. Eben so, wenn man die Länge des Stabes um die Hälfte verkürzt, daß er bey seiner einfachsten Bewegungsart 16 Schwingungen in einer Secunde macht, so wird er bey der 2ten Bewegungsart, bey welcher ungefähr in der Entfernung des dritten Theils von dem freyen Ende eine feste Stelle ist, 100 Schwingungen machen, wobey man ungefähr Contra Gis hören wird u. s. w. So werden, auf welche Art man auch durch Abzählen die Schwingungszahlen der Töne mag zu bestimmen suchen, die Resultate immer bey gehörigem Verfahren mit den oben angegebenen Zahlen übereinkommen.

2. Anm. Sauveur hat in der Hist. de l'Acad. de Paris 1700. die Idee vorgetragen, daß man einen fixen Ton annehmen möchte, damit ein Tonstück an jedem Orte, und zu jeder Zeit in einerley Tonhöhe könne ausgeführt werden. Er schlägt dazu den Ton vor, welcher 100 Schwingungen (also weil er Doppelschwingungen meynt, 200 einfache Schwingungen) in einer Secunde macht, und von einer 5 Pariser Fuß langen Orgelpfeife soll gegeben werden; er würde nach ältern Angaben mit dem A, bey gegenwärtiger höheren Stimmung aber ungefähr mit dem Gis übereintreffen. Es möchten aber wohl weder Pfeifen noch Saiten dazu tauglich seyn, weil beyde zu vielen Veränderungen unterworfen sind; jeder für sich elastische Körper möchte sich hierzu besser schicken, wie denn die gewöhnlichen Stimmgabeln einigermaßen schon diese Absicht erfüllen. Das untrüglichste Mittel, einen solchen festen Ton zu erhalten, würde unstreitig ein solcher Stab seyn, wie vorher beschrieben worden. Die kleinen Ausdehnungen und Zusammenziehungen durch Wärme und Kälte sind viel zu unbeträchtlich, als daß man bey einem solchen Stabe eine Veränderung des Tones bemerken würde, und wenn man ja die äußerste Genauigkeit verlangt, so dürfte nur der Grad des Thermometers zugleich mit bestimmt werden.

## Zweyter Abschnitt.

### Von nothwendigen Abänderungen der Tonverhältnisse, oder von der Temperatur.

30.

Ohngeachtet man die Intervalle, um ihre Entstehung zu erklären, in denen Verhältnissen, welche im vorigen Abschnitte angegeben worden, annimmt, und annehmen muß, so ist es doch unmöglich, sie immer in ihrer arithmetischen Reinigkeit auszuüben, indem die Verhältnisse der Zahlen meistens so beschaffen sind, daß, wenn man gewisse Intervalle ganz rein ausüben will, andere dadurch desto unreiner werden. Wollte man auch auf Klavieren und andern mit festen Tönen versehenen Instrumenten anstatt der in jeder Octave befindlichen 12 Töne 21 annehmen; wollte man auch sowohl im Gesange, als auch auf Instrumenten, wo die Höhe und Tiefe der Töne durch Greifen bestimmt wird, wie z. B. auf Geigeninstrumenten, jedes einzelne Tonverhältniß vollkommen rein ausführen, so daß man die kleinsten enharmonischen Verschiedenheiten, z. B. cis und des, dis und es u. s. w. genau beobachtete, so würden doch, wenn jeder Ton gegen den folgenden in dem reinen Verhältnisse stände, die Töne nicht das gehörige Verhältniß gegen den Grundton behalten, und man würde sich immer weiter von dem ersten Standpuncte entfernen; wenn man hingegen die Töne so ausüben wollte, daß jeder gegen den Grundton (so wie im 25sten §. alle Töne gegen c) das gehörige Verhältniß hätte, so würden die Töne unter einander nicht in den gehörigen Verhältnissen stehen können. Die Berechnung einer äußerst einfachen Folge von 6 Tönen g, c, f, d, g, c, deren Verhältnisse unter einander der Voraussetzung nach 3 : 2, 3 : 4, 6 : 5, 3 : 4 und 3 : 2 seyn sollen,

wird dieses hinlänglich erläutern. Verbindet man diese Verhältnisse gehörig mit einander, so erhält man folgende Reihe von Zahlen:

g, c, f, d, g, c.
243 : 162 : 216 : 180 : 240 : 160.
3 : 2 3 : 4 6 : 5 3 : 4 3 : 2

Hier erscheint also g das erstemahl als 243, das 2temahl als 240, und c das erstemahl als 162, das 2temahl als 160; man würde also um das Verhältniß $\frac{81}{80}$ tiefer endigen, als man angefangen hätte. Wenn nun diese Folge von Tönen mehreremahl wiederholt würde, oder irgend ein anderer längerer Gesang in lauter reinen Intervallen sollte ausgeübt werden, so würde man sich immer weiter von der ersten Tonhöhe entfernen, und wenn mehrere Stimmen ihren Gesang auf diese Art fortsetzten, so würde die eine mehr, die andere weniger in die Höhe oder Tiefe gerathen, und es würde schlechterdings keine erträgliche Zusammenstimmung Statt finden können. Da nun nicht einmahl eine Folge von 6 in so einfachen Verhältnissen stehenden und in einerley diatonischen Tonleiter befindlichen Tönen sich vollkommen rein ausüber läßt, so ist leicht zu erachten, daß bey einer Folge von weniger einfachen Verhältnissen dieses ebenfalls unmöglich seyn müsse. Außer dem jetzt angeführten Beyspiele finden sich mehrere, die noch ärgere Resultate geben, in Marpurgs Versuch über die Temperatur §. 218 und 219. Um nun auch zu zeigen, wie in dem vorigen Beyspiele sich die Töne gegen einander verhalten würden, wenn man in der Absicht den vorigen Uebelstand zu vermeiden und immer in einer Tonhöhe zu bleiben, die Intervalle so ausüben wollte, daß jeder Ton gegen den Grundton das richtige Verhältniß hätte, so werde ich hier die reinen Verhältnisse dieser Töne gegen den als 1 angenommen Grundton beyfügen:

g, c, f, d, g, c.
$\frac{3}{2}$ : 1 : $\frac{4}{3}$ : $\frac{9}{8}$ (oder $\frac{10}{9}$) : $\frac{3}{2}$ : 1.

Auch bey diesem Verfahren erhält man eben so unrichtige Verhältnisse. Nimmt man c : d wie 9 : 10, so beträgt die Quarte d : g nicht 3 : 4 sondern 20 : 27, sie ist also um $\frac{81}{80}$ zu groß. Nimmt man c : d wie 8 : 9 so ist die kleine Unterterz, (so wie auch d : f in der gewöhnlichen diatonischen Tonleiter nach §. 17.) nicht 6 : 5 sondern 32 : 27, und also um $\frac{81}{80}$ zu klein. Wen gegenwärtiges Beyspiel etwa noch nicht hinlänglich von dem Satze: daß es (wenn man nicht etwa blos auf die zu den Dreyklängen des Grundtons und der Quinte gehöri-

gen Töne sich einschränken will) unmöglich sey, eine Folge von Tönen rein auszuüben, überzeugt hat, der wird durch Berechnung anderer in reinen Intervallen fortschreitender Tonfolgen ebenfalls keine andere, als unrichtige Resultate erhalten können.

31.

Da nun, wie jetzt erwiesen worden, die Intervalle (mit Ausnahme der Octave, welche als bloße Wiederholung eines schon vorhandenen Tones ihr Verhältniß 1 : 2 behalten muß) nicht ganz rein dürfen und können ausgeübt werden, so muß man jedes Intervall so sehr der vollkommenen Reinigkeit zu nähern suchen, als es ohne merklichen Nachtheil der andern möglich ist. So wie nun überhaupt jedes in seiner arithmetischen Reinigkeit angenommene Intervall zu Erhaltung eines brauchbaren Tonsystems entweder etwas zu groß, oder etwas zu klein ist, so ist auch der kleine halbe Ton $\frac{2}{2}\frac{5}{4}$ zu dieser Absicht etwas zu klein, und der große halbe Ton $\frac{1}{1}\frac{6}{5}$ etwas zu groß, es ist also zu einem brauchbaren Tonsysteme erforderlich, die halben Töne, sie mögen ihrer Entstehung nach groß oder klein seyn, größer als $\frac{2}{2}\frac{5}{4}$ und kleiner als $\frac{1}{1}\frac{6}{5}$ zu nehmen, und mithin jedes erhöhte Intervall in gleicher Tongröße mit dem benachbarten erniedrigten auszuüben. Wenn man also cis und des, dis und es u. s. f. auf einerley Art ausübt, so bleiben folgende 12 würkliche Töne übrig:

c, cis, d, dis, e, f, fis, g, gis, a, b, h, c,
(des) (es) (fes) (eis) (ges) (as) (ais) (ces) (his)

welche das mit Recht gewöhnlich angenommene Tonsystem ausmachen.

1. Anm. Manche praktische Tonkünstler auf solchen Instrumenten, wo die Töne durch Greifen bestimmt werden, und also der kleinste Unterschied der Töne sich ausdrücken läßt, halten es für eine Unvollkommenheit der Claviere und anderer mit festen Tönen versehenen Instrumente, daß in jeder Octave nur 12 Töne sind, und glauben, daß die Abänderung der arithmetischen Reinigkeit blos diesen Instrumenten zu Gefallen geschehe. Es wird aber wohl das, was in diesem und dem vorigen §. gesagt ist, hinlänglich seyn, um dieses zu widerlegen; es finden sich auch in Kochs Journale der Tonkunst im 1sten Aufsatze des ersten Stücks sehr gute Bemerkungen über die Verwerflichkeit des Commatisirens oder des Unterscheidens der erhöhten und erniedrigten Intervalle.

2. Anm. Einige Schriftsteller haben die Octave in mehrere Theile eintheilen wollen, Berlin in seiner 1767 herausgekommenen Tonometrie, welche sich auch in den Schriften der Drontheimischen Gesellschaft der Wissenschaften befindet, theilt sie in 36 gleiche Theile, Sabbatini in Kirchers Musurgia, tom. I. auf andere Art in 36 Theile, Huygens in 31, andere in 55, Henfling in Miscell. Berolin. tom. X. 150. in 50 Theile, Sauveur in Mém. de l'Acad. de

Paris 1701. in 43 mérides, jede méride in 7 heptamérides, jede heptaméride in 10 décamérides, die Octave hat also nach seinem Systeme 3010 gleiche Theile, welche folgende geometrische Progression ausmachen:

$$1 : \sqrt[3010]{2} : \sqrt[3010]{2^2} : \sqrt[3010]{2^3} : \sqrt[3010]{2^4} : \ldots\ldots 2,$$

durch welche sich alle Intervalle und ihre Abänderungen ohne merkliche Abweichung von der Wahrheit sollen ausdrücken lassen.

32.

Um die Verhältnisse der 12 Stufen unseres Tonsystems gehörig zu bestimmen, sind keine Intervalle brauchbarer, als

1) die Quinten und Quarten, sowohl wegen der Einfachheit ihrer ursprünglichen Verhältnisse, als auch, weil man durch den Zirkel von 12 Quinten alle 12 Töne erhält, es sollen nämlich die 12 Quinten: c : g, g : d, d : a, a : e, e : h, h : fis, fis : cis, cis : gis, gis : dis oder es, es : b, b : f, f : $\bar{c}$, oder auch 12 Quarten c : f, f : b, b : es oder dis, dis : gis, gis : cis, cis : fis, fis : h, h : e, e : a, a : d, d : g, g : $\bar{c}$ eine Octave c : $\bar{c}$ geben.

2) die großen Terzen; drey derselben, c : e, e : gis oder as, as : c sollen eine Octave c : $\bar{c}$ ausmachen.

3) die kleinen Terzen; 4 derselben, c : es oder dis, dis : fis, fis : a, a : $\bar{c}$ sollen eine Octave c : $\bar{c}$ geben.

Folgende Berechnungen werden zeigen, was für Resultate man durch harmonische Addition der in reinen Verhältnissen genommenen Quinten, Quarten, großen und kleinen Terzen erhält.

33.

Die Berechnung der Quinten wird, um die Töne alle innerhalb einer Octave zu erhalten, mit steigenden Quinten 2 : 3 und fallenden Quarten 4 : 3 geschehen, indem die Hinzusetzung oder Hinwegnehmung einer Octave die Natur der Verhältnisse nicht verändert. Aus ebenderselben Ursache geschieht die Berechnung der 12 Quarten mit steigenden Quarten 3 : 4 und fallenden Quinten 3 : 2.

## Berechnung von 12 Quinten.

| | | | |
|---|---|---|---|
| I. | c : g | = | 2 : 3 |
| II. | g : d | = | 4 : 3 |
| | c : d | = | 8 : 9 |
| III. | d : a | = | 2 : 3 |
| | c : a | = | 16 : 27 |
| IV. | a : e | = | 4 : 3 |
| | c : e | = | 64 : 81 |
| V. | e : h | = | 2 : 3 |
| | c : h | = | 128 : 243 |
| VI. | h : fis | = | 4 : 3 |
| | c : fis | = | 512 : 729 |
| VII. | fis : cis | = | 4 : 3 |
| | c : cis | = | 2048 : 2187 |
| VIII. | cis : gis | = | 2 : 3 |
| | c : gis | = | 4096 : 6561 |
| IX. | gis : dis | = | 4 : 3 |
| | c : (dis) (es) | = | 16384 : 19683 |
| X. | es : b | = | 2 : 3 |
| | c : b | = | 32768 : 59049 |
| XI. | b : f | = | 4 : 3 |
| | c : f | = | 131072 : 177147 |
| XII. | f : $\bar{c}$ | = | 2 : 3 |
| | c : $\bar{c}$ | = | 262144 : 531441 |

## Berechnung von 12 Quarten.

| | | | |
|---|---|---|---|
| I. | c : f | = | 3 : 4 |
| II. | f : b | = | 3 : 4 |
| | c : b | = | 9 : 16 |
| III. | b : es | = | 3 : 2 |
| | c : es | = | 27 : 32 |
| IV. | (es) (dis) : gis | = | 3 : 4 |
| | c : gis | = | 81 : 128 |
| V. | gis : cis | = | 3 : 2 |
| | c : cis | = | 243 : 256 |
| VI. | cis : fis | = | 3 : 4 |
| | c : fis | = | 729 : 1024 |
| VII. | fis : h | = | 3 : 4 |
| | c : h | = | 2187 : 4096 |
| VIII. | h : e | = | 3 : 2 |
| | c : e | = | 6561 : 8192 |
| IX. | e : a | = | 3 : 4 |
| | c : a | = | 19683 : 32768 |
| X. | a : d | = | 3 : 2 |
| | c : d | = | 59049 : 65536 |
| XI. | d : g | = | 3 : 4 |
| | c : g | = | 177147 : 262144 |
| XII. | g : $\bar{c}$ | = | 3 : 4 |
| | c : $\bar{c}$ | = | 531441 : 1048576 |

Wenn man die gefundenen Intervalle, die eigentlich eine Octave ausmachen sollen, mit der reinen Octave 1 : 2 vergleicht, so ist das Product von 12 Quinten 262144 : 531441, oder $2^{18} : 3^{12}$ um das Intervall $\frac{5}{5}\frac{3}{2}\frac{1}{4}\frac{4}{2}\frac{1}{8}\frac{1}{8}$ zu hoch, und das Product von 12 Quarten 531441 : 1048576 oder $3^{12} : 2^{20}$ um eben so viel zu niedrig. Es wird deshalb auch nicht nöthig seyn, die Quarten ferner besonders zu betrachten, weil, wenn man einer Quinte etwas wegnimmt, es ganz ebendasselbe ist, als wenn man der durch ihre Umkehrung entstehenden Quarte etwas zusetzt. Da nun 12 Quinten um das Comma $\frac{5}{5}\frac{3}{2}\frac{1}{4}\frac{4}{2}\frac{1}{8}\frac{1}{8}$ höher, als die Octave sind, so kann man füglich annehmen, daß jede Quinte in ihrem reinen Verhältnisse 2 : 3 um $\frac{1}{12}$ dieses Comma zu hoch sey.

34.

Berechnung von drey großen Terzen in ihrem reinen Verhältnisse 4 : 5.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| I. | c : e | = | 4 : | 5 |
| II. | e : gis | = | 4 : | 5 |
| | c : gis | = | 16 : | 25 |
| III. | $\frac{(gis)}{(as)}$ : $\bar{c}$ | = | 4 : | 5 |
| | c : $\bar{c}$ | = | 64 : | 125 |

Dieses Product von 3 großen Terzen, welche eigentlich eine Octave ausmachen sollen, oder $4^3 : 5^3$, ist in Vergleichung mit der reinen Octave 1 : 2 um das Comma $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{8}{5}$ zu klein, mithin ist jede ganz reine große Terz um $\frac{1}{3}$ dieses Comma zu niedrig.

35.

Berechnung von 4 kleinen Terzen in dem reinen Verhältnisse 5 : 6.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| I. | c : es | = | 5 : | 6 |
| II. | $\frac{(es)}{(dis)}$ : fis | = | 5 : | 6 |
| | c : fis | = | 25 : | 36 |
| III. | fis : a | = | 5 : | 6 |
| | c : a | = | 125 : | 216 |
| IV. | a : $\bar{c}$ | = | 5 : | 6 |
| | c : $\bar{c}$ | = | 625 : | 1296 |

Dieſes Product von vier kleinen Terzen oder $5^4 : 6^4$ iſt gegen die Octave um das Comma $\frac{6}{6}\frac{4}{2}\frac{8}{5}$ zu hoch, jede kleine Terz iſt alſo in dem Verhältniſſe $\frac{6}{5}$ um den vierten Theil dieſes Comma zu tief.

36.

Das Comma $\frac{5}{5}\frac{3}{2}\frac{1}{4}\frac{4}{2}\frac{1}{8}$ oder in Decimalzahlen 1,0136.., um welches 12 Quinten gegen die Octave zu hoch, und 12 Quarten zu niedrig ſind, wird das pythagoriſche Comma, von einigen auch das ditoniſche Comma genennt. Es hat ſeinen Namen von der um $\frac{8}{8}\frac{1}{0}$ erhöhten großen Terz $\frac{8}{6}\frac{1}{4}$, deren ſich Pythagaras bediente, und welche Ditonus genennt ward, weil ſie durch Zuſammenſetzung von 2 großen ganzen Tönen $\frac{9}{8}$ entſteht; drey ſolche Terzen überſteigen die Octave um ſoviel, als dieſes Comma beträgt.

Ein Zwölftheil des pythagoriſchen Comma $\frac{3}{3}\frac{2}{2}\frac{8}{7}\frac{0}{6}\frac{5}{8}$ oder in Decimalen 1,0011... wird von einigen Schriftſtellern Schiſma genennt.

Eilf Zwölftheile des pythagoriſchen Comma machen das ſyntoniſche Comma $\frac{8}{8}\frac{1}{0}$ oder 1,0123... aus, welches bey Zuſammenſetzungen reiner Verhältniſſe am gewöhnlichſten erſcheint, und hier ſchon einigemahl vorgekommen iſt. Es wird von Kirnberger und einigen Andern in die beyden Commata $\frac{1}{1}\frac{6}{6}\frac{1}{0}$ und $\frac{1}{1}\frac{6}{6}\frac{2}{1}$ arithmetiſch zerlegt.

Das Comma $\frac{2}{2}\frac{0}{0}\frac{4}{2}\frac{8}{5}$ oder 1,0113..., welches zehn Zwölftheile des pythagoriſchen Comma enthält, nennt man Diaſchiſma.

Der im 34ſten §. gefundene Unterſchied zwiſchen dem Producte dreyer großen Terzen, und der Octave, welcher $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{8}{5}$ oder 1,0235... beträgt, heißt die kleinere Dieſis, ſie enthält $\frac{2}{1}\frac{1}{2}$ des pythagoriſchen Comma.

Der im 35ſten §. gefundene Unterſchied zwiſchen der Octave und dem Producte von 4 kleinen Terzen, $\frac{6}{6}\frac{4}{2}\frac{8}{5}$ oder 1,0368 heißt die größere Dieſis, und enthält $\frac{3}{1}\frac{2}{2}$ des pythagoriſchen Comma.

37.

Wenn man zu mehrerer Brauchbarkeit der Intervalle deren arithmetiſche Reinigkeit etwas abändert, ſo nennt man dieſes eine Temperatur. Die Abweichung eines Intervalles von der arithmetiſchen Reinigkeit wird eine Schwebung genennt. Wenn dieſe Abweichung allzu beträchtlich iſt, ſo hört man dieſes ſeltnere Zuſammentreffen der Schwingungen,

oder diese Schwebung wie einzelne abgebrochene Stöße, die eine sehr widrige Würkung auf das Gehör thun, aber bey einer guten Temperatur muß sie besonders bey consonirenden Intervallen nie so beträchtlich seyn, daß man sie auf diese Art empfindet. Daß überhaupt eine Temperatur nothwendig sey, und daß das pythagorische Comma unter 12 Quinten, die kleine Diesis unter 3 große Terzen, und die größere Diesis unter 4 kleine Terzen vertheilt werden müsse, ist keinem Zweifel unterworfen; nur über die beste Art der Vertheilung sind die Meynungen verschieden. Wenn die nothwendig zu vertheilende Unreinigkeit ganz gleichförmig vertheilt wird, so nennt man dieses eine gleichschwebende Temperatur, wenn aber die Vertheilung ungleichförmig geschieht, eine ungleichschwebende Temperatur.

38.

Es ist ein unbezweifelter Erfahrungssatz, daß, wenn man ein Intervall hört, welches nur äußerst wenig von einem durch einfachere Zahlen auszudrückenden Intervalle abweicht, man das einfachere zu hören glaubt, und daß diese Täuschung desto vollkommener ist, je weniger die Abweichung beträgt. Daß eine solche Täuschung des Gehöres Statt findet, ist auch sehr wohlthätig für uns, weil außerdem schlechterdings keine brauchbare Musik existiren könnte, wie im 30sten §. gezeigt worden. Ob das Intervall, welches man würklich hört, durch ganze Zahlen, oder nur durch Irrationalzahlen ausgedrückt werden kann, macht keinen Unterschied in der Würkung. Da nun die Absicht einer Temperatur keine andere seyn kann, als, die nothwendig zu vertheilende Unreinigkeit so unmerklich, als möglich, zu machen, da man auch bey dem jetzigen Zustande der Tonkunst von allen Intervallen und von allen Tonarten muß können einen vortheilhaften Gebrauch machen, und kein Grund vorhanden ist, ein Intervall oder eine Tonart reiner oder unreiner als die andern auszuüben, so folgt, daß die gleichschwebende Temperatur der Natur am gemäßesten ist, indem bey derselben zwar alle Intervalle, die Octave ausgenommen, unrein sind, jedoch wegen der ganz gleichen Vertheilung der Unreinigkeit die Abweichung eines jeden Intervalles so gering ist, daß das Gehör nirgends beleidigt wird, und jedes Intervall eine eben so gute Würkung thut, als ob es ganz rein wäre.

39.

In der gleichschwebenden Temperatur sind alle gleichartigen Intervalle von gleicher Größe, und die in der Octave enthaltenen 12 halben Töne machen eine geometrische Progression.

Jede Quinte schwebt um $\frac{1}{12}$ des pythagorischen Comma abwärts, jede große Terz um $\frac{1}{3}$ der kleinen Diesis aufwärts, und jede kleine Terz um $\frac{1}{4}$ der größern Diesis abwärts. Kein Intervall wird zum Nachtheil des andern temperirt, sondern, wenn ein Intervall als Quinte gehörig temperirt wird, so erhält es ebendadurch auch sein gehörig temperirtes Verhältniß als große und kleine Terz.

40.

Bey der Berechnung der gleichschwebenden Temperatur kommt alles darauf an, daß man die Octave in 12 geometrisch gleiche Theile eintheilt, und also zwischen 1 : 2 oder zwischen zwey andern beliebigen Zahlen, deren eine halb so groß ist, als die andere, die gehörigen Mittelproportionalen findet, welches auf verschiedene Arten geschehen kann. Eine der einfachsten Arten wird folgende seyn:

Um die Octave in 2 geometrisch gleiche Theile zu theilen, multiplicirt man den Grundton mit seiner Octave und zieht aus dem Producte die Quadratwurzel. Da ich hier für die Octave $c : \bar{c}$, 1 : 2 annehme, so ist die Quadratwurzel von 2 oder 1,41421 .. die gesuchte Mittelproportionale für den Ton fis oder ges.

Nun theile man die Octave auch in 3 geometrisch gleiche Theile. Wenn man zwischen zwey Zahlen, wovon die eine p, die andere q heißen mag, 2 geometrische Mittelproportionalzahlen finden will, so sind sie $p : \sqrt[3]{p^2q} : \sqrt[3]{q^2p} : q$; da nun hier $p = 1$ und $q = 2$ ist, so giebt die Cubicwurzel von 2 oder 1,25992.. den Ton e, und die Cubicwurzel von 4, oder 1,58740 .. den Ton gis.

Aus diesen Zahlen findet man leicht die übrigen, wenn man zwischen zwey gefundenen Zahlen wieder die Mittelproportionale sucht. So giebt

die Quadratwurzel des Products aus c und fis den Ton dis = 1,18921 ..
= = = = = = fis und $\bar{c}$ = = a = 1,68179 ..
= = = = = = c und e = = d = 1,12246 ..
= = = = = = gis und $\bar{c}$ = = b = 1,78180 ..
= = = = = = c und d = = cis = 1,05946 ..
= = = = = = e und fis = = f = 1,33484 ..
= = = = = = fis und gis = = g = 1,49831 ..
= = = = = = b und c = = h = 1,88775 ..

Man erhält also für die innerhalb der Octave c : $\bar{c}$ enthaltenen 12 halben Töne folgende Reihe von Zahlen, denen ich auch die Saitenlängen auf dem Monochorde, welche die Mittelproportionalen zwischen der Länge der ganzen Saite und ihrer Hälfte, oder zwischen 1 und 0,5 sind, beyfüge:

| | Verhältnisse der Schwingungen: | Verhältnisse der Saitenlängen: |
|---|---|---|
| c | = 1,00000 | = 1,00000 |
| cis | = 1,05946 | = 94387 |
| d | = 1,12246 | = 89090 |
| dis | = 1,18921 | = 84090 |
| e | = 1,25992 | = 79370 |
| f | = 1,33484 | = 74915 |
| fis | = 1,41421 | = 70710 |
| g | = 1,49831 | = 66742 |
| gis | = 1,58740 | = 62996 |
| a | = 1,68179 | = 59461 |
| b | = 1,78180 | = 56123 |
| h | = 1,88775 | = 52973 |
| $\bar{c}$ | = 2,00000 | = 50000 |

Eine andere Art der Berechnung, die im Wesentlichen aber mit der vorigen völlig übereinkommt, ist, wenn man die größere gegebene Zahl mit der kleinern dividirt, aus dem Quotienten, welcher hier 2 ist, die 12te Wurzel zieht, und mit dieser die kleinere gegebene Zahl 12mahl hintereinander multiplicirt. Wenn nähmlich c = 1 und $\bar{c}$ = 2 ist, so multiplicirt man, um cis zu erhalten, die Grundzahl 1 mit der 12ten Wurzel von 2 einmahl, um d zu erhalten 2mahl u. s. f. Man drückt gewöhnlich diese geometrische Progression also aus:

c : cis : d : dis : e : f : fis : g : gis : a : b : h : c

$$1 : 2^{\frac{1}{12}} : 2^{\frac{2}{12}} : 2^{\frac{3}{12}} : 2^{\frac{4}{12}} : 2^{\frac{5}{12}} : 2^{\frac{6}{12}} : 2^{\frac{7}{12}} : 2^{\frac{8}{12}} : 2^{\frac{9}{12}} : 2^{\frac{10}{12}} : 2^{\frac{11}{12}} : 2$$

oder

$$1 : \sqrt[12]{2} : \sqrt[12]{2^2} : \sqrt[12]{2^3} : \sqrt[12]{2^4} : \sqrt[12]{2^5} : \sqrt[12]{2^6} : \sqrt[12]{2^7} : \sqrt[12]{2^8} : \sqrt[12]{2^9} : \sqrt[12]{2^{10}} : \sqrt[12]{2^{11}} : 2.$$

Mit den Zahlen selbst ist die Rechnung etwas weitläuftig, mit deren Logarithmen aber kürzer. Um die Kennziffer des Logarithmen größer zu erhalten, setze ich hier 100000 : 200000 anstatt 1 : 2.

$$\begin{array}{rl} l\,200000 = & 5{,}3010300 \\ l\,100000 = & \underline{5{,}0000000} \\ & 0{,}3010300 = l\,2 \\ 12) & \overline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} = l\,\sqrt[12]{2}, \end{array}$$

welcher nun 12mahl hintereinander zu dem Logarithmen der Grundzahl addirt wird.

$$\begin{array}{rl} & 5{,}0000000 = 1{,}00000 = c \\ \text{I.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}0250858\tfrac{1}{3} = 1{,}05946 = cis \\ \text{II.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}0501716\tfrac{2}{3} = 1{,}12246 = d \\ \text{III.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}0752575 = 1{,}18921 = dis \\ \text{IV.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}1003433\tfrac{1}{3} = 1{,}25992 = e \\ \text{V.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}1254291\tfrac{2}{3} = 1{,}33484 = f \\ \text{VI.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}1505150 = 1{,}41421 = fis \\ \text{VII.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}1756008\tfrac{1}{3} = 1{,}49831 = g \\ \text{VIII.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}2006866\tfrac{2}{3} = 1{,}58740 = gis \\ \text{IX.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}2257725 = 1{,}68179 = a \\ \text{X.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}2508583\tfrac{1}{3} = 1{,}78180 = b \\ \text{XI.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}2759441\tfrac{2}{3} = 1{,}88775 = h \\ \text{XII.} & \underline{0{,}0250858\tfrac{1}{3}} \\ & 5{,}3010300 = 2{,}00000 = \bar{c}. \end{array}$$

Es läßt sich auch noch durch manche andere Berechnungsarten, die ich, um unnöthige Weitläuftigkeit zu vermeiden, nicht weiter vortrage, z. B. wenn man von den Producten des Quintenzirkels (§. 33.) nach und nach $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$ ꝛc. des pythagorischen Comma abzieht, ganz ebendasselbe finden.

1. Anm. Um die Lehre von der Temperatur und von den Tonverhältnissen überhaupt hat sich Marpurg durch seinen Versuch über die musikalische Temperatur (Breßlau 1776. 8.) vorzüglich verdient gemacht. Vorher hat besonders Neidhard in seiner mathematischen Abtheilung des Monochords 1732, viel richtiges darüber gesagt. Tiberius Cavallo hat auch in seinem Aufsatze of those musical instruments, in which the tones, keys and frets are fixed, in den Philosoph. Transact. Vol. LXXVIII. for 1788. p. II. die Lehre von der gleichschwebenden Temperatur vorgetragen. Lambert hat in seinen Remarques sur le tempérament en musique in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1774, welcher Aufsatz auch in Marpurgs historisch-kritischen Beyträgen zur Aufnahme der Musik im 6ten Stücke des 5ten Bandes ins Deutsche übersetzt ist, gezeigt, daß 7 reine Quinten in dem Verhältnisse $\frac{3}{2}$ + eine reine große Terz $\frac{5}{4}$ das Verhältniß einer gleichschwebend temperirten Quinte $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{3}{9}\frac{8}{3}\frac{4}{5}$ geben, indem 7 reine Quinten um eben so viel zu hoch sind, als eine reine große Terz zu tief ist, wovon Marpurg im 18ten Abschnitte seines Versuches über die Temperatur practischen Gebrauch bey der Stimmung zu machen lehrt, welches ich aber nicht für rathsam halte, weil man bey der Stimmung so vieler Töne als hier nöthig sind, nie gewiß seyn kann, ob man jeden vollkommen rein gestimmt habe, indem das Ohr ganz kleine Abweichungen von der wahren Reinigkeit nie bemerkt. Wie die gleichschwebende Temperatur geometrisch oder wenigstens mechanisch construirt, d. i. das Verhältniß der Töne durch Linien ausgedrückt werden könne, hat Moses Mendelsohn in Marpurgs historisch-kritischen Beyrägen zur Aufnahme der Musik, im 2ten Stücke des 5ten Bandes gezeigt, es lehrt auch Sturm in seiner deutschen Uebersetzung des Archimedes, in den Anmerkungen zu dem ersten Lehrsatze des 2ten Buches, wie auf verschiedene von ältern Mathematikern schon angegebene Arten zwischen zwey Linien mehrere Mittelproportionalen können gefunden werden. Im 5ten Bande der Abhandlungen der Schwedischen Academie der Wissenschaften hat Strähle die geometrische Construction einer seiner Meynung nach gleichschwebenden Temperatur angegeben, Faggot hat sie berechnet, es ist aber die ganze Rechnung unrichtig ausgefallen, weil er gleich bey einem der ersten Dreyecke durch Verwechselung der Columnen in den trigonometrischen Tafeln Logarithmen der Sinus anstatt Logarithmen der Tangenten genommen hat; wenn man aber auch, wie Funk in seiner Abhandlung de sono et tono die Rechnung richtig führt, so kommt doch eine sehr ungleichschwebende Temperatur heraus, wo sogar 4 Quinten g : d. gis : dis, a : e, und b : f über sich schweben. Aus den Mémoires concernant les Chinois tom. VI. par Amiot, (Paris 1780.) P. II. art. 3. ist zu ersehen, daß auch die Chinesen sich der gleichschwebenden Temperatur bedienen; die dort angegebenen Längen der Pfeifen kommen ganz damit überein, und auf der 21sten Kupfertafel sind die 12 Lu oder halben Töne, welche von den ältern Chinesen sehr ungleich angenommen wurden, von den neuern Chinesen folgendermaßen nach den Saitenlängen berechnet angegeben:

f = 10,000,000,000,
fis = 9,438,704,312,
g = 8,908,908,718,
gis = 8,408,906,415,
a = 7,937,000,525,
b = 7,491,503,538,
h = 7,071,006,781,
c = 6,674,109,927,
cis = 6,299,600,524,
d = 5,946,003,557,
dis = 5,612,301,024,
e = 5,297,301,547,
f = 5,000,000,000.

27. Anm. Bey der practischen Ausübung des Stimmens ist es hinlänglich, wenn man jede Quinte ein klein wenig, so daß es kaum bemerkbar ist, abwarts, und jede große Terz ein wenig aufwärts schwebend stimmt; wenn man dadurch auch nicht immer die gleichschwebende Temperatur vollkommen erreicht, so wird man doch sich ihr so nähern, daß der Unterschied unbeträchtlich seyn wird, und wenigstens allemahl eine bessere Stimmung erhalten, als wenn man irgend eine Quinte oder Terz absichtlich reiner oder unreiner, als die andern stimmt. Das Gehör kann allenfalls ohne Widerwillen eine abwärtsgehende Quintenschwebung vertragen, die etwas mehr, als $\frac{1}{12}$ des pythagorischen Comma beträgt; Marpurg sieht ungefähr $\frac{2\frac{1}{2}}{12}$ als die äußerste Gränze der leidlichen Quintenschwebungen an. Die von einigen gegen die gleichschwebende Temperatur gemachte Einwendung, daß es fast unmöglich seyn möchte, sie practisch auszuüben, ist also von keiner Bedeutung, indem die Erfahrung lehrt, daß es eben so schwer ist, ein Intervall vollkommen rein, als ein Intervall gehörig temperirt zu hören und zu stimmen. Bey Instrumenten, wo die Töne nicht nach Belieben können ausgehalten werden, wie z. B. bey dem Claviere, dem Fortepiano, der Harfe, wird bey weitem nicht die Genauigkeit der Stimmung erforderlich seyn, als bey solchen, wo die Töne länger fortdauern, wie z. B. bey der Harmonika, dem Clavicylinder, dem Euphon, wie auch bey der Orgel, wo besonders bey lang ausgehaltenen Intervallen oder Accorden jede etwas beträchtliche Abweichung von der Reinigkeit weit auffallender ist, und sich dem Gehöre durch abgebrochene Stöße, die von dem seltnern Zusammentreffen der Schwingungen herrühren, zu erkennen giebt. Da ich die Schwierigkeiten einer sehr genauen Stimmung bey dem Bau eines Euphons bisweilen zu großem Verdrusse durch die Erfahrung kennen gelernt habe, so könnte es vielleicht für manchen, der ein Instrument, wo man die Töne nach Belieben aushalten kann, so rein als möglich, stimmen will, von einigem Nutzen seyn, wenn ich hier noch einige Bemerkungen beyfüge. Wollte man sich eines gehörig abgetheilten Monochordes bedienen, so würde man doch

den Endzweck nicht ganz erreichen, weil die Saite bey einem solchen Gebrauche öfters ein wenig nachläßt, besonders durch Berührung und Ausdehnung mit den Fingern, weil auch, wenn die Saite auf den untergesetzten Steg nur locker aufliegt, der Ton nicht genau genug bestimmt wird, wenn man aber die Saite an den Steg ein wenig andrückt, oder wenn man sich eines etwas höhern Steges bedient, auf den die Saite scharf aufliegt, der Ton durch diese stärkere Spannung der Saite ein wenig erhöht wird; über dieses ist es auch schon schwer genug, einen Ton mit dem andern vollkommen in den Einklang zu stimmen. Es wird also wohl besser seyn, sich bey der Stimmung eines Instrumentes blos auf das Gehör zu verlassen, aber keinen Ton, so richtig gestimmt er auch anfangs scheinen möge, eher für richtig gestimmt zu halten, als bis man ihn so viel als möglich, in Verbindung mit andern Tönen gehört hat, ohne eine unangenehme Würkung zu bemerken. Besonders wird man nicht im Stande seyn, die Richtigkeit einer Quinte ganz genau zu beurtheilen, als bis man die zu dem Dreyklange gehörige große Terz mithören kann. So wird man z. B. bey der gewöhnlichen Art quintenweise zu stimmen nicht eher wissen können, ob man die Quinte c : g richtig genug abgestimmt habe, als bis die Quinten c : g, g : d, d : a, a : e gestimmt sind, und das e als große Terz mit angegeben werden kann. Wenn nun, wie es öfters der Fall ist, die zu dem Dreyklange gehörigen Töne c, e, g nicht recht zusammenpassen wollen, so daß z. B. die große Terz zu sehr über sich schwebt, so ist es öfters schwer, ausfindig zu machen, bey welcher von den 4 Quinten, durch welche man bis zur großen Terz gelangt ist, man gefehlt habe, und wo man also nachhelfen müsse. Ich bediene mich also lieber einer andern Ordnung des Stimmens, bey welcher man eher dazu gelangen kann, einen Ton in Verbindung mit andern zu hören. Nähmlich ich stimme erst den Terzencirkel c, e, gis, c, so daß jede der 3 Terzen c : e, e : gis, $\frac{(as)}{(gis)}$ : c, soviel als möglich der andern gleich wird, wobey aber doch in der Folge, wenn diese Töne in Verbindung mit andern gehört werden, noch etwas möchte nachzuhelfen seyn. Hierauf stimme ich g, über dessen Richtigkeit als Quinte von c sich nun besser urtheilen läßt, da man den vorhandenen Ton e mit zu Hülfe nehmen kann, sodann den Ton h als Quinte von e, zu dessen Beurtheilung die vorhandenen Töne gis und g behülflich sind, hernach den Ton dis, zu dessen Abstimmung außer der Unterquinte gis auch die Töne h, c und g zu Statten kommen. Alsdenn stimme ich die Terzenzirkel d, fis, b, und f, a, cis, zu deren Beurtheilung Töne genug vorhanden sind. Will man auch nach gehörig vollendeter Temperatur die noch übrigen höhern und tiefern Octaven stimmen, so ist es bisweilen noch nicht genug, wenn ein Ton als Octave eines andern richtig gestimmten Tones gut klingt. Ich glaube nähmlich mit Recht behaupten zu können, daß vielleicht niemand im Stande seyn möchte, eine Octave, ja nicht einmahl zwey Töne in Einklang für sich vollkommen rein abzustimmen. Will man sich von dieser Behauptung, die vielleicht mancher Stimm-Meister nicht wird zugeben wollen, für die ich aber, wenn es nöthig wäre, Autoritäten vorzüglicher Tonkünstler anführen könnte, durch die Erfahrung überzeugen, so stimme man auf einem Instrumente, wo sich die Töne aushalten lassen, (wie auf einer Orgel, einer Harmonika, einem Bogenflügel) das eingestrichene c nebst seinem großen Dreyklange so richtig, als möglich, so daß die große Terz e ein wenig erhöhet, und die Quinte g ein wenig erniedrigt ist, und dieser Dreyklang eine gute Würkung auf das Gehör thut, sodann stimme man das 2 gestrichene c, c, und g, jedes für sich allein, als Octave des tiefern, aber ohne einen andern Ton zu Hülfe

zu nehmen, oder im Gedächtnisse behalten zu haben, und gebe sodann die Töne $\overline{\overline{c}}$, $\overline{\overline{c}}$, $\overline{\overline{g}}$ zusammen an, so wird man meistens finden, daß sie nicht recht zusammen passen, und bey einem und andern noch ein wenig muß nachgeholfen werden. Die Ursache liegt darin, weil das Gehör bey einem Intervalle, es sey welches es wolle, öfters eine sehr kleine Abweichung von der Reinigkeit nicht bemerkt, und z. B. ein Intervall wie $\frac{1,0001}{1,0000}$ oder $\frac{0,9999}{1,0000}$ gewiß für einen Einklang, und $\frac{2,0001}{1,0000}$ oder $\frac{1,9999}{1,0000}$ für eine Octave halten würde, dahingegen, wenn ein solcher nur wenig abweichender Ton mit mehreren zusammen gehört wird, diese Unreinigkeit auffallender wird, besonders wenn vielleicht andere Töne auf die entgegengesetzte Art von der wahren Reinigkeit abweichen. Man halte also z. B. das obere c, wenn es auch als Octave rein zu seyn scheint, doch nicht eher für vollkommen richtig gestimmt, als bis man es in den Verbindungen c, e, g, c; f, a, c; es, as, c; e, a, c u. s. w. gehört und wohlklingend gefunden hat, und so verfahre man bey jedem neuen Tone. Bisweilen hat mir sogar auch der Gebrauch eines Tones als kleine oder verminderte Septime in solchen Verbindungen wie d, fis, a, c, oder dis, fis, a, c noch manche vorher versteckt gewesene kleine Unreinigkeit bemerkbar gemacht.

Wie wenig übrigens manche sonst geschickte Tonkünstler im Stande sind, eine Quinte rein zu stimmen, sieht man öfters an den Geigen-Instrumenten in einem Orchester. Will man genau untersuchen, ob auf einem Violoncell oder andern Geigeninstrumente 2 Saiten würklich mit einander eine reine Quinte machen, so nehme man den 3ten Flageolet-Ton der tiefern Saite, wobey sie sich in 3 Theile theilt, mit dem 2ten Flageolet-Tone der höhern Saite, wo diese sich in 2 Theile theilt, zusammen; wenn die Grundtöne eine richtige Quinte machen, müssen diese beyden Flageolet-Töne im Einklange stehen.

## 41.

Ungleichschwebende Temperaturen sind auf unendlich verschiedene Art möglich; fast jeder Urheber einer solchen Temperatur erklärt die seinige für die beste, oder für die einzige natürliche; sie sind aber ohne Ausnahme nicht zu billigen, weil durch keine derselben die Absicht einer jeden Temperatur, den Tönen die möglichste Brauchbarkeit zu geben, so erreicht wird, wie durch die gleichschwebende. In so weit jedoch ein kleineres Uebel einem größern vorzuziehn ist, kann man ihren relativen Werth also bestimmen:

1) Je mehrere ganz reine Quinten in einer Temperatur angenommen werden, desto schlechter ist sie, weil alsdenn die wenigern Quinten, unter welche das pythagorische Comma vertheilt werden muß, nebst andern davon abhängigen Tonverhältnissen desto unleidlicher werden. Es war besonders ehemahls ein gewöhnliches Vorurtheil, daß eine Temperatur desto besser seyn müsse, je mehrere ganz reine Tonverhältnisse sie enthielte. Der Erfolg davon war, daß einige Töne wegen ihrer größern Unreinigkeit fast ganz

unbrauchbar wurden. Man suchte gewöhnlich diese Unreinigkeit, die wegen des Geheules solcher Töne der Wolf genennt ward, in solche Tonarten zu verstecken, von denen man am wenigsten Gebrauch machte, wie dieses an vielen alten Orgeln zu bemerken ist.

2) Je ungleicher das pythagorische Comma unter die abwärts schwebenden Quinten vertheilt wird, desto untauglicher ist die Temperatur.

3) Die untauglichsten Temperaturen sind solche, in welchen sich aufwärtsschwebende Quinten befinden, weil alsdenn unter die übrigen Quinten nicht allein das pythagorische Comma, sondern noch außerdem das Uebermaß der aufwärtsschwebenden Quinten vertheilt werden muß.

Die gewöhnlichsten abgeänderten Intervalle, welche man in ungleichschwebenden Temperaturen antrifft, sind folgende:

### Anstatt eines halben Tones:

$\frac{250}{243} = \frac{25}{24} \times \frac{80}{81}$ oder in Decimalzahlen = = 1,0288 . .

$\frac{256}{243} = \frac{25}{24} \times \frac{2048}{2025}$ oder $\frac{16}{15} \times \frac{80}{81}$, in Decimalen 1,0534 . .

$\frac{135}{128} = \frac{25}{24} \times \frac{81}{80}$ oder $\frac{16}{15} \times \frac{2025}{2048}$ = = = 1,0547 . .

### Wird das kleinere Limma genennt.

$\frac{2187}{2048} = \frac{25}{24} \times \frac{81^2}{80^2}$ oder $\frac{16}{15} \times \frac{32805}{32768}$ = = 1,0678 . .

$\frac{27}{25} = \frac{16}{15} \times \frac{81}{80}$ = = = = = = 1,08,

### Wird das größere Limma genennt.

$\frac{2187}{2000} = \frac{27}{25} \times \frac{81}{80}$ = = = = = = 1,0935,

$\frac{512}{483} = \frac{16}{15} \times \frac{160}{161}$ = = = = = 1,0600 . .

$\frac{2048}{1875} = \frac{16}{15} \times \frac{128}{125}$ = = = = = 1,0922 . .

### Anstatt eines ganzen Tones:

$\frac{256}{225} = \frac{10}{9} \times \frac{128}{125}$ oder $\frac{9}{8} \times \frac{2048}{2025}$ = = 1,1342 . .

$\frac{4096}{3645} = \frac{10}{9} \times \frac{2048}{2025}$ oder $\frac{9}{8} \times \frac{32768}{32805}$ = = 1,1240 . .

$\frac{180}{161} = \frac{10}{9} \times \frac{162}{161}$ oder $\frac{9}{8} \times \frac{160}{161}$ = = 1,1180 . .

$\frac{161}{144} = \frac{10}{9} \times \frac{161}{160}$ oder $\frac{9}{8} \times \frac{161}{160}$ = = 1,1180 . .

$\frac{144}{125} = \frac{9}{8} \times \frac{128}{125}$ = = = = = 1,152,

$\frac{256}{225} = \frac{9}{8} \times \frac{2048}{2025}$ = = = = = 1,1377 . .

$\frac{1125}{1024} = \frac{10}{9} \times \frac{2025}{2048}$ oder $\frac{9}{8} \times \frac{125}{128}$ = = 1,0986 . .

$\frac{729}{648} = \frac{9}{8} \times \frac{81}{80}$ = = = = = 1,1390 . .

## Anstatt der kleinen Terz:

$\frac{32}{27} = \frac{6}{5} \times \frac{80}{81}$ = = = = = 1,1851 . .

$\frac{1613}{1350} = \frac{6}{5} \times \frac{161}{160}$ = = = = = 1,1925 . .

$\frac{192}{161} = \frac{6}{5} \times \frac{160}{161}$ = = = = = 1,1924 . .

$\frac{12150}{10125} = \frac{6}{5} \times \frac{2025}{2048}$ = = = = = 1,1865 . .

$\frac{75}{64} = \frac{6}{5} \times \frac{125}{128}$ = = = = = 1,1718 . .

$\frac{243}{200} = \frac{6}{5} \times \frac{81}{80}$ = = = = = 1,215.

## Anstatt der großen Terz:

$\frac{81}{64} = \frac{5}{4} \times \frac{81}{80}$ = = = = = 1,2656 . .

Ward schon von den Alten häufig gebraucht, und Ditonus genennt.

$\frac{5120}{4025} = \frac{5}{4} \times \frac{2048}{2025}$ = = = = = 1,2641 . .

$\frac{1610}{1288} = \frac{5}{4} \times \frac{161}{160}$ = = = = = 1,2578 . .

$\frac{32}{25} = \frac{5}{4} \times \frac{128}{125}$ = = = = = 1,28.

## Anstatt der Quinte:

$\frac{40}{27} = \frac{3}{2} \times \frac{80}{81}$ = = = = = 1,4814 . .

$\frac{1610}{1080} = \frac{3}{2} \times \frac{161}{160}$ = = = = = 1,4907 . .

$\frac{240}{161} = \frac{3}{2} \times \frac{160}{161}$ = = = = = 1,4906 . .

$\frac{10240}{6750} = \frac{3}{2} \times \frac{2048}{2025}$ = = = = = 1,5161 . .

$\frac{243}{160} = \frac{3}{2} \times \frac{81}{80}$ = = = = = 1,5187 . .

Wo bey dem zweyten Bruche, mit dem der erste multipliciret werden soll, die größere Zahl oben (als Zähler) steht, ist es eine Vermehrung des ursprünglichen Intervalles, wo aber die kleinere oben steht, ist es eine Verminderung desselben, wie man schon aus dem vorigen wird ersehn haben. Die Quarten, Sexten und Septimen erwähne ich nicht, weil man diese sogleich durch Umkehrung der schon erwähnten Intervalle finden kann. Manche von diesen Intervallen, besonders die, welche um $\frac{81}{80}$ oder um $\frac{2048}{2025}$ oder wohl gar um $\frac{128}{125}$ verändert sind, wird kein unverdorbenes Ohr ohne Widerwillen anhören können.

Anm. Unter allen ungleichschwebenden Temperaturen ist die Kirnbergerische durch das Ansehen der sonst sehr verdienstvollen Männer, die sie vorgetragen haben, mehr als durch innern Werth, die bekannteste geworden. Sie ist in Kirnbergers Kunst des reinen Satzes, und in Sulzers Theorie der schönen Künste wie auch in verschiedenen andern Schriften vorgetragen. Es ist diese Temperatur untauglich, weil 9 Quinten ganz rein sind, eine, nähmlich fis . cis, richtig um $\frac{1}{12}$ des Pythagorischen Comma unter sich schwebt, und die übrigen $\frac{11}{12}$ oder $\frac{81}{80}$ unter 2 Quinten d : a und a : e vertheilt sind, und nach der ersten Angabe gar von der Quinte d : a allein getragen wurden, wie denn auch mehrere sehr unangenehme große Terzen, wie $\frac{81}{64}$ und kleine Terzen wie $\frac{32}{27}$ darinnen vorkommen. Die so beträchtlichen Quintenschwebungen fallen noch dazu auf solche Töne, nach denen man gewöhnlich die Geigen-Instrumente zu stimmen pflegt, daher diese mit den auf solche Art gestimmten Tastatur-Instrumenten unmöglich harmoniren können. Marpurg hat in seinem Versuche über die Temperatur die Scheingründe Kirnbergers und Anderer für diese Temperatur, so wie überhaupt für ungleichschwebende Temperaturen, hinlänglich widerlegt.

L. Euler drückt in tentam. novae theoriae musicae, wie auch in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1764 und in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. XVIII. die Reihe von 12 in der Octave enthaltenen Tönen durch die Reihe $2^m\, 3^3\, 5^2$ aus, so daß er alle Divisoren von $3^3\, 5^2$, welches die Zahlen 1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45, 75, 135, 225, 675 sind, so oft mit 2 multiplicirt, als nöthig ist, um die Töne alle innerhalb einer Octave zu erhalten. Die dadurch entstehende Reihe von Tönen ist c = 384, cis = 400, d = 432, dis = 450, e = 480, f = 512, fis = 540, g = 576, gis = 600, a = 640, b = 675, h = 720, $\bar{c}$ = 768. Es nähert sich zwar diese Reihe der eigentlichen Reinigkeit der Intervalle mehr, als irgend eine andere, die durch einen allgemeinen rationalen Ausdruck könnte gefunden werden, sie ist aber wegen mancher darin enthaltenen sehr unangenehmen Intervalle für die Ausübung nicht brauchbar, denn die Quinte b : f $\frac{1024}{675}$ ist um das Diaschisma $\frac{2048}{2025}$ oder um 10 Zwölftheile des pythagorischen Comma zu hoch, die Quintenschwebungen betragen also zusammen 22 Zwölftheile dieses Comma, welche allein von den 2 Quinten d : a und fis : cis getragen werden, deren jede um $\frac{81}{80}$ oder um 11 Zwölftheile

des pythagoriſchen Comma unter ſich ſchwebt; 4 große Terzen cis : f, dis : g, gis : c und b : d, welche das Verhältniß $\frac{32}{27}$ erhalten, ſchweben um die ganze kleine Dieſin $\frac{128}{125}$ über ſich, und 3 kleine Terzen c : dis, f : gis, g : b in dem Verhältniſſe $\frac{75}{64}$ ſchweben um eben ſo viel unterwärts.

Es würde ſehr überflüßig ſeyn, wenn ich die vielen ungleichſchwebenden Temperaturen, die von verſchiedenen Schriftſtellern ſind vorgetragen worden, hier weitläuftiger erwähnen wollte. Zu mehrerer Bequemlichkeit der Unterſuchung ſolcher Temperaturen hat Marpurg in ſeinen hiſtoriſch-kritiſchen Beyträgen zur Aufnahme der Muſik im 6ten Stücke des 5ten Bandes Tabellen geliefert, wo man bey dem Logarithmen der Intervalle den Grad der Schwebung angezeigt findet.

# Zweyter Theil,

von den

# Schwingungsgesetzen

klingender Körper.

## Erster Abschnitt.

### Welcher allgemeine Bemerkungen enthält.

42.

Im vorigen Theile war die Rede nur von den allgemeinen Verhältnissen der Zeiträume, in welchen schwingende Bewegungen geschehen können; im gegenwärtigen aber soll erklärt werden, wie die Gestalt eines elastischen Körpers durch dessen schwingende Bewegungen verändert werde, und in welchen Zeitverhältnissen dieses bey jeder besondern Art von klingenden Körpern geschehe.

43.

Ein Klang unterscheidet sich (§. 5.) von einem Geräusche durch die Gleichförmigkeit und Bestimmbarkeit der Schwingungen. Es sind nähmlich bey einem Klange die Schwingungen des elastischen Körpers, oder der Theile, in welche er sich in seiner ganzen Ausdehnung auf eine sehr regelmäßige Art eintheilt, gleichförmig und gleichzeitig, von einem Geräusche läßt sich dieses aber nicht behaupten, es scheinen vielmehr dabey die zitternden Bewegungen sowohl in Ansehung ihrer Dauer, als auch in Ansehung ihrer übrigen Beschaffenheit sehr ungleichartig zu seyn. Man kann bey einem Klange die verhältnißmäßige Anzahl der Schwingungen, oder die Höhe des Tones, durch das Gehör beurtheilen, und mit andern Klängen vergleichen, bey einem Geräusche aber nicht. Bey einem Klange lassen sich sowohl die Gestaltveränderungen des elastischen Körpers als auch die einer jeden Schwingungsart zukommenden Tonverhältnisse durch Beobachtungen, und soweit der jetzige Zustand der höhern Mecha-

nik und Analyse es zuläßt, auch durch Berechnungen und durch Folgen von Schlüssen bestimmen, aber zu genauer Bestimmung der Natur eines Geräusches sind noch keine Mittel bekannt.

44.

Nicht alle elastischen Körper können einen Klang geben; solche, die es wegen Mangel der dazu gehörigen gleichförmigen Elasticität, oder wegen mancher äußern oder innern Hindernisse nicht können, geben doch wenigstens ein Geräusch, wenn sie durch einen Stoß oder Zug, oder durch eine Reibung, die hier wie eine Folge von Stößen oder Zügen, die in schiefer Richtung geschehen, würkt, in eine hinlänglich schnelle und starke zitternde Bewegung gesetzt werden. Jeder würkliche Klang ist sehr verschiedener Modificationen fähig, deren Wesen noch ganz unbekannt ist, die aber wahrscheinlich von einiger Beymischung eines Geräusches herrühren. Wenn nähmlich mehrere Menschen- oder Thierstimmen oder mehrere Instrumente einerley Ton angeben, so kann bey einerley Dauer und Stärke des Klanges, so wie auch öfters bey einerley Schwingungsart die Würkung doch sehr verschieden seyn. Der Grund davon kann liegen,

1) in der Beschaffenheit des klingenden Körpers selbst. Wenn klingende Körper nur in Ansehung der Materie verschieden sind, aber in Ansehung der Gestalt, der Schwingungsart, des Tones, und der Art, wie sie in Bewegung gesetzt werden, vollkommen mit einander übereinstimmen, so wird man doch eine Verschiedenheit bemerken können, wie z. B. an Stahl- und Darmsaiten, oder an Stäben von Metall und Holz. Dieses rührt allem Ansehen nach von einem mit dem eigentlichen Klange verbundenen schwachen Geräusche her, welches um so stärker ist, je zäher und je weniger elastisch der klingende Körper ist, und je mehrere Hindernisse der Schwingungen sich etwa in der ungleichartigen Consistenz und in den verschiedenen Stemmungen und Reibungen der innern Theile desselben finden. Die Gestalt des klingenden Körpers, und die Verschiedenheit der Schwingungsarten trägt meistens nur wenig zu einer verschiedenen Würkung des Klanges bey.

2) In der Beschaffenheit der Körper, von welchen, und an welche der klingende Körper gestoßen oder gerieben wird. So hört man z. B. bey den Stimmen der Menschen und Thiere die Reibung der Luft an den Stimmwerkzeugen; bey jedem Geigen-Instrumente die Reibung des Bogens an der Saite, wovon man

sich einen Begriff machen kann, wenn man die Saite so dämpft, daß sie nicht klingen kann, und sodann sie mit dem Bogen streicht; bey allen Blasinstrumenten hört man die Reibung der Luft an der Oeffnung, durch welche sie angeblasen werden, und an den Saitenwänden; nur ist, wenn die Instrumente gut behandelt werden, dieses Geräusch im Verhältniß des eigentlichen Klanges so schwach, daß es keine beträchtliche oder unangenehme Würkung thut.

Vielleicht besteht das Wesen solcher Modificationen des Klanges, so wie überhaupt auch ein Geräusch in ungleichartigen Zitterungen der kleinern Theile eines elastischen Körpers, ungefähr wie diejenigen, aus welchen vormahls, ehe man die schwingenden Bewegungen klingender Körper besser kennen lernte, la Hire, Carré, Musschenbroek und Erxleben die Natur eines Klanges erklären wollten.

Anm. Im Deutschen hat man kein eigenes Wort für diese Modificationen eines Klanges, im Französischen drückt man sie durch das Wort timbre aus. Dagegen ist aber die Deutsche Sprache darin reicher, daß man Schall und Klang, die wie genus und species verschieden sind, durch zwey verschiedene Worte bezeichnen kann, wofür man in vielen andern Sprachen nur ein Wort son, suono u. s. w. hat.

## 45.

Da sich von der Natur eines Geräusches noch so wenig bestimmtes sagen läßt, so werden hier nur die Eigenschaften eines Klanges weiter können erläutert werden.

Jeder klingende Körper kann sehr verschiedene Arten der schwingenden Bewegung annehmen, deren jede in einem bestimmten Tonverhältnisse gegen die übrigen steht. Er kann in gewissen Fällen in seiner ganzen Ausdehnung (mit Ausnahme eines oder zweyer Puncte, wo er festgehalten wird) schwingen, er kann sich aber auch auf sehr mannigfaltige Art in Theile theilen, die nach entgegengesetzten Richtungen schwingen, während die zwischen diesen Theilen befindlichen Stellen, die man Schwingungsknoten nennt, in Ruhe bleiben. An diesen Stellen kann man den klingenden Körper, ohne daß die Schwingungen dadurch gehindert werden, berühren, auflegen, oder halten, hingegen muß der Stoß oder die Reibung, wodurch er in Bewegung gesetzt wird, an keiner solchen Stelle, sondern an einem schwingenden Theile angebracht werden. Die Theile, in welche sich der klingende Körper theilt, haben allemahl gegen einander ein solches Verhältniß der Größe, als erforderlich ist, um in gleicher Geschwindigkeit schwingen zu können; ein schwingender Theil, der sich an einem freyen Ende

befindet, ist in einigen Fällen halb so groß, in andern beynahe halb so groß, als einer, der zwischen zwey festen Gränzen enthalten ist. Nachdem die Anzahl der schwingenden Theile größer, und also jeder derselben kleiner ist, sind auch die Schwingungen verhältnißmäßig geschwinder, und also die Töne höher. Mehrere Arten der schwingenden Bewegung, und also auch mehrere Töne, können zugleich an einem klingenden Körper Statt finden, ohne daß eine dieser Bewegungen die andere hindert, es können auch die Schwingungen des klingenden Körpers mit noch andern Arten der Bewegung verbunden seyn.

1. Anm. Der Inhalt dieses §. ist besonders wohl zu bemerken, weil fast alles, was in diesem Theile über die Schwingungen verschiedener klingenden Körper kann gesagt werden, nichts anders, als eine weitere Ausführung der darin enthaltenen Sätze ist.

2. Anm. Wenn man von einem klingenden Körper sagt, er gebe einen gewissen Ton, so ist es nur so zu verstehn, daß er bey einer gewissen Schwingungsart, welches gewöhnlich die einfachste ist, diesen Ton gebe. Es ist eine ganz falsche Vorstellungsart, wenn man irgend einen Ton, den ein klingender Körper giebt, absolut als Grundton, und die andern als Nebentöne ansehen will, indem jede Schwingungsart, die derselbe Körper annehmen kann, in gleichem Grade als ein eigner Klang zu betrachten ist. In der Theorie kann man füglich annehmen, daß jeder klingende Körper unendlich viele Töne geben könne, aber deren würkliche Darstellung durch menschliche Kräfte, und deren deutliche Empfindung hat ihre Gränzen.

## 46.

Die Schwingungen eines klingenden Körpers beruhen auf ebendenselben Bewegungsgesetzen, wie die Schwingungen eines Pendels, bey diesem liegt die Ursache der Schwingungen in der Schwerkraft, bey klingenden Körpern aber in ihrer Elasticität. Um zu bestimmen, wie viele Schwingungen ein klingender Körper in einer Secunde macht, vergleicht man ihn mit einem einfachen Pendel, man multiplicirt nähmlich die Formel, durch welche die verhältnißmäßige Zahl der Schwingungen desselben bey einer gewissen Schwingungsart ausgedrückt wird, mit der Quadratwurzel der Länge eines Secundenpendels, welche im Rheinländischen Maaße 3,166 Fuß beträgt, und mit dem Verhältnisse der Peripherie eines Zirkels zu seinem Durchmesser, welches $= \frac{3}{1}\frac{5}{1}\frac{5}{3}$ ist; oder welches ebendasselbe ist, mit der Quadratwurzel der doppelten Höhe, durch welche ein schwerer Körper in einer Secunde frey herabfällt, welche in Rheinländischem Maaße ungefähr zweymahl 15,624, oder 31,248 Fuß beträgt, es ist nähmlich $\sqrt{31248} = \sqrt{3166} \times \frac{3}{1}\frac{5}{1}\frac{5}{3}$. Es versteht sich von selbst, daß die Dimensionen des klingenden Körpers hierbey nach eben demselben Maaßstabe müssen ausgedrückt werden, wie die Länge des einfachen Pendels, oder die Fallhöhe schwerer Körper.

Anm. Von den Gesetzen der Pendelschwingungen, welche ich zu Vermeidung der Weitläuftigkeit nicht weiter erörtere, kann man sich am besten unterrichten aus Gehlers physicalischem Wörterbuche, bey den Worten: Fall und Pendel; aus dem 2ten Abschnitte von Kästners höherer Mechanik, wie auch aus den Aufsätzen von Euler de minimis oscillationibus corporum in Comment. Petrop. tom VII. und de motu oscillatorio corporum flexibilium in Comment. Petropol. tom. XIII, und von Johann Bernoulli de chordis vibrantibus in Comment. Petrop. tom. III.

Die Schwingungen eines klingenden Körpers müßten eigentlich, um mit vollkommener Genauigkeit gleichzeitig zu seyn, eben so wie auch die Schwingungen eines Pendels, unendlich klein seyn. Da aber dieses in der Würklichkeit nicht Statt findet, und eine unendlich kleine Bewegung, die in einer endlichen Zeit geschieht, eigentlich als gar keine Bewegung würde anzusehen seyn, so ist es genug, wenn die Schwingungen sehr klein sind, die Abweichung von der strengsten Genauigkeit wird sodann ganz unmerklich seyn. Bey einem Bogen von 1 Grade wird die Dauer einer jeden Schwingung etwa $\frac{1}{50000}$, bey einem Bogen von 2 Graden etwa $\frac{1}{12500}$ weniger betragen. Wenn in den Kupfertafeln die Schwingungen einer Saite oder eines Stabes u. s. w. weit größer dargestellt werden, als sie in der Würklichkeit sind, so geschieht dieses nur mehrerer Deutlichkeit wegen.

Wenn ein Pendel nicht, wie gewöhnlich, in einem Cirkelbogen, sondern in der (durch Umdrehung eines Kreises auf einer geraden Linie entstehenden) Cycloide schwingt, sind alle Schwingungen von gleicher Dauer, der Bogen mag so groß oder so klein seyn als man wolle, daher diese krumme Linie auch linea tautochrona genennt wird, welches ich deswegen erwähne, weil der Ausdruck mancher Schriftsteller, da sie einen klingenden Körper um die Anzahl seiner Schwingungen zu finden, mit einem in einer Cycloide schwingenden Pendel vergleichen, sonst manchem Leser undeutlich seyn möchte.

47.

Die größte Verschiedenheit der schwingenden Bewegungen zeigt sich in ihrer Richtung, welche entweder transversal, oder longitudinal oder drehend seyn kann.

48.

Bey den Transversalschwingungen bewegt sich der klingende Körper, oder jeder seiner Theile seitwärts nach abwechselnden Richtungen, so daß, während ein Theil desselben von der Axe, d. i. von der ursprünglichen Lage abwärts nach einer Seite zu schwingt, der benachbarte Theil jenseits des ruhigbleibenden Schwingungsknotens sich auf der entgegengesetzten Seite der Axe befindet; die Durchmesser der Schwingungen machen also mit der Axe einen rechten Winkel. Es können die Transversalschwingungen nach Beschaffenheit der klingenden Körper sehr verschieden seyn. Die klingenden Körper, an welchen dergleichen

Transversalschwingungen Statt finden, sind entweder für sich biegsam und erhalten erst durch Spannung die zu einem Klange erforderliche Elasticität, oder sie sind steif, und also für sich selbst elastisch. Sowohl an biegsamen und durch Spannung elastischen, als auch an steifen und für sich elastischen Körpern kommen entweder nur 2 Dimensionen, nähmlich die Länge und Dicke, oder es kommen mehrere Dimensionen in Betrachtung, sie sind also entweder als Fäden, oder als Membranen anzusehen. Die biegsamen und durch Spannung elastischen blos in die Länge und Dicke (fadenförmig) ausgedehnten Körper sind Saiten, die nach mehreren Dimensionen (membranenförmig) ausgedehnten sind Pauken- oder Trommelfelle, oder andere gespannte Membranen. Die steifen und für sich elastischen Körper, wenn sie nur in die Länge und Dicke (fadenförmig) ausgedehnt sind, (oder nur solche Ausdehnungen dabey in Betrachtung kommen), können entweder gerade Stäbe oder gekrümmte Stäbe seyn, unter welche letztere auch Gabeln, Ringe u. s. w. gehören. Steife Körper, die nach mehreren Dimensionen (membranenförmig) ausgedehnt sind, können ebenfalls entweder gerade oder gekrümmt seyn, im ersten Falle sind es Scheiben, im letztern Glocken, Gefäße u. s. w.

Anm. Mehrerer Deutlichkeit wegen halte ich nicht für überflüßig, die Art, wie sich ein klingender Körper in mehrere nach abwechselnden Richtungen schwingende Theile eintheilt, die durch Schwingungsknoten von einander abgesondert sind, noch etwas sinnlicher darzustellen.

Die gerade Linie E D oder ein Stück derselben stelle einen Theil eines klingenden Körpers, z. B. einer Saite oder eines Stabes vor. Wenn nun der Punct B oder nach Befinden der Umstände zugleich auch der Punct C mit den Fingern oder auf andere Art gehalten oder gedämpft wird (wobey sich von selbst versteht, daß er nicht etwa so gehalten werden muß, wie eine Violinsaite an das Griffbret gedrückt wird, sondern nur so locker, daß die Schwingung sich auch jenseits des Punctes B verbreiten, der Punct B selbst sich aber nicht bewegen kann) und man den klingenden Körper in einer gehörigen Entfernung von diesem Puncte bey m nach der Richtung m g durch Schlagen, Reißen, oder durch Streichen mit dem Violinbogen in Bewegung setzt, so wird der Theil B m dadurch nach B g gezogen, der Schwingungsknoten B ist also hier wie der Ruhepunct bey einem Hebel anzusehen, und eben so wie bey einem Hebel erster Art der jenseits des Ruhepunctes befindliche Theil sich nach der entgegengesetzten Richtung bewegt, so wird auch hier durch den Zug der Stelle B m nach B g die Stelle B f nach B n gezogen. Da aber keine Schwingung anders erfolgen kann, als wenn sich der ganze klingende Körper in Theile eintheilt, die in gleicher Geschwindigkeit schwingen können, (weil sonst die Schwingungen des einen Theils durch

die Schwingungen des andern würden verhindert werden), so folgt, daß, wenn der klingende Körper sich weiter nach der Richtung E oder D erstreckt, in gleichen Entfernungen wie B von C sich ähnliche feste Puncte oder Schwingungsknoten von selbst bilden müssen. Es befindet sich also immer ein Theil des klingenden Körpers diesseits der natürlichen Lage, während der benachbarte Theil sich jenseits befindet, indem, wenn durch die Veränderung von B m in B g der Theil B f nach B n gezogen wird, dieser Zug wieder eben so jenseits des folgenden Schwingungsknoten A nach der entgegengesetzten Richtung würkt, und so fort. Bey der ersten Schwingung nimmt also der klingende Körper die krumme Linie C g B n A u. s. w. an, bey der folgenden die dieser entgegengesetzte, welche mit Puncten hier angegeben ist, und diese beyden krummen Linien wechseln immer mit einander ab, wobey die Puncte C, B, A u. s. f. sich nicht bewegen. So wie nun hier dergleichen Bewegungen an einem in gerader Richtung ausgedehnten Körper gezeigt worden sind, eben so finden sie auch Statt an solchen, die nach einer krummen Richtung, wie auch an solchen, die nach mehreren Richtungen ausgedehnt sind, nur mit dem Unterschiede, daß bey letztern die nach verschiedenen Richtungen auch sehr verschiedenen Arten der Krümmung viel zu sehr zusammengesetzt sind, als daß sie sich sollten durch eine einzige krumme Linie darstellen lassen. Wenn die Haltung des klingenden Körpers an einer Stelle geschieht, auf welche bey keiner Schwingungsart (d. i. bey keiner von den möglichen Eintheilungen in gleichzeitig schwingende Theile) ein Schwingungsknoten fällt, so lehrt die Erfahrung ebensowohl, wie die Theorie, daß unter solchen Umständen gar kein Klang Statt findet.

49.

Bey den Longitudinalschwingungen geschehen abwechselnde Zusammenziehungen und Ausdehnungen des klingenden Körpers oder seiner Theile nach der Richtung der Länge, so daß diese sich abwechselnd gegen einen Schwingungsknoten stemmen, und von demselben entfernen. Sie können Statt finden 1) an der in einer Röhre eingeschlossenen Luft, wie bey allen Arten der Blasinstrumente, 2) an festen Körpern, die nach einer graden Richtung beträchtlich ausgedehnt sind.

50.

Drehende Schwingungen habe ich nur an Stäben bemerkt, es drehet sich dabey der Stab oder jeder schwingende Theil desselben abwechselnd rechts und links.

51.

Die Kraft, durch welche der klingende Körper in Bewegung gesetzt wird, muß allemahl in eben derselben Richtung angebracht werden, in welcher die Schwingungen geschehen sollen. Zu Hervorbringung der Transversalschwingungen wird es am besten seyn, wenn man

den klingenden Körper durch Streichen mit dem Violinbogen nach einer transversalen Richtung in Bewegung setzt; es läßt sich auf diese Art ein jeder solcher Klang weit leichter, bestimmter, und anhaltender hervorbringen, als durch Schlagen oder Reißen. Die Longitudinalschwingungen werden an festen Körpern durch ein gehöriges Streichen oder Reiben nach der Richtung der Länge, und an der in einer Röhre befindlichen Luft durch Blasen hervorgebracht, die drehenden Schwingungen eines Stabes aber durch ein gehöriges Reiben in ebenderselben Richtung.

## Zweyter Abschnitt.

## Schwingungen der Saiten.

### I. Transversalschwingungen.

52.

Eine Saite kann entweder ganz schwingen, oder sich in irgend eine Zahl von gleichen Theilen eintheilen, die nach entgegengesetzten Richtungen schwingen, und durch Schwingungsknoten, oder ruhig bleibende Stellen von einander getrennt sind. Alle diese Schwingungsarten sind nur darin verschieden, daß die Einheit, welche zum Maasstabe dient, sich verändert, indem bey solchen Schwingungsarten, wo sich die Saite in aliquote Theile theilt, jede Hälfte, jedes Drittheil u. s. w. so schwingt, als ob es eine eigene Saite wäre. Die Saite giebt ihren tiefsten Ton, wenn sie ganz schwingt, so daß sie Fig. 1. abwechselnd die Krümmungen A C B und A D B beschreibt. Wenn sie sich in 2 gleiche Theile eintheilt, so ist abwechselnd der eine Theil diesseits, und der andere jenseits der natürlichen Lage, und sie beschreibt Fig. 2. abwechselnd die Krümmungen A D C E B und A F C G B, der Ton ist sodann um eine Octave höher, als der erstere. Theilt sie sich in 3 Theile ein, wobey sie abwechselnd die Krümmungen annimmt, welche in der 3ten Figur auf zweyerley Art bezeichnet sind, so ist der Ton wieder um eine Quinte höher; bey einer Abtheilung in 4 Theile Fig. 4. nimmt die Höhe

wieder um eine Quarte zu u. s. w. Ueberhaupt verhalten sich die möglichen Töne derselben Saite unter einander wie die Zahlen der Theile, oder umgekehrt wie die Längen der Theile, in welche sie sich eintheilt, die Folge der Töne kommt also mit der natürlichen Zahlenreihe 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. überein. Wenn C der tiefste Ton ist, welchen die Saite giebt, wenn sie ganz schwingt, so giebt eben dieselbe Saite bey ihren verschiedenen Schwingungsarten folgende Töne:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Anzahl der Theile: | 1, | 2, | 3, | 4, | 5, | 6, | 7, | 8, | 9, | 10, | 11, | 12, | 13, | 14, | 15, | 16, |
| Töne: | C, | c, | g, | c, | e, | g, | b–, | c, | d, | e, | f+, | g, | a–, | b–, | h, | c, u. s. w. |

Durch – zeige ich an, daß ein Ton etwas niedriger, und durch +, daß er etwas höher ist, als der angegebene Ton.

An Saiten von ungleicher Dicke werden zwar in gewissen Fällen, z. B. wenn sich die Längen der Theile umgekehrt wie die Durchmesser verhalten, die Schwingungen ebenfalls regelmäßig geschehen, und die höhern Töne dieselben Verhältnisse haben, wie an einer Saite von gleichförmiger Dicke; meistens aber stehen die höhern Töne in andern sehr unregelmäßigen Verhältnissen; in manchen Fällen findet auch keine Gleichzeitigkeit der Schwingungen und also auch kein reiner Klang Statt.

53.

Ueber die Hervorbringung des tiefsten Tones einer Saite, wo sie ganz schwingt, ist es nicht nöthig, hier etwas weiter zu sagen; die übrigen höhern Töne lassen sich am besten darstellen, wenn man eine Stelle, wo ein Schwingungsknoten ist, (oder auch mehr als eine solche Stelle) nicht etwa auf die gewöhnliche Art, wie bey Geigeninstrumenten greift, sondern um die Verbreitung der Bewegung von einem Theile zum andern nicht zu hindern, sie nur schwach mit einem Finger berührt, oder auf irgend eine andere Art durch Anhalten einer etwas weichen Materie dämpft, und eine schwingende Stelle rechtwinklich mit dem Violinbogen streicht, da sich denn die Beschaffenheit der Schwingungsart auch leicht sichtbar zeigen läßt, wenn man sowohl auf jeden Schwingungsknoten, als auch auf jeden schwingenden Theil zusammengebogene schmale Papierstreifen legt, welche, sobald der verlangte Klang gehörig zum Vorschein kommt, von den schwingenden Stellen herabgeworfen werden, und auf den Schwingungsknoten in Ruhe bleiben.

Anm. Gewöhnlich bedient man sich bey Saiteninstrumenten nur der erstern Schwingungsart, wo eine Saite ganz schwingt; nur selten macht man auf der Geige und dem Violoncell bey dem Solospielen Gebrauch von den höhern Tönen, wo sich die Saite in aliquote Theile eintheilt. Man nennt sie Flageolet-Töne, (sons harmoniques, oder sons flutés), sie klingen besonders auf der a Saite des Violoncells, wo man noch wenigstens das 4 gestrichene a oder das 5 gestrichene cis sehr bequem dadurch erreichen kann, weit sanfter, als wenn man eben so hohe Töne auf die gewöhnliche Weise greifen wollte. Es giebt eine Saite, wie schon bemerket worden, auf diese Art nicht alle Töne, sondern z. B. die d Saite nur die, welche gegen den Ton d, die a Saite nur die, welche gegen den Ton a in Verhältnissen der natürlichen Zahlenfolge stehn; man kann aber auch alle andere hohen Töne auf diese Art erhalten, wenn man die Saite durch ein gewöhnliches Greifen mit dem Daumen verkürzt, und sodann mit einem andern Finger irgend einen Schwingungsknoten dieser verkürzten Saite gelinde berührt, indem es ganz einerley ist, ob der Schwingungsknoten, welcher der nächste am Stege ist, oder der, welcher der entfernteste ist, berührt wird. Diese Art, durch ein doppeltes Greifen jeden beliebigen hohen Ton als Flageolet-Ton hervorzubringen, lehrt la Grange in den Recherches sur le son §. 51. in Miscellan. Taurinens. tom. I, es wird meines Wissens auch von einigen Violoncellspielern ausgeübt. Auf der sogenannten Meertrompete (trompette marine) welche ein sehr unvollkommenes Instrument ist, aber doch vielleicht könnte mehr vervollkommt werden, macht man Gebrauch von den verschiedenen Eintheilungen der Saite in gleiche Theile. Es besteht dieses Instrument aus einem langen holen, oben schmalen, nach unten sich erweiternden, und am untern Ende offenen hölzernen Körper, auf welchen nur eine Saite aufgespannt ist, die unterwärts auf einem Stege ruht, welcher auf der einen Seite nur locker auf den Resonanzboden aufliegt, wodurch der Klang etwas schnarrend, und dem Klange einer Trompete ähnlich wird. Die Saite wird oberwärts an einem Schwingungsknoten mit dem Finger berührt, und zwischen dem obern Ende, und dem berührten Schwingungsknoten mit dem Violinbogen gestrichen. Die Töne der Aeolsharfe, wo die Saiten durch einen Luftzug in Bewegung gesetze werden, beruhen ebenfalls auf solchen Transversalschwingungen der Saiten, wobey sie sich, nachdem sie von dem Winde auf verschiedene Art getroffen werden, in eine größere oder kleinere Zahl von gleichen Theilen abtheilen. Sehr gute Bemerkungen darüber finden sich in Matthew Young's Enquiry into the principal phaenomena of sounds and musical strings P. II. sect. V. Hieher gehört auch die sogenannte Wetterharfe oder Riesenharfe des Hauptmann Haas in Basel, welche aus gespannten sehr langen Eisendrahten bestand, und bey Veränderung des Wetters auf sehr mannigfaltige Art zu tönen anfieng. Daß die Eisendrähte tönten, wenn sie in der Richtung der Mittagslinie, nicht aber, wenn sie von Ost nach West gespannt waren, rührt wohl nicht, wie man vermuthen wollte, von einer Einwürkung des Magnetismus her, sondern die Ursache mochte wohl theils in Localumständen, welche mehr nach der einen, als nach der andern Richtung einen Luftzug bewürkt haben, theils auch meines Erachtens darin liegen, weil die meisten Winde West- oder Ostwinde sind, welche also die Drähte, wenn sie in derselben Richtung gespannt waren, nicht genug seitwärts treffen konnten, um sie hinlänglich in Bewegung zu setzen. Lichtenberg, welcher im Göttingischen Taschenkalender 1789. S. 129 — 131, (so wie von der Aeolsharfe im Göttingischen Taschenkalender 1792.) davon Nachricht giebt, vermuthet mit Recht, daß auch die durch Hitze und Kälte, oder

auch durch Trockenheit und Feuchtigkeit verursachten verschiedenen Ausdehnungen und Zusammenziehungen der Drähte sowohl wie des Gebäudes, woran sie gespannt waren, vieles zu dem Tönen mögen beygetragen haben, es mögen also diese langen Drähte mancherley regelmäßige und unregelmäßige Schwingungen, bald in transversaler, bald in longitudinaler Richtung, gemacht haben, so daß bald ein Knistern und Rauschen, bald ein würkliches Tönen hat können wahrgenommen werden. Daß nur Eisen- nicht aber Messingdraht brauchbar war, scheint, wie Lichtenberg bemerkt, blos darin zu liegen, weil die Ausdehnungen und Zusammenziehungen des Eisens mehr stoßweise geschehen, welches an eisernen Ofen-Platten und Ofen-Thüren bey dem Einheizen und Erkalten sich durch ein Knistern zu erkennen giebt. In Gehlers physikalischen Wörterbuche im Supplementbande finden sich bey den Worten: Aeolsharfe und Wetterharfe zwar gute Nachrichten davon, es wird aber mit Unrecht vermuthet, daß vielleicht Longitudinalschwingungen die Ursache des Tönens der Aeolsharfe seyn möchten. Man hat, wie mir gesagt worden ist, die Saiten der Riesenharfe in Basel wieder weggenommen, weil man die Erschütterungen der Festigkeit des Gebäudes für nachtheilig hielt. Das von Herrn Schnell in Paris verfertigte Anemochord, welches jetzt in Wien ist, und wovon sich eine Beschreibung und Abbildung in der musikalischen Zeitung 1798. Nr. 3. befindet, beruhet auch, so wie die Aeolsharfe, darauf, daß die Saiten durch den Wind in Bewegung gesetzt werden, jedoch nicht, um sich in mehrere Theile zu theilen, sondern um ihren Grundton zu geben. Die Idee, solche Töne, wie sie bey der Aeolsharfe blos ein Spiel des Windes sind, willkührlich hervorzubringen, und sie zu musikalischem Gebrauche anzuwenden, ist allerdings sehr sinnreich, es mag auch wohl der Verfertiger äußerst viele Gedult, Mühe und Aufwand auf deren Ausführung verwendet haben. In Stuttgard hatte er vor einigen Jahren die Gefälligkeit, es mir zu zeigen. Der Klang ist zwar angenehm, und wenn die Töne einmahl bis zur möglichsten Stärke angewachsen sind, auch sehr stark, es spricht aber schwer und langsam an, und man hört auch den Wind sehr, und bey jedem Tone findet zwar ein Anwachsen, aber kein willkührliches Abnehmen der Stärke Statt. Die Schuld dieser Unvollkommenheiten liegt aber wohl nicht an dem Verfertiger, sondern daran, daß es unmöglich seyn mag es anders einzurichten.

2. Anm. Gewöhnlich wird Sauveur, welcher in der Histoire und in den Mémoires de l'Acad. de Paris 1701. Bemerkungen über die höhern Töne einer Saite geliefert hat, als der erste Entdecker derselben angesehen. Aber schon früher hatte Wallis in Algebra vol. II. p. 466. diese Schwingungsarten einer Saite erwähnt, als eine von Noble und Pigot in Oxford gemachte und ihm vom Erzbischoffe Narcissus Marsh 1676. mitgetheilte Entdeckung. Ohne etwas davon zu wissen, entdeckte sie Sauveur nachher, entsagte aber der Ehre der ersten Entdeckung, sobald er erfuhr, daß Andere ebendasselbe schon vorher beobachtet hatten. S. Hawkins History of Music vol. III. p. 134. und die vorher angeführte Schrift von Matthew Young, p. II. sect. II. Wie die verschiedenen Töne einer Saite auch durch Glasstäbe können entlockt werden, lehrt F. H. von Dalberg in der musikal. Zeitung November 1799, 6. 7. und 8. Stück.

54.

Mehrere oder auch alle mögliche Schwingungsarten können nebst den ihnen zugehörigen Tönen auch zugleich an einer Saite Statt finden, wobey die Saite solche zusammen-

gesetzte Krümmungen annimmt, wie in Fig. 5 bis 8 zu sehen sind; weitere Erläuterungen hierüber verspare ich des Zusammenhanges wegen zu dem 9ten Abschnitte dieses Theiles.

55.

Ueber die Beschaffenheit der krummen Linien, welche eine Saite bey ihren Schwingungen annimmt, sind die Behauptungen der größten Geometer ganz verschieden. Taylor, Daniel Bernoulli, und Graf Giordano Riccati haben gefunden, daß die Krümmungen allemahl mit einer sehr verlängerten Cycloide übereinkommen, und daß, wenn L die Länge der Saite, $\pi$ den halben Umfang eines Zirkels, dessen Halbmesser $=1$ ist, bedeutet; die größe Applicate in der Mitte eines schwingenden Theils bey der ersten Schwingungsart durch A, bey der zweyten durch B, bey der dritten durch C u. s. f. ausgedrückt wird; x eine beliebige Abscisse, und y die zu dieser Abscisse gehörige Applicate bedeutet; für die erste Schwingungsart $y = A \sin. \frac{\pi x}{L}$, für die zweyte $y = B \sin. \frac{2\pi x}{L}$, für die dritte $y = C \sin. \frac{3\pi x}{L}$ sey u. s. w. Den Untersuchungen L. Eulers zufolge ist aber die krumme Linie, welche die Saite annehmen kann, ganz willkührlich, und hängt blos von der ersten Biegung ab, die man der Saite giebt, so daß nicht einmahl ein Zusammenhang der verschiedenen Theile dieser Krümmung nach irgend einem Gesetze der Stetigkeit erfordert wird, und also auch solche krumme Linien Statt finden können, die sich durch gar keine Gleichung ausdrücken lassen; daß aber allemahl jeder schwingende Theil einerley Krümmung nach abwechselnden Richtungen annehme, und man also, um eine solche krumme Linie zu zeichnen, nichts weiter nöthig habe, als die ganz willkührlich angenommene Krümmung eines schwingenden Theils für die benachbarten Theile auf eine ähnliche Art auf der andern Seite der Axe zu verlängern. La Grange ist größtentheils Eulers Meynung zugethan. D'Alembert behauptet zwar ebenfalls, daß außer den Taylorschen Cycloiden auch andere krumme Linien Statt finden können, läugnet aber, daß eine Saite auch solche Krümmungen annehmen könne, deren Theile nach keinem Gesetze der Stetigkeit zusammenhängen.

Anm. Die Ursache dieser Uneinigkeit der größten Geometer ist, weil man durch Untersuchung der Schwingungen einer Saite zuerst auf Differentialgleichungen mit drey veränderlichen Größen gekommen ist, durch deren Integration man willkührliche und veränderliche Functionen erhält, und man noch nicht hat bestimmen können, ob diese Functionen vollkommen willkührlich sind, und ob alle mögliche Krümmungen, auch solche, die nicht stetig sind (curvae discontinuae) darunter begriffen seyn können, oder nur solche, die sich durch irgend eine algebraische oder transcendente

Gleichung ausdrücken lassen. Es hat die Petersburger Academie der Wissenschaften diese Frage, welche auf mehrere Gegenstände der höhern Mechanik, besonders auch auf die Bewegung flüssiger Materien Beziehung hat, für das Jahr 1789 als Preisaufgabe vorgelegt, sie ist aber meines Wissens noch unentschieden.

56.

Wenn L die Länge der Saite, G die Schwere derselben, P die spannende Kraft, welche sich durch ein angehängtes Gewicht ausdrücken läßt, n die Zahl der Theile, in welche sich die Saite eintheilt, und S die verhältnißmäßige Zahl der Schwingungen, oder den Ton einer Saite bedeutet, so ist $S = n \sqrt{\frac{P}{LG}}$, und an Saiten, die aus einerley Materie bestehen, ist, wenn D den Durchmesser oder die Dicke bedeutet, $G = D^2L$, und also $S = n \sqrt{\frac{P}{L^2D^2}}$ oder $= n \frac{\sqrt{P}}{LD}$. Es verhalten sich also an Saiten von einerley Materie die gleichartigen Töne

1) bey einerley Dicke und Spannung umgekehrt wie die Längen der Saiten, weshalb man auch, wie schon bemerkt worden, auf dem Monochorde die Saitenlängen zu Erläuterung der Tonverhältnisse gebraucht;

2) bey einerley Länge und Spannung, umgekehrt wie die Dicke der Saiten, so daß wenn z. B. eine Saite zweymahl so dick als die andere ist, die Töne der dickern um eine Octave tiefer sind.

3) bey einerley Dicke und Länge, wie die Quadratwurzeln der Spannung. Will man z. B. daß, wenn zwey Saiten durch angehängte Gewichte gespannt werden, die Töne der einen Saite um eine Octave höher seyn sollen, so muß das angehängte Gewicht 4mahl so viel, als bey der andern, betragen; sollen die Töne um eine Quinte verschieden seyn, so müssen sich die spannenden Gewichte wie 4 : 9 verhalten.

Die Verschiedenheit der Materie trägt nichts zur Bestimmung der Töne bey, so geben z. B. eine Darmsaite, eine Messingsaite und eine Stahlsaite, wenn sie gleich lang, gleich schwer und gleich stark gespannt sind, einerley Ton.

Die Dauer einer jeden einzelnen Schwingung steht im entgegengesetzten Verhältnisse der Schwingungszahlen, sie ist also $= \frac{1}{n} \sqrt{\frac{LG}{P}}$.

57.

Man findet die Zahl der Schwingungen, welche eine Saite in einer Secunde macht, wenn man sie (§. 46.) mit einem Pendel vergleicht, bey welchem die Dauer einer jeden Schwingung sich durch $\pi$ (oder das Verhältniß der Peripherie eines Zirkels zum Durchmesser) mit der Quadratwurzel der Länge multiplicirt, ausdrücken läßt. Die Länge eines Pendels, welches in einer Secunde einmahl schwingt, heiße f, so verhält sich eine Secunde, als die Dauer einer Pendelschwingung, zu t oder der in Theilen einer Secunde ausgedrückten Dauer einer Schwingung der Saite, wie $\pi \sqrt{f}$ zu $\frac{1}{n}\sqrt{\frac{LG}{P}}$, es ist also $t = \frac{1}{\pi n}\sqrt{\frac{LG}{fP}}$, und mithin die Zahl der Schwingungen, welche in einer Secunde geschehen, $= \pi n \sqrt{\frac{fP}{LG}}$.

Um dieses durch ein (zum Theil aus Eulers tentam. nov. theor. Mus. cap. I. §. 10. entlehntes) Beyspiel zu erläutern, sey eine Saite 1,510 Rheinländische Fuß, oder 1510 Tausendtheilchen eines Rheinländischen Fußes lang, $6\frac{1}{3}$ Gran schwer; sie sey durch ein Gewicht von 6 Pfunden, oder, da ein Pfund 7680 Gran enthält, durch 46080 Gran gespannt, es ist also $L = 1510$, $G = 6\frac{1}{3}$, $P = 46080$, $\pi$ oder das Verhältniß der Peripherie zum Durchmesser ist $\frac{355}{113}$, f oder die Länge des Secundenpendels ist 3,166 Rheinl. Fuß, oder 3166 Tausendtheilchen eines Rheinländischen Fußes. Wenn die Saite ihren tiefsten Ton giebt, und also $n = 1$ ist, so wird die Zahl der Schwingungen in einer Secunde seyn $= \frac{355}{113}\sqrt{\frac{3166 \cdot 46080}{1510 \cdot 6\frac{1}{3}}}$ oder $= 392$.

Auf eine noch etwas einfachere Art läßt sich die Zahl der Schwingungen in einer Secunde finden, wenn man die Formel $n\sqrt{\frac{P}{LG}}$ mit der Quadratwurzel der doppelten Fallhöhe eines schweren Körpers in einer Secunde multiplicirt; es ist nähmlich, wenn man den Raum, durch welchen ein Körper in einer Secunde fällt, durch h ausdrückt, $\pi \sqrt{f} = \sqrt{2h}$, die Anzahl der Schwingungen ist also auch $= n\sqrt{\frac{2hP}{LG}}$. Da nun die Fallhöhe in einer Secunde 15624 Tausendtheilchen eines Rheinländischen Fußes (nach Kästners höherer Mechanik 15,6241048 Rheinl. Fuß) beträgt, so läßt sich die Zahl der Schwingungen dieser Saite

in einer Secunde, wenn $n = 1$ ist, auch durch $\sqrt{\frac{31248 \cdot 46080}{1510 \cdot 6\frac{1}{5}}}$ ausdrücken, welches ebenfalls $= 392$ ist. Der tiefste Ton dieser Saite würde also nach Eulers Angabe das ungestrichene a seyn, da man aber jetzt sich einer weit höhern Stimmung, als ehemals, zu bedienen pflegt, so würde er vielmehr noch etwas niedriger, als das ungestrichene gis seyn. Bey den folgenden Schwingungsarten, wo $n = 2$ oder $= 3$ u. s. w. ist, wird 392 durch diese Zahlen multiplicirt.

Der Deutlichkeit wegen füge ich beyde Arten der Berechnung in Logarithmen bey:

| | |
|---|---|
| l 46080 = 4,6635125 | l 31248 = 4,4948222 |
| l 3166 = 3,5005109 | l 46080 = 4,6635125 |
| 8,1640234 | 9,1583347 |
| l 1510 = 3,1789769 | l 1510 = 3,1789769 |
| 4,9850465 | 5,9793578 |
| l $6\frac{1}{5}$ = 0,7923917 | l $6\frac{1}{5}$ = 0,7923917 |
| $\sqrt{}$ 4,1926548 | $\sqrt{}$ 5,1869661 |
| 2,0963274 | $2{,}5934830\frac{1}{2}$ = l 392. |
| l 355 = 2,5502284 | |
| 4,6465558 | |
| l 113 = 2,0530784 | |
| 2,5934774 = l 392. | |

58.

Die vorzüglichsten Schriften über die Transversal-Schwingungen einer Saite sind: Methodus incrementorum directa et inversa, auctore Brook Taylor, Lond. 1715. 4, worinnen diese Schwingungen der Saiten zuerst sind theoretisch untersucht worden; Joh. Bernoulli de chordis vibrantibus in Comment. Petrop. tom. III; verschiedene Aufsätze von L. Euler in den Mémoires der Berliner Academie der Wissenschaften 1748, 1753 und 1765, in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. IX. XVII und XIX, in Actis Acad. Petrop. 1779, p. II; 1780, p. II; und 1781, p. I; in Mêlanges de philosophie et de mathématique

de la societé de Turin tom. III; von Daniel Bernoulli in den Mémoires de l'Acad. de Berlin 1753 und 1765, wie auch in Nov. Comm. Acad. Petrop. tom. XVI; von la Grange in Mêlanges de philosophie et de mathématique de la société de Turin tom. I, II und III; von d'Alembert in den Mémoires de l'Acad. de Berlin 1747, 1750 und 1763, wie auch in seinen Opuscules tom. I. und IV. C. Giordano Riccati delle corde ovvero fibre elastiche, Bologna 1767. 4. Matthew Young's Enquiry into the principal phaenomena of sounds and musical strings, Dublin 1784. 8. Zanotti de vi elastica, in Comment. Bonon. tom. IV.

59.

Zum Beschlusse erwähne ich noch eine sonderbare Erscheinung, die Herr Hofrath und Leibarzt Hellwag in Eutin entdeckt, und mir zu beliebigem Gebrauche mitgetheilt hat. Wenn man einer Saite einen Steg so untersetzt, daß sie nicht fest aufliegt, sondern ihn nur äußerst schwach berührt, und man reißt die Saite so, daß sie senkrecht auf diesen Steg aufschlägt, so giebt sie einen Ton, der tiefer ist, als wenn sie auf die gewöhnliche Art ungehindert ganz schwingt. Die auf diese Art entstehenden Töne kann man Klirr-Töne oder Schnarr-Töne nennen, sie sind wegen Ungleichförmigkeit der Schwingungen unangenehm, und es läßt sich nur in wenigen Fällen dieses Klirren an dem untergesetzten Stege als ein bestimmbarer Ton hören. Wenn der Steg unter die Mitte der Saite gesetzt wird, so ist der Klirrton um eine Quinte tiefer, als der tiefste natürliche Ton. Wenn nähmlich die Saite Fig. 9. aus ihrer ursprünglichen Lage pnq nach m gezogen und wieder loßgelassen wird, so schlägt sie nach einer geschehenen halben Schwingung an den bey n untergesetzten Steg an, die beyden Hälften gehen hierauf nach derselben Richtung weiter fort und nehmen die Krümmungen pkn und nfq an, gehen hierauf wieder zurück, und sobald sie wieder zur Axe pnq gelangt sind, macht die ganze Saite wieder eine halbe Schwingung hin, und eine halbe wieder bis an den Steg u. s. f. Man hört also die Zeiträume des Anschlagens an den Steg als einen eigenen Ton. Allem Ansehn nach beträgt nach einem geschehenen Anschlagen an den Steg 1) die halbe Schwingung jeder Hälfte pn und nq nach pkn und nfq $\frac{1}{4}$ einer ganzen natürlichen Schwingung der Saite, 2) der Rückgang jeder Hälfte bis an die Axe pnq ebenfalls $\frac{1}{4}$ einer ganzen Schwingung, 3) der Weg der ganzen Saite von pnq nach pmq $\frac{1}{2}$ Schwingung, 4) der Weg von pmq bis pnq, wo die Saite von neuem an den Steg anschlägt, wieder $\frac{1}{2}$ Schwingung. Also vergeht zwischen dem jedesmaligen Anschlagen der Saite an den Steg

so viele Zeit, als zu $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ Schwingungen der ganzen Saite bey ihren gewöhnlichen Schwingungen erfordert würde, man empfindet also einen Ton, welcher sich zu dem tiefsten natürlichen Tone wie $\frac{2}{3}$ zu 1 verhält, und also eine Quinte tiefer ist. In diesem Falle, wo der Steg sich in der Mitte befindet, ist dieser Klirrton bey gehörigem Verfahren vollkommen deutlich zu hören, er hat aber einige Beymischung des Tones, welcher den beyden Hälften p n und n q zukommt, und geht zuletzt, wenn die Saite nicht mehr merklich von dem Stege abspringt, in diesen Ton über. Außerdem bin ich nur noch in 2 Fällen im Stande, dieses Klirren als einen bestimmbaren Ton zu vernehmen, obgleich weit undeutlicher, als in dem vorigen Falle. Wenn nähmlich der Steg so untergesetzt wird, daß er die Saite in 2 Theile theilt, die $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{5}$ betragen, so ist der Klirrton um einen halben Ton höher, als in dem vorigen Falle, und scheint sich zu dem tiefsten natürlichen Tone wie $\frac{1}{2}\frac{8}{5}$ zu 1 zu verhalten. Wird der Steg so untergesetzt, daß die Theile der Saite $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ betragen, so ist der Klirrton um eine große None tiefer als der tiefste natürliche Ton und verhält sich zu diesem wie $\frac{4}{3}$ zu 1. Auf die Stelle, wo die Saite gerissen wurde, schien wenig oder nichts anzukommen; wenn der Steg auch nicht ganz genau an den hier angegebenen Stellen, sondern nur nahe dabey untergesetzt war, so veränderte dieses den an sich ziemlich undeutlichen Klirrton nicht merklich.

## II. Longitudinalschwingungen einer Saite.

60.

Bey den Longitudinalschwingungen geschehen abwechselnde Zusammenziehungen und Ausdehnungen der ganzen Saite oder ihrer aliquoten Theile nach der Richtung der Länge, so daß diese sich abwechselnd gegen den einen und gegen den andern Schwingungsknoten oder festen Punkt stemmen. Bey der einfachsten longitudinalen Schwingungsart bewegt sich die ganze Saite so, wie ich diese abwechselnden Strebungen nach entgegengesetzten Richtungen in Fig. 34. a und b angezeigt habe. Bey der zweyten Bewegungsart theilt sich die Saite in zwey gleiche Theile, die sich abwechselnd nach dem in der Mitte befindlichen Stemmungspuncte oder Schwingungsknoten, und nach den festen Enden drängen, Fig. 35. a und b; bey der dritten Schwingungsart theilt sie sich in drey gleiche Theile, die sich abwechselnd wie Fig. 36. a und b gegen die Schwingungsknoten drängen; bey der 4ten Schwingungsart theilt sich die Saite in 4 auf diese Art sich bewegende Theile u. s. w. Die Folge von Tönen verhält sich bey diesen und den übrigen longitudinalen Schwingungsarten, wie die

natürliche Zahlenfolge 1, 2, 3, 4, 5 ꝛc. sie stehen also unter einander in eben solchen Verhältnissen, wie vorher bey den Transversaltönen ist gezeigt worden.

61.

Zu Hervorbringung dieser Schwingungsarten muß die Saite innerhalb eines schwingenden Theiles mit dem unter einem so spitzigen Winkel wie möglich, gehaltenen Violinbogen der Länge nach gestrichen werden; es ist auch ebendasselbe, wenn man sie mit Geigenharz bestreicht, und sie sodann mit einem Stückchen Tuch oder einer andern weichen Materie, oder auch mit dem Finger, wenn man ihn etwas mit Harz bestrichen hat, der Länge nach reibt. Um den tiefsten Ton, wo die ganze Saite der Länge nach schwingt, hervorzubringen, muß das Streichen nicht allzuweit von der Mitte geschehen; aber bey den Schwingungsarten, wo sich die Saite in aliquote Theile theilt, wird es rathsam seyn, irgend einen Schwingungsknoten durch Berührung mit einem Finger oder mit einem andern weichen Körper zu dämpfen; das Streichen wird sodann am besten näher bey einem Ende der Saite oder überhaupt innerhalb eines schwingenden Theiles geschehen können.

62.

Die Gesetze, nach welchen sich die Höhe und Tiefe der Töne bey diesen Schwingungsarten richtet, sind ganz anders beschaffen, als bey den Transversalschwingungen. Darinnen kommen beyde mit einander überein, daß die gleichartigen Töne in umgekehrtem Verhältnisse der Längen stehen; sie weichen aber darin ganz von einander ab, daß bey den Longitudinalschwingungen auf die mehrere oder mindere Dicke der Saiten und auf die stärkere oder schwächere Spannung fast gar nichts ankommt, desto mehr aber auf die Beschaffenheit der Materie; wie denn z. B. bey gleicher Länge der Saiten die Töne einer Messingsaite ungefähr um eine Sexte höher sind, als die Töne einer Darmsaite, und die Töne einer Stahlsaite ungefähr um eine Quarte oder Quinte höher, als die Töne einer Messingsaite. Es läßt sich also kein bestimmtes Verhältniß der Töne zwischen ihnen und den Transversalschwingungen angeben, es sind aber die Töne allemahl beträchtlich höher, so daß der Unterschied in manchen Fällen mehrere Octaven betragen kann, weshalb man sich auch zu den Versuchen sehr langer Saiten bedienen muß.

Anm. Diese longitudinalen Schwingungsarten habe ich zuerst in meinen Entdeckungen über die Theorie des Klanges S. 76. erwähnt, und nachher in der Berliner musikali-

schen Monatsschrift August 1792. über die Gesetze derselben genauere Beobachtungen geliefert, auch in meiner Abhandlung über die Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe einiges darüber gesagt. Bey Gelegenheit der Longitudinalschwingungen eines Stabes im 5ten Abschnitte dieses Theiles wird noch einiges gesagt werden, was zu Erläuterung dieser Schwingungsarten einer Saite dienen kann. Graf Giordano Riccati hat in seiner Schrift delle corde ovvero fibre elastiche, Schlediasm. I. eine andere Art der Longitudinalschwingung untersucht, wo eine Saite, an welche ein Gewicht gehängt ist, sich nach einer geschehenen Aufhebung des Gleichgewichtes so ausdehnt und zusammenzieht, daß das Gewicht selbst dadurch abwechselnd auf- und niederwärts bewegt wird.

Zu practischem Gebrauche möchten die Longitudinalschwingungen einer Saite schwerlich mit Vortheile können angewendet werden, sowohl, weil sie nicht angenehm klingen, als auch, weil eine sehr beträchtliche Länge der Saite erfordert wird, wenn die Töne nicht sehr hoch seyn sollen, wie ich denn bey den über diese Schwingungsarten angestellten Versuchen mich unter andern einer Messingsaite bedient habe, die auf 48 Rheinländische Fuß lang war, und bey ihrer einfachsten Schwingungsart keinen tiefern Ton, als ungefähr das 8 füßige oder große B gab.

## Dritter Abschnitt.

### Schwingungen einer gespannten Membrane.

63.

Wenn eine überall gleich breite Membrane nur nach der Richtung der Länge, so wie eine Saite, gespannt ist, finden eben dieselben Schwingungsarten und Tonverhältnisse Statt, wie bey den transversalen Schwingungen einer Saite; die Schwingungsknoten sind dabey als feste Linien anzusehn, die in die Quere gehen. Außerdem sind aber auch, in so weit es die Breite der Membrane zuläßt, noch mehrere Schwingungsarten möglich, wobey sich die Gestaltveränderungen der Membrane nicht würden durch krumme Linien, sondern durch Flächenkrümmungen ausdrücken lassen, wofür man aber bis jetzt noch weder Ausdrücke noch Berechnungsarten hat. Bey solchen Schwingungsarten würden auch eine oder mehrere feste Linien, die man Knotenlinien nennen könnte, in die Länge gehen, und würden auch von Knoten-

linien, die in die Quere gehen, durchschnitten seyn können. Mehrere Erläuterungen über dergleichen Flächenschwingungen verspare ich zum 7ten Abschnitte.

Die Zahl der Schwingungen würde bey einer solchen blos wie eine Saite nach einer Richtung gespannten Membrane in denen Fällen, wo sie wie eine Saite schwingt, und also keine der Länge nach gehende Knotenlinie vorhanden ist, allem Ansehn nach eben dieselbe seyn, wie sie §. 56. und 57. an Saiten ist angegeben worden, nur mit dem Unterschiede, daß bey solchen Membranen, die aus einerley Materie bestehen, der Ausdruck $n \frac{\sqrt{P}}{LD}$ müßte, wenn B die Breite bedeutet, in $\frac{n}{L} \sqrt{\frac{P}{DB}}$ verwandelt werden.

64.

Die Schwingungsarten eines nach allen Richtungen gleichförmig gespannten Paukenfelles, in so weit sie sich durch krumme Linien ausdrücken lassen, hat Graf Giordano Riccati in den Saggi scientifici e letterari dell' Academia di Padova, tom. I. 1786. pag. 419. etc. untersucht. Einige Schwingungsarten, die mit den Schwingungen der Saiten übereinkommen, geben auch dieselben Verhältnisse von Tönen, wie er denn auch durch Erfahrung an einer Pauke, die B als den tiefsten Ton gab, auch den Ton a, welcher beynahe eine Octave höher, und den Ton $\bar{e}$, welcher wieder um eine Quinte höher ist, erhalten hat. Wenn L den Durchmesser, M die Masse der Membrane, P die Spannung, $\pi$ das Verhältniß des Umkreises zum Durchmesser, f die Länge des Secundenpendels, und n die einer Schwingungsart zukommende Zahl bedeutet, so ist die Zahl der Schwingungen in einer Secunde $\frac{n}{2} \pi n \sqrt{\frac{fP}{LM}}$.

Meines Erachtens können die Schwingungen eines Paukenfelles zwar mit gewissen Schwingungsarten einer Saite, mit andern aber unmöglich ganz übereinkommen. Wenn eine Pauke ihren tiefsten Ton giebt, von dem man allein Gebrauch macht, so schwingt jeder Durchmesser eben so, wie eine Saite bey ihrer einfachsten Schwingungsart Fig. 1. Hingegen ist eine Schwingungsart, wo jeder Durchmesser sich wie eine Saite bey ihrer Abtheilung in 2 Theile Fig. 2. bewegte, etwas ganz unmögliches. Um dieses zu erläutern, werde ich einen schwingenden Theil, der sich über der natürlichen Lage befindet, durch +, und einen, der sich unter derselben befindet, durch − ausdrücken, so wie dieses bey allen Arten entgegengesetzter

Größen schicklich ist. Wenn man nun annehmen wollte, daß an einer Pauke Fig. 10. jeder Durchmesser sich so bewegte, wie eine Saite bey Fig. 2, so müßte zu eben der Zeit, da am + und bm − ist, auch cm + und dm −; em + und fm −; gm + und hm −; bm + und am −; dm + und cm − seyn, es müßte also jeder halbe Durchmesser zu gleicher Zeit über und unter der natürlichen Lage seyn, welches einander widerspricht. Es wird also eine dergleichen vom Grafen Riccati vorausgesetzte Schwingungsart, wo jeder Durchmesser so wie eine Saite bey Fig. 2. schwingt, vielmehr durch eine solche gewissermaßen repräsentirt werden, wo die Pauke durch eine mitten hindurch gehende Knotenlinie Fig. 10. e f in zwey schwingende halbe Cirkelflächen e a f und f b e getheilt wird, deren eine + ist, während die andere − ist, wo also nur der einzige Durchmesser a m b genau so wie eine Saite bey Fig. 2, jeder andere Durchmesser aber anders, und der Durchmesse e f gar nicht schwingt; diese Schwingungsart gehört also schon unter diejenigen, welche sich im ganzen nicht durch eine krumme Linie, sondern durch Flächenkrümmungen würden ausdrücken lassen. Die dritte Schwingungsart einer Saite Fig. 3. wird aber bey jedem Durchmesser zugleich können Statt finden, die Schwingungsknoten aller Durchmesser werden hierbey eine concentrische Knotenlinie bilden, wie bey Fig. 11. Bey der vierten Schwingungsart einer Saite Fig. 4. wird wieder eben der Fall seyn, wie bey der 2ten, es kann nähmlich nur ein einziger Durchmesser Fig. 12. a b dieselbe Krümmung annehmen, und die Schwingungsart wird im Ganzen so ausfallen, daß die Knotenlinien einen Kreiß bilden, der von einer geraden Linie durchschnitten ist. Die 5te Schwingungsart einer Saite wird wieder in jedem Durchmesser Statt finden können, und die Knotenlinien werden dabey 2 concentrische Zirkel bilden Fig. 13; eben so wird auch jede andere Schwingungsart einer Saite, wo diese eine ungerade Zahl von Krümmungen annimmt, in jedem Durchmesser eines Paukenfelles zugleich geschehen können, nicht aber solche, wo die Saite sich in eine gerade Zahl von Theilen eintheilt, und in der Mitte ein Schwingungsknoten ist, welche vielmehr immer sich so zeigen werden, daß nur ein Durchmesser genau so schwingt, und die Knotenlinien Kreise bilden, die von einer geraden Linie durchschnitten sind. Außerdem werden allem Ansehn nach fast eben so, wie im 7ten Abschnitte an einer runden Scheibe gezeigt werden soll, auch noch andere Schwingungsarten möglich seyn, wo mehrere gerade Knotenlinien sich in der Mitte durchschneiden, und außer diesen auch concentrische Knotenlinien vorhanden seyn können, bey welchen Schwingungsarten die Gestalt der nach jeder Richtung auf andere Art gekrümmten Membrane, wenn man jemals sie zu bestimmen im Stande seyn sollte, sich gar nicht durch lineare Gleichungen würde ausdrücken lassen.

Ueber die Schwingungen eines rechtwinklich viereckigen Paukenfelles hat L. Euler in Nov. Comm. Ac. Petrop. tom. X. einige Untersuchungen geliefert, welche aber wohl schwerlich möchten der Natur ganz gemäß seyn, und dem, was sich an Schwingungen anderer Flächen bemerken läßt, gar nicht analog sind. Ueberhaupt möchte es wohl bey dem gegenwärtigen Zustande der Mechanik und Analyse noch nicht zu erwarten seyn, daß die wahre Beschaffenheit solcher Flächenkrümmungen durch theoretische Untersuchungen könnte gefunden werden.

## Vierter Abschnitt.

## Schwingungen der Luft.

65.

In gegenwärtigen Abschnitte kann nur von solchen Schwingungen der Luft die Rede seyn, wo diese als selbstklingender Körper anzusehen ist; alle andern Fälle, wo die Schwingungen eines andern Körpers durch die Luft verbreitet werden, gehören in den ersten Abschnitt des folgenden Theils, welcher gewissermaßen als die Fortsetzung dieses Abschnittes anzusehen ist, weil die der Luft eigenthümlichen und die ihr mitgetheilten Schwingungen auf einerley Gesetzen beruhen.

66.

Durch einen jeden hinlänglich starken Stoß, z. B. durch einen Peitschenschlag, durch schnelles Hauen, durch eine jede Art der Explosion u. s. w. werden in der umher befindlichen Luft hörbare zitternde Bewegungen hervorgebracht, die aber gewöhnlich nicht regelmäßig genug sind, um einen bestimmbaren Ton zu geben.

67.

Mehrere Bestimmtheit findet sich bey solchen Schwingungen der Luft, welche vermittelst einer schnellen Strömung derselben durch eine enge Oeffnung veranlaßt werden. Die Höhe und

Tiefe der Töne hängt hier von zwey Umständen ab, 1) von der Kraft, mit welcher die Luft durch die enge Oeffnung zu dringen strebt, so daß, wenn die Oeffnung sich nicht verändert, bey einer größern Kraft die Töne höher werden, 2) von der Größe der Oeffnung, so daß bey einerley Kraft die Töne desto höher sind, je kleiner die Oeffnung ist. Wenn die Heftigkeit der Luftströmung und die Größe der Oeffnung im gleichen Verhältnisse zu oder abnehmen, so wird der Klang stärker oder schwächer, der Ton verändert sich aber nicht. Das Pfeifen mit dem Munde kann hier am besten als Beyspiel dienen. Es werden dabey die Lippen so zusammengezogen, daß eine enge Oeffnung bleibt, durch welche die Luft schnell gepreßt wird. Der Ton wird hier sowohl durch die Kraft, mit welcher die Luft ausgeblasen wird, als auch durch die mehr oder weniger enge Zusammendrückung der Lippen bestimmt, und wenn die Kraft des Blasens, und die Zusammendrückung der Lippen in gleichem Grade zu oder abnehmen, so wird der Klang ohne Veränderung des Tones stärker oder schwächer. Es gehören hieher auch die Töne, welche man hört, wenn ein starker Wind durch eine Ritze in einem Fenster, oder sonst durch eine dergleichen enge Oeffnung strömt; je mehr die Heftigkeit des Windes zunimmt, desto höher und stärker werden die Töne, weil hier die Oeffnung unverändert bleibt. Auch die Töne, welche sich auf dem bloßen Mundstücke gewisser Blasinstrumente hervorbringen lassen, richten sich nach ebendenselben Gesetzen, wie denn z. B. die Luft, welche sich in dem Röhrchen, womit die Hoboe angeblasen wird, befindet, verschiedene Töne giebt, nachdem man das Röhrchen mit den Lippen mehr oder weniger zusammendrückt, und stärker oder schwächer bläßt. Wenn vermittelst einer schnellen Luftströmung durch eine enge Oeffnung irgend ein membranenförmiger Körper genöthigt wird, mit zu zittern, so wird der Klang dadurch zwar schnarrend, aber sehr verstärkt. Dieses geschieht z. B. wenn man zwischen den Fingern beyder Hände ein Streifchen Papier, oder ein Blatt von Schilf oder Gras etwas ausgespannt hält, so daß, wenn hindurchgeblasen wird, die Luft auf beyden Seiten dieser Membrane vorbeystreichen kann. Eben dieselbe Bewandniß hat es auch mit den Rohrpfeifen, deren sich die Kinder zu ihrem Spielwerke bisweilen bedienen, es wird nähmlich an einem Halme von Schilf ein Streif so abgeschält, daß nur die innere dünne Haut unverletzt übrig bleibt, durch deren Mitzittern die hineingeblasenen Töne stärker werden. Von einer solchen Verstärkung durch das Mitzittern eines Streifens von Messingblech wird auch, wie nachher weiter wird gezeigt werden, an Orgeln bey den Rohrwerken Gebrauch gemacht.

68.

Die Stimme der Menschen und Thiere entsteht auch auf die jetzt erwähnte Art. Es sind nähmlich im Luftröhrenkopfe (larynx) zwey Membranen, die man Kehlbänder (ligamenta glottidis) nennt, ausgespannt, jede macht ungefähr die Oberfläche eines halben Zirkels, beyde aber die Oberfläche eines ganzen Zirkels aus; mit der äußern runden Seite hängen sie an den Wänden des Luftröhrenkopfes, ihre geraden Ränder sind aber gegen einander gekehrt, so daß sie im Durchmesser des Zirkels genau an einander schließen, oder auch eine Oeffnung bilden können, die dem Durchschnitte einer Linse ähnlich ist, und die Stimmritze (glottis) genennt wird. Ist diese Oeffnung weit genug, so zieht die Luft, wie bey dem gewöhnlichen Athmen, still hindurch; wird sie aber verengert, so reibt sich die aus den Lungen durch die Luftröhre ausgehende Luft bey ihrer Durchpressung durch diese beyden Membranen an dieselben, und setzt sie dadurch in eine schnelle zitternde Bewegung, welche der ausgehenden Luft mitgetheilt wird. Dieser schnell zitternden Luft, welche man Stimme nennt, setzen die übrigen Sprachwerkzeuge bey dem Ausgange aus dem Munde mancherley Hindernisse in den Weg, und stellen dabey mancherley sehr verschieden gestaltete Oeffnungen dar, wodurch die Stimme auf mancherley Weise articulirt wird. Jemehr die Stimmritze verengert wird, wobey zugleich die Kehlbänder mehr gespannt werden, desto höher wird der Ton; es ist übrigens fast unbegreiflich, wie viele Veränderungen des Tones bey einer so geringen Veränderung der Weite dieser Oeffnung, welche höchstens etwa $\frac{1}{10}$ Zoll beträgt, können Statt finden.

Anm. Dodart hat in den Mém. de l'Acad. de Paris 1700, 1706 und 1707 darzuthun gesucht, daß die Verschiedenheit der Töne von der Erweiterung und Verengerung der Stimmritze, Ferrein aber in Mém. de l'Acad. de Paris 1741 und 1743, daß sie von der verschiedenen Spannung der Kehlbänder abhänge. Eigentlich haben beyde Recht, indem bey mehrerer Verengerung der Oeffnung auch die Bänder mehr gespannt werden. Außer diesen Aufsätzen ist auch über den Bau der Stimmwerkzeuge vorzüglich nachzulesen: Haller de partium corporis humani fabrica et functionibus libr. IX. Vicq d'Azyr sur la voix in Mém. de l'Ac. de Paris 1779, wo auch die Stimmwerkzeuge verschiedener Thiere untersucht und abgebildet sind; Ballanti, Urtini et Galvani observationes de quorundam animalium organo vocis, in Comment. Bonon. tom. VI. p. 50. Herr Hofrath von Kempelen in Wien hat in seiner Schrift: Ueber den Mechanismus der menschlichen Sprache (Wien 1791. 8.) aus welcher einiges in Voigts Magazin für das neueste aus der Physik und Naturgeschichte, VIII. B. 1. St. S. 127. eingerückt ist, trefliche Bemerkungen bekannt gemacht, und seine sehr einfache Sprachmaschine, die er mir auch zu zeigen die Güte hatte, und wodurch die Laute der menschlichen

Stimme ohne alle Täuschung nachgeahmt werden, genau beschrieben. Ueber die Entstehung der Selbstlauter, welche auf einem verschiedenen Verhältnisse der Oeffnung der Lippen und des Zungencanals beruhen, hat Kratzenstein Beobachtungen bekannt gemacht, wegen deren er den von der Petersburger Academie der Wissenschaften ausgesetzten Preiß erhalten hatte; sie finden sich in den Observations sur la physique par Rozier, supplément 1782. p. 358, wie auch im Auszuge in den Actis Acad. Petrop. 1780. Er hat auch eine Maschine verfertigt, welche den Schall eines jeden Selbstlauters nachahmt. Herr Hofrath und Leibmedicus Hellwag in Eutin, dessen zu Tübingen 1781. herausgekommene Inauguraldissertation de formatione loquelae interessante Bemerkungen enthält, (von der er aber manche seinen damaligen, nicht aber seinen jetzigen Einsichten gemäße Aeußerungen jetzt zurücknimmt), hat seit der Zeit weit mehrere Untersuchungen über den Bau der menschlichen Sprachwerkzeuge, und über deren Bewegung bey Hervorbringung eines jeden Lautes angestellt, und die dazu gehörigen Zeichnungen ausgearbeitet; sollte er sich entschließen, seine Beobachtungen bekannt zu machen, so ist meines Erachtens viel Neues und Richtiges zu erwarten.

69.

In Orgelpfeifen und allen Arten von Blasinstrumenten wird dadurch, daß Luft in eine enge Oeffnung schnell strömt, die in der Pfeife oder dem Blasinstrumente befindliche und also durch Einschließung in eine solche Röhre gewissermaßen von der übrigen Luft abgesonderte Luftsäule der Länge nach in eine zitternde Bewegung gesetzt. Die Töne können abhängen 1) von der Art des Anblasens, 2) von der Länge der in dem Instrumente enthaltenen Luftsäule. Wenn eine von diesen beyden Ursachen beträchtlich stärker würkt, als die andere, so ist sie allein schon im Stande den Ton zu bestimmen; wenn aber keine solche Ueberlegenheit vorhanden ist, so entsteht ein unreiner Klang, (ausgenommen in dem Falle, wenn beyde Ursachen ganz gleichförmig würken), weil alsdenn jede dieser beyden Ursachen einen andern Ton hervorzubringen strebt.

Daß nicht etwa die Pfeife oder das Blasinstrument selbst als der klingende Körper anzusehen ist, erhellt unter andern schon daraus, weil der Klang nicht verhindert oder verändert wird, wenn man es an beliebigen Stellen, oder auch in seiner ganzen Oberfläche festhält oder umwickelt; wie auch daraus, weil die Verschiedenheit der Dicke, des Durchmessers, und der Materie gar keinen Einfluß auf die Bestimmung der Töne hat, sondern nur, vielleicht wegen der mehrern oder mindern Reibung der Luft an der innern Fläche, oder wegen eines schwachen Mitzitterns des Blasinstrumentes selbst, etwas dazu beytragen kann, den Klang verschiedentlich zu modificiren, und ihm einen bestimmten Character zu geben.

70.

In den Pfeifen solcher Orgelregister, die man Rohrwerke, in einigen Gegenden auch Schnarrwerke nennt, hängt der Ton vorzüglich von der Art des Anblasens ab. Das Mundstück ist bey diesen Pfeifen so beschaffen, daß die eine Seite der engen Oeffnung, durch welche die eingeblasene Luft strömt, aus einem Streifen von Messingblech besteht, welcher die Zunge genennt, und durch die eindringende Luft auch in zitternde Bewegung gesetzt wird. Diese Zunge wird vermittelst eines mit einem Stiele versehenen messingenen Reifen, welchen man die Krücke nennt, an die andere Seite des Mundstücks angedrückt; wenn man eine solche Pfeife stimmen will, wird diese Krücke etwas aufwärts oder niederwärts geschoben, wodurch der zitternde Theil des Messingstreifens verlängert oder verkürzt und zugleich auch die Oeffnung, durch welche die Luft einströmt, erweitert oder verengert wird. Derjenige Theil der Pfeife, in welchem sich die mitklingende Luftmasse befindet, ist gewöhnlich weit kürzer, als an andern Orgelpfeifen, es wird nähmlich durch die Kraft des Anblasens, verbunden mit den Schwingungen der Zunge die in dem übrigen Theile der Pfeife enthaltene Luftmasse genöthigt, in ganz andern Zeiträumen zu zittern, als sie ihrer eigenthümlichen Beschaffenheit nach zittern würde, daher auch der Klang gewöhnlich etwas rauh und schnarrend ist, weshalb auch solche Register meistens für sich allein keine gute Würkung thun, desto besser aber wegen ihrer beträchtlichern Stärke bey Zuziehung anderer sanftern Register zu Verstärkung des Klanges dienen. Uebrigens wird zwar bey tiefern Tönen der Theil der Pfeife, worin sich die mitzitternde Luftmasse befindet, größer gemacht, als bey höhern Tönen, es ist aber nicht erforderlich, daß es in eben denselben Verhältnissen geschehe, wie bey andern Pfeifen.

71.

In Flöten, Hoboen, Clarinetten, Fagots, Hörnern, Trompeten, u. s. w. wie auch in solchen Orgelpfeifen, die man Flötenwerke nennt, hängen die Töne hauptsächlich von der Länge der schwingenden Luftsäule ab, so daß durch eine Verschiedenheit des Blasens sich keine andern Töne hervorbringen lassen, als solche, die mit der Länge der schwingenden Luftsäule, oder mit den Längen der Theile, in welche sie sich auf eine regelmäßige Art eintheilt, in umgekehrtem Verhältnisse stehen. In Orgelpfeifen, wie auch in einigen andern Arten der Blasinstrumente, geschieht das Anblasen vermittelst eines Mundstücks, welches bey den meisten so beschaffen ist, daß die durch eine enge Ritze einoringende Luft

durch einen nahe dabey befindlichen Ausschnitt größtentheils wieder ausströmt, und durch ihr Vorbeystreichen an dem einen Ende der in der Röhre enthaltenen Luftsäule diese der Länge nach in schwingende Bewegung setzt; bey manchen andern thut das Zusammendrücken der Lippen bey dem Blasen ebendieselbe Würkung, und die eingeblasene Luft findet keinen andern Ausweg, als durch die Röhre selbst, so daß die darinnen befindliche longitudinal schwingende Luftsäule gewissermaßen immer erneuert wird. Um die höhern Töne, deren eine Pfeife oder ein anderes Blasinstrument fähig ist, hervorzubringen, wird mehrere Stärke des Blasens und mehrere Zusammendrückung der Lippen, oder auch ein Einströmen durch eine engere Oeffnung erfordert, es lassen sich auch an solchen Pfeifen oder Blasinstrumenten, die im Verhältnisse ihrer Länge keine beträchtliche Weite haben, die höhern Töne am leichtesten hervorbringen. An Blasinstrumenten, wo an den Seiten sich Löcher befinden, wird dadurch, daß man diese offen läßt, die schwingende Luftsäule abgekürzt, wodurch also die Töne höher werden. In welchen Verhältnissen aber durch die verschiedenen Arten von Oeffnung oder Verschließung der Seitenlöcher die Töne erhöht oder erniedrigt werden, ist zwar durch die Erfahrung ziemlich genau bestimmt, es scheint aber der gegenwärtige Zustand der Mechanik und Analyse noch nicht zu einer theoretischen Untersuchung dieser Veränderungen hinlänglich zu seyn, die besten Beobachtungen darüber hat Lambert in den Mémoires de l'Acad. de Berlin 1775. bekannt gemacht.

Graf Giordano Riccati zeigt in seinem Werke delle corde ovvero fibre elastiche Schediasm. VII. §. 13. auf eine sinnreiche Art den Uebergang von den Luftschwingungen, wo es blos auf das Mundstück oder auf die Art des Blasens ankommt, zu denen, wo die Töne hauptsächlich von der Länge der schwingenden Luftsäule abhängen. Wenn das Röhrchen einer Hoboe von dem Instrumente abgesondert angeblasen ward, so ließen sich darauf höhere oder tiefere Töne hervorbringen, deren Unterschied wohl eine Sexte oder wohl gar eine Octave betragen konnte. Wenn das Röhrchen an der Hoboe befestigt ward, und es wurden alle Löcher offen gelassen, so hatte wegen der Schwingungen einer längern Luftsäule die Verschiedenheit des Anblasens eine geringere Würkung, so daß der Unterschied bey den angestellten Versuchen nur ungefähr eine Quarte ausmachte, mit einer weniger bestimmten Intonation, als vorher. Wurden alle Seitenlöcher verschlossen, so war die zitternde Luftsäule so lang, daß die Verschiedenheit des Anblasens nur einen geringen Unterschied, höchstens von einem ganzen Tone bewürken konnte; die Intonation war dabey offenbar falsch, und sehr unangenehm,

weil der Ton, welchen das Mundstück hervorbringen wollte, mit dem Tone, welchen die in dem Körper des Instrumentes enthaltene Luftsäule hätte geben können, zu sehr contrastirte.

72.

Es finden an Pfeifen und Blasinstrumenten verschiedene Folgen von Schwingungsarten und Tonverhältnissen Statt, nachdem sie entweder an beyden Enden offen, oder nur an einem Ende offen sind. Das Ende, wo geblasen wird, wenn es auch, wie bey Hörnern und Trompeten, ganz an den Mund gesetzt wird, ist doch als offen anzusehen. Die mannigfaltigen Schwingungsarten der in der Pfeife enthaltenen Luftsäule nebst den ihnen zukommenden Tonverhältnissen sind ganz eben so beschaffen, wie die Longitudinalschwingungen der Stäbe, über welche in der zweyten Abtheilung des folgenden Abschnittes ein mehreres wird gesagt werden; es schwingt nähmlich die Luft in einer an beyden Enden offenen Pfeife wie ein an beyden Enden freyer Stab, und in einer Pfeife, die nur an einem Ende offen, an dem andern aber verschlossen ist, wie ein Stab, der an dem einen Ende befestigt, und an dem andern frey ist. Wenn man Mittel hätte, die in einer ganz verschlossenen Röhre enthaltene Luft der Länge nach in zitternde Bewegung zu setzen, so würde sie sich eben so bewegen müssen, wie ein Stab, der an beyden Enden befestigt ist, oder wie eine Saite bey ihren Longitudinalschwingungen. Bey allen Arten, wie sich die Luftsäule in schwingende Theile eintheilen kann, ist ein Theil, der sich an einem offenen Ende befindet, allemahl (§. 45.) halb so lang, als ein Theil, der zwischen zwey feste Gränzen eingeschlossen ist. An einem offenen Ende, so wie auch in der Mitte eines zwischen zwey festen Stellen befindlichen schwingenden Theiles der Luftsäule ist allemahl die Geschwindigkeit, mit der jedes Lufttheilchen aus seiner Stelle gerückt wird, (oder welches ebendasselbe ist, die Weite der Excursionen desselben) am größten, und die Verdichtung oder Verdünnung $=o$, aber je näher ein Lufttheilchen einem Schwingungsknoten ist, desto geringer ist dessen Geschwindigkeit, und desto größer seine abwechselnde Verdichtung und Verdünnung; an den festen Stellen selbst ist die Geschwindigkeit der Bewegung $=o$, und die abwechselnde Verdichtung und Verdünnung am größten.

73.

In einer an beyden Enden offenen Pfeife, wohin auch alle gewöhnlichen Arten von Blasinstrumenten zu rechnen sind, bewegt sich bey der einfachsten Schwingungsart die darinnen enthaltene Luft so, daß in der Mitte ein Schwingungsknoten ist, und die beyden

Hälften der Luftsäule sich abwechselnd gegen einander und von einander stemmen, Fig. 14. a und b. Bey der zweyten Schwingungsart, wo der Ton um eine Octave höher ist, als bey der ersten, sind zwey Schwingungsknoten vorhanden, deren jeder um den vierten Theil der ganzen Länge von den Enden entfernt ist; die Theile stemmen sich abwechselnd gegen den einen und den andern Schwingungsknoten Fig. 15. a und b. Bey der dritten Schwingungsart, wo der Ton um eine Quinte höher ist, als bey der zweyten, sind drey Schwingungsknoten vorhanden, einer ist in der Mitten, und jeder der beyden übrigen ist um den sechsten Theil der Länge von den Enden entfernt, die Bewegung geschieht so, wie ich Fig. 16. a und b gezeigt habe. Bey der vierten Schwingungsart, wo vier Schwingungsknoten sind, ist der Ton um eine Quarte höher, als bey der dritten, und um 2 Octaven höher, als bey der ersten, und so verhalten sich die Töne bey diesen und allen übrigen Schwingungsarten der Luft in einer offenen Pfeife, wie die natürliche Zahlenreihe 1, 2, 3, 4, 5 u. s. f. Will man aber diese Schwingungsarten mit den im nächsten §. zu beschreibenden Schwingungsarten der Luft in einer nur an einem Ende offenen Pfeife vergleichen, so wird man, weil der tiefste Ton einer an beyden Enden offenen Pfeife um eine Octave höher ist, als der tiefste Ton einer Pfeife, die nur an einem Ende offen ist, die jetzterwähnte Reihe mit 2 multipliciren und in 2, 4, 6, 8, 10 u. s. f. verwandeln müssen.

Ob ein Blasinstrument oder eine Orgelpfeife gerade oder gebogen ist, thut nichts zur Sache, weil die Luft nach allen Richtungen in gleichem Grade elastisch ist. Die jetzterwähnte Folge von Tönen findet nicht nur an cylindrischen oder prismatischen, sondern auch an solchen Blasinstrumenten Statt, welche nach irgend einer geraden oder krummen Richtung convergiren oder divergiren, wie denn auch bey den meisten Arten der Blasinstrumente das äußere Ende zu Verstärkung des Klanges sich paraboliſch erweitert. Wenn eine divergirende, eine überall gleich weite, und eine convergirende offene Pfeife von gleicher Länge sind, so giebt eine divergirende etwas höhere, und eine convergirende etwas tiefere Töne, als eine die überall von gleicher Weite ist. Die schwingende Luftsäule, welche überhaupt ein wenig länger zu seyn scheint, als die Länge der Röhre, worinnen sie enthalten ist, wird allem Ansehen nach durch Divergenz etwas verkürzt, und durch Convergenz etwas verlängert.

1. Anm. Auf jedem Blasinstrumente wird man, wenn alle Seitenlöcher zugehalten werden, durch Verschiedenheit des Blasens einige von den mit der natürlichen Zahlenfolge übereinkommenden Tönen hervorbringen können. Bey dem gewöhnlichen Blasen der Hörner und Trompeten wird nur diese Folge von Tönen hervorgebracht; die Tonart sey übrigens, welche sie wolle, so pflegt

doch alles so gesetzt zu werden, als ob es in der Tonart C dur gespielt würde; die Reihe von Tönen, deren man sich gewöhnlich bedient, habe ich schon §. 27. angezeigt. Solospieler, die das Waldhorn künstlicher zu behandeln verstehen, verengern durch das Einbringen der Hand die äußere Oeffnung und erniedrigen dadurch die Töne, so daß durch dieses Mittel alle beliebigen Töne, und auch solche hervorgebracht werden können, die dem Instrumente sonst nicht eigen sind. Man hat auch Trompeten, die man Maschinentrompeten nennt, wo die Mündung verengert werden kann, so daß sich dadurch mehrere Töne hervorbringen lassen. Die Erhöhung der Töne durch Erweiterung der Oeffnung und die Erniedrigung derselben durch Verengerung der Oeffnung wird auch bey der Stimmung der zinnernen Orgelpfeifen dadurch benutzt, daß man sie durch einige Ausbiegung des Randes am äußern Ende etwas höher, und durch Einbiegung desselben etwas tiefer stimmt.

2. Anm. Es ist der Natur nicht gemäß, wenn manche Schriftsteller eine völlige Uebereinkunft der Luftschwingungen in einer offenen Pfeife mit den Schwingungen einer Saite annehmen, und behaupten, daß die Luftstrecke, welche sie als eine Luftsaite ansehen, sich bey ihren mannigfaltigen Schwingungen so wie eine Saite in aliquote Theile eintheile. Blos darinnen zeigt sich eine Uebereinkunft, daß bey einer Luftstrecke die Elasticität eben so durch den Druck der Athmosphäre, wie bey einer Saite durch die Spannung bewürkt wird, daß auch bey beyden die Töne sich umgekehrt wie die Längen verhalten, und daß in offenen Pfeifen eben so wie an Saiten, obwohl aus verschiedenen Ursachen, die Folge der möglichen Töne mit der natürlichen Zahlenreihe übereinkommt. In Ansehung der Bewegungen selbst findet nicht die mindeste Uebereinkunft Statt; es sind nähmlich die Schwingungen der Saiten, welche diese Schriftsteller meynen, keine andere, als Transversalschwingungen, (denn die Longitudinalschwingungen derselben habe ich zuerst weit später bekannt gemacht); die Schwingungen der Luft in einer Pfeife können aber nicht anders, als in longitudinaler Richtung geschehen, sowohl, weil die Hervorbringung der Bewegung in dieser Richtung geschieht, als auch, weil wegen des Widerstandes der Wände einer Pfeife keine Transversalschwingungen möglich sind. Auch zwischen den Longitudinalschwingungen einer Saite, und denen welche in einer offenen Pfeife geschehen, findet sich keine Uebereinkunft, denn an einer Saite sind beyde Enden fest, an der in einer Pfeife schwingenden Luftstrecke sind aber beyde Enden in Bewegung, denn das Ende, wo man bläßt, wird von der eindringenden Luft unmittelbar gestoßen, und daß an dem andern Ende keine feste Stelle sey, wird man leicht bemerken können, wenn man die Hand nahe an das Ende einer stark tönenden Orgelpfeife hält, wo man die Luftserschütterung stark genug fühlen wird.

## 74.

In Pfeifen, die an dem einen Ende verschlossen sind, welche man gedeckte Pfeifen (oder nach dem gewöhnlichen Ausdrucke der Orgelbauer gedackte Pfeifen) nennt, ist die einfachste Schwingungsart so beschaffen, daß die in der Pfeife enthaltene Luftstrecke sich abwechselnd gegen das verschlossene Ende und von demselben abwärts stemmt, wie bey Fig. 17. a und b gezeigt ist. Der Ton ist um eine Octave tiefer, als bey

der einfachsten Schwingungsart in einer eben so langen offenen Pfeife. Bey der zweyten Schwingungsart, wo in der Entfernung des dritten Theils der ganzen Länge von dem angeblasenen Ende ein Schwingungsknoten sich befindet, geschehen die Schwingungen wie in der 18ten Figur a und b; der Ton ist um eine Octave und eine Quinte höher, als bey der ersten Schwingungsart. Bey der dritten, wo zwey Schwingungsknoten vorhanden sind, Fig. 19. a und b ist der Ton um eine große Sexte höher als bey der zweyten u. s. w. Ueberhaupt verhält sich die Reihe der möglichen Töne einer gedeckten Pfeife, wie die Zahlen 1, 3, 5, 7 ꝛc.

Anm. Graf Giordano Riccati, welcher nur die Töne einer offenen Pfeife, nicht aber die einer gedeckten Pfeife untersucht hat, behauptet in seiner Schrift delle corde ovvero fibre elastiche Sched. VII. §. 11. mit Unrecht, daß an einer Orgelpfeife, deren Ende verschlossen war, der durch starkes Blasen erhaltene 2te Ton um eine Octave höher gewesen sey, als der erste; vielleicht hat die beträchtliche Höhe dieses Tones, vielleicht auch das gewöhnliche Vorurtheil, als ob alle klingende Körper die mit der natürlichen Zahlenfolge übereinkommenden Töne geben müßten, ihn gehindert, den Ton richtig zu beobachten, er muß um eine Octave und eine Quinte höher gewesen seyn, als der erste Ton, indem es nach aller Theorie und Erfahrung schlechterdings unmöglich ist, an einer Pfeife, deren eines Ende verschlossen ist, andere Töne hervorzubringen, als die, welche in den Verhältnissen der ungeraden Zahlen stehen.

75.

Wenn man die Luftschwingungen in einer gedeckten Pfeife, wo die Töne mit den ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 ꝛc. übereinkommen, mit den Luftschwingungen in einer offenen Pfeife, wo die Töne in den Verhältnissen der geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 ꝛc. stehen, vergleicht, und zugleich darauf Rücksicht nimmt, daß ein an einem offenen Ende befindlicher schwingender Theil nur halb so lang ist, als einer, der zwischen zwey feste Gränzen eingeschlossen ist, so wird man finden, daß sich die Töne umgekehrt wie die Längen der schwingenden Theile verhalten, und daß sie, wenn man einen Ton einer gedeckten, und sodann einen Ton einer offenen Pfeife abwechselnd auf einander folgen läßt, (Fig. 17, 14, 18, 15, 19, 16), gemeinschaftlich die Progression 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. geben. Man kann füglich, eben so wie bey den weiter unten zu beschreibenden Longitudinalschwingungen der Stäbe, jedem zwischen zwey feste Gränzen eingeschlossenen Theil als eine Verbindung von zwey solchen Halbtheilen ansehen, die an dem einen Ende fest sind, an dem andern aber sich ausdehnen und zusammenziehen können, (so wie die Halbtheile, welche sich an einem offenen Ende befinden); es verhalten sich sodann die Töne, wie die Zahl solcher Halbtheile, in welche die Luftstrecke sich eintheilt.

76.

Die Töne der Pfeifen bey einerley Schwingungsart hängen ab von der Länge und von der Schwere der darinnen enthaltenen Luftstrecke, und von deren Elasticität, welche letztere man der Kraft, mit welcher sie von der Athmosphäre zusammengedrückt wird, gleich annimmt. Wenn n die einer jeden Schwingungsart zukommende Zahl, L die Länge der in der Pfeife enthaltenen Luftsäule, G die Schwere derselben, P die Kraft mit welcher sie von der Athmosphäre zusammengedrückt wird, und h die Fallhöhe schwerer Körper in einer Secunde bedeutet, so ist die Zahl der Schwingungen in einer Secunde $S = n \sqrt{\frac{2hP}{LG}}$. Der Druck der Athmosphäre läßt sich am besten durch Vergleichung mit der Höhe des Queckſilbers im Barometer bestimmen, die Basis der schwingenden Luftsäule und der Queckſilbersäule müssen hierbey gleich groß angenommen werden. Wenn sich nun die specifische Schwere des Queckſilbers zur specifischen Schwere der Luft wie m zu k verhält, und a die Höhe des Queckſilbers im Barometer bedeutet, so ist $\frac{P}{G} = \frac{ma}{kL}$ und also $S = n \sqrt{\frac{2hma}{kL^2}}$ oder $\frac{n}{L} \sqrt{\frac{2hma}{k}}$. Hieraus ergiebt sich unter andern folgendes:

Die Töne einer Pfeife verhalten sich, wenn die übrigen Umstände unverändert bleiben, umgekehrt, wie die Längen.

Die Weite einer Pfeife trägt nichts zur Bestimmung der Töne bey, es ist aber eine weitere Pfeife mehrerer Stärke des Klanges fähig, als eine engere.

Auf hohen Bergen ist der Ton einer Pfeife ebenderselbe, wie im Thale, so auch bey hohem Barometerstande ebenderselbe, wie bey niedrigen, weil in diesem Falle P und G in gleichen Verhältnisse ab- und zunimmt.

Nur alles das, wodurch das Verhältniß der Elasticität zur Schwere der Luft verändert wird, verändert auch den Ton. Wenn die Luft wegen einer andern Mischung von Gasarten eine andere specifische Schwere hat, oder wenn sie durch Wärme und Kälte eine verschiedene Ausdehnung erhält, so bleibt der Druck der Athmosphäre derselbe, aber das Verhältniß desselben zur specifischen Schwere oder $\frac{P}{G}$, welches man auch die specifische Elasticität nennt, ist anders. Es giebt also eine Pfeife bey warmer Witterung höhere Töne, als bey kalter, welcher Unterschied bey der größten in unsern Gegenden vorfallenden Abwechselung der

Wärme und Kälte beynahe einen ganzen Ton betragen kann. Man bemerkt auch eine solche Veränderung des Tones öfters bey Blasinstrumenten, wenn man eine Weile darauf geblasen hat; die Töne werden sodann wegen Erwärmung der Seitenwände, und der darinnen befindlichen Luft etwas höher. Es können Saiten- und Blasinstrumente auch bey Veränderung der Wärme und Kälte nie gleiche Stimmung behalten, weil beydes auf diese Instrumente auf entgegengesetzte Art würkt, es wird nähmlich durch die Wärme, welche den Ton einer Pfeife erhöht, die Saite ausgedehnt, und also, wenn sie nicht durch ein angehängtes Gewicht, sondern durch einen unbeweglichen Wirbel gespannt ist, ihr Ton erniedrigt; hingegen durch die Kälte, welche den Ton einer Pfeife erniedrigt, wird die Saite zusammengezogen, und also, weil der Wirbel nicht nachgiebt, ihr Ton erhöht.

Anm. Die Erfahrung kommt mit dieser der Theorie gemäßen Bestimmung nur beynahe überein, es zeigt sich nähmlich durch die Erfahrung immer eine etwas größere Geschwindigkeit, als die Theorie lehrt, eben so, wie auch bey der Verbreitung des Schalles durch die Luft. Um nicht eine Sache zweymahl vorzutragen verspare ich einige weitere Bemerkungen über diese Verschiedenheit, und über deren wahrscheinliche Ursachen zum ersten Abschnitte des folgenden Theiles.

Bey den Versuchen, die Kapellmeister Sarti der Petersburger Academie der Wissenschaften am 19. October 1796. vorzeigte, und welche in Voigts Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde im ersten Stücke S. 102. beschrieben sind, geschahen in einer 5 (vermuthlich Pariser) Fuß langen gedeckten Pfeife 100 Schwingungen, worunter er doppelte Schwingungen, die aus einem Hingange und Rückgange zusammengesetzt sind, versteht, also 200 einfache Schwingungen in einer Secunde, mithin müßte eine offene Pfeife, um bey ihrem tiefsten Tone 100 doppelte oder 200 einfache Schwingungen in derselben Zeit zu machen, 10 Fuß lang seyn.

77.

Die vorzüglichsten Schriften über die Theorie der Pfeifen und Blasinstrumente sind: Dan Bernoulli sur le son et sur les tons des tuyaux d'orgues, in Mém de l'Acad. de Paris 1762. Observations sur les flutes p. Lambert in Mém. de l'Acad. de Berlin 1775. L. Euler de motu aëris in tubis, in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. XVI. Recherches sur la nature et la propagation du son p. la Grange in Mêlanges de philosophie et de mathématique de la société de Turin, tom. I. und II. C. Giordano Riccati delle corde ovvero fibre elastiche, Schediasma V. VI. VII.

78.

Der Klang, welcher durch brennendes Wasserstoffgas in einer Röhre hervorgebracht wird, ist auch als Klang eines Blasinstrumentes zu betrachten. Der Versuch läßt sich folgen-

dermaßen anstellen: Man entwickelt Wasserstoffgas aus Zink und verdünnter Salzsäure, oder allenfalls aus Eisen und verdünnter Schwefelsäure in einer kleinen nicht allzu niedrigen Flasche, deren Mündung mit einem Korkstöpsel wohl verschlossen wird, durch welchen man vorher ein Stück einer Barometerröhre gesteckt hat, welches unterwärts, um nicht von der aufwallenden Flüssigkeit erreicht zu werden, nur sehr wenig, oberwärts aber etliche Zoll weit hervorragt. Hierauf zündet man das durch dieses Röhrchen ausströmende Wasserstoffgas an, welches jedoch mit aller Behutsamkeit, und nicht allzufrüh, ehe die in der Entbindungsflasche vorher enthaltene athmosphärische Luft völlig ausgetrieben ist, geschehen muß, weil sonst leicht eine Explosion erfolgt, durch welche der Kork nebst dem Röhrchen mit einem heftigen Knalle an die Decke geworfen, oder auch die Entbindungsflasche, wenn sie nicht dick genug ist, zersprengt werden kann. Wenn die Flamme klein und ruhig ist, geräth der Versuch am besten. Um eine solche Kleinheit der Flamme zu bewürken, und zugleich zu verhindern, daß nicht etwa durch verdichtete Wasserdämpfe das Röhrchen verstopft werde, ist es rathsam, sich einer etwas weiten Barometerröhre zu bedienen, deren obere Oeffnung man vorher durch Schmelzung und Ausziehung verengert hat. Hält man nun über diese Flamme eine gläserne oder auch eine metallene cylindrische Röhre, sie mag oben offen oder verschlossen seyn, oder eine Glasflasche von einer beliebigen Gestalt, eine Retorte oder irgend eine hierzu taugliche Art von länglichen und mit keiner allzuweiten Mündung versehenen Gefäße darüber, so daß die Flamme sich etwas innerhalb des Gefäßes befindet, so entsteht bald ein Klang, der bisweilen so stark wird, daß er dem Gehöre beschwerlich fallen kann. Herr Prof. Tromsdorf in Erfurt hat hierbey bemerkt, daß die Flamme sich zuspitzt, sobald der Klang entsteht. Daß nicht etwa das Gefäß selbst als klingender Körper anzusehen ist, erhellt schon daraus, weil durch Umwicklung und Festhaltung, wie auch durch mehrere oder mindere Dicke des Gefäßes der Klang nicht im mindesten gehindert oder verändert wird. Es geschieht vielmehr hierbey nichts anders, als daß durch die Flamme, und durch die Strömung des sich entwickelnden Gas, vielleicht auch durch ein fortdaurendes Einströmen der athmosphärischen Luft von unten (um den leeren Raum zu ersetzen, welcher durch die bey dem Verbrennen geschehende Verwandlung des mit dem Wasserstoffgas sich verbindenden Sauerstoffgas in Wasserdämpfe entsteht), die in dem Gefäße enthaltene Luftsäule der Länge nach in zitternde Bewegung gesetzt wird, welche longitudinale Zitterung der Luft man stark genug fühlt, wenn man unter die Oeffnung des Gefäßes einen Finger hält. Es finden hierbey ganz eben dieselben Gesetze Statt, wie an Orgelpfeifen und Blasinstrumenten, der Ton ist auch allemahl ganz derselbe, als wenn man hineinbläßt.

Bey einem an beyden Enden offenen Gefäße ist der tiefste Ton um eine Octave höher, als bey einem, welches nur unterwärts offen ist, weshalb man auch an einer Röhre, die an beyden Enden offen ist, durch Verstopfung des obern Endes oder Zuhaltung desselben mit der Hand den Ton um eine Octave erniedrigen kann. Durch Verengerung der untern Oeffnung, z. B. durch Unterhalten eines oder zweyer Finger läßt sich der Ton etwas erniedrigen. Die Töne verhalten sich übrigens bey einerley Schwingungsart umgekehrt wie die Längen der Röhren oder Gefäße; auf die Weite kommt nichts an. An solchen Röhren, die eine beträchtliche Länge, aber wenig Weite haben, gelang es mir einigemahl die zweyte, wie auch einmahl die dritte Schwingungsart hervorzubringen, (bey welchen die Flamme weniger weit in die Röhre hineinreichen darf); die mögliche Folge von Tönen verhält sich dabey an Röhren, die nur an einem Ende offen sind, wie die Folge der ungeraden Zahlen, und an solchen, die an beyden Enden offen sind, wie die Folge der geraden Zahlen. An gläsernen Gefäßen ist der Klang gewissermaßen der Harmonika ähnlich, aber an Röhren von Messingblech fand ich ihn weit rauher und schnarrender, so wie überhaupt bey Blasinstrumenten der Klang durch das Mitzittern des Instrumentes verschiedentlich modificirt wird. Durch eine andere Art von Flamme, als die des durch eine enge Oeffnung strömenden Wasserstoffgas läßt sich kein Klang hervorbringen, unstreitig deswegen, weil außerdem nicht zugleich eine solche Strömung wie hier bey dem sich entwickelnden Gas Statt findet, weil auch eine andere Flamme schwerlich so anhaltend ruhig und gleichförmig seyn kann.

Anm. De Lüc hat diese Erscheinung, welche an Lampen mit brennbarem Gas zufällig war bemerkt worden, in seinen neuen Ideen über die Meteorologie 1. B. §. 200. zuerst erwähnt, aber nicht richtig erklärt. Nachher haben verschiedene Naturforscher Bemerkungen darüber geliefert, wovon in Gehlers physikalischem Wörterbuche im Supplementbande unter dem Artikel: Klang sich weitere Nachricht findet, unter denen besonders die vom Herrn Bergrath Scherer in Grens neuem Journale der Physik II. B. 4. Heft S. 509. weiter nachzulesen sind. Daß der Klang sich nach ebendenselben Gesetzen, wie bey Blasinstrumenten, richtet, daß er auch ebenderselbe ist, als wenn man in die Röhre oder das Gefäß bläßt, habe ich zuerst entdeckt und im ersten Bande der neuen Schriften der Berliner Gesellschaft naturforschender Freunde bekannt gemacht.

## Fünfter Abschnitt.

### Schwingungen eines geraden Stabes.

### I. Transversalschwingungen.

79.

Ein Stab, d. i. ein steifer und für sich elastischer Körper, der vorzüglich nach einer geraden Richtung (fadenförmig) ausgedehnt ist, kann in folgenden sechs Fällen verschiedene Progressionen von transversalen Schwingungsarten annehmen:

1) wenn ein Ende ganz fest, (d. i. in einer Mauer befestigt, oder in einen ganz unbeweglichen Schraubenstock einspannt) und das andere frey ist,
2) wenn ein Ende an einen festen Gegenstand angestemmt, und das andere frey ist,
3) wenn beyde Enden frey sind,
4) wenn beyde Enden angestemmt sind,
5) wenn beyde Enden ganz fest sind,
6) wenn ein Ende ganz fest, und das andere angestemmt ist.

Anm. Um Mißverständnisse zu vermeiden, muß ich bemerken, daß hier eigentlich nur von cylindrischen, oder prismatischen, oder überhaupt von solchen Staben die Rede ist, welche nur eine geringe Breite haben, und also keiner andern transversalen Schwingungen fahig sind, als solcher, die hier erwähnt werden, und sich durch eine krumme Linie ausdrücken lassen. Etwas breitere Streifen (von Glas, Metallblech u. s. w.) gehören schon zu den Rectangelscheiben, von denen in der 2ten und 3ten Abtheilung des 7ten Abschnittes mehr wird gesagt werden. Diese können zwar ebenfalls (die Breite sey, welche sie wolle) gegenwartige Stabschwingungen annehmen, wobey

sich die Schwingungsknoten, wenn man Sand aufstreut, als Linien, die in die Quere gehen, zeigen; sie sind aber auch außerdem noch weit zusammengesetzterer Arten von Schwingungen fähig, bey denen sich Knotenlinien zeigen, die einander rechtwinklich durchschneiden, welche Schwingungsarten nicht etwa, wie neuerlich geschehen ist, mit den gegenwärtigen zu verwechseln sind. Es ist auch zu Vermeidung solcher Schwingungsarten, und zu richtiger Hervorbringung derer, von denen hier die Rede ist, an solchen etwas breitern Streifen ein anderes Verfahren nöthig, als ich hier an Stäben angebe.

Zu Versuchen über diese Stabschwingungen läßt sich ein starker Draht oder eine Stange von Eisen oder einem andern hinlänglich elastischem Metalle, oder von sehr geradfaserichem Holze, oder auch eine etwas starke gläserne Thermometerröhre anwenden, nur versteht es sich, daß zu solchen Versuchen, wo ein Ende des Stabes in einen Schraubenstock festgespannt werden soll, das Glas wegen seiner Zerbrechlichkeit weniger tauglich ist.

## 80.

Im ersten Falle, wo ein Ende des Stabes ganz fest, und das andere frey ist, bewegt sich bey der einfachsten Schwingungsart Fig. 20. der ganze Stab hin und her, so daß die Axe, oder die ursprüngliche Gestalt des Stabes von der krummen Schwingungslinie nirgends durchschnitten, sondern nur in dem Punkte, wo das feste Ende ist, berührt wird. Es zeigt sich diese Schwingunsgart sehr leicht an einem jeden in einen Schraubenstock eingespannten, oder auf andere Art befestigten (z. B. in eine Wand eingeschlagenen) Stabe, Nagel, oder Stifte, wenn man ihn an irgend einer Stelle, die dem festen Ende nicht allzunahe ist, schlägt, reißt, oder mit dem Violinbogen streicht, sie giebt unter allen Schwingungsarten, deren ein Stab auch bey den übrigen Arten der Behandlung fähig ist, den tiefsten Ton. Bey den übrigen Schwingungsarten, welche in dem jezterwähnten Falle möglich sind, wird die Axe an 1, 2, 3 oder mehreren Stellen durchschnitten. Das beste Mittel, jede von diesen Schwingungsarten hervorzubringen, ist, wenn man eine Stelle, wo ein Schwingungsknoten seyn muß, mit einem Finger oder auf andere Art gelinde berührt, und in der Mitte eines schwingenden Theiles, (oder auch, wenn der äußerste Schwingungsknoten berührt wird, an dem freyen Ende) mit dem Violinbogen streicht. Bey der zweyten Schwingungsart Fig. 21. ist der Ton um zwey Octaven und eine übermäßige Quinte höher, als bey der ersten, es verhält sich nähmlich der erste Ton zum zweyten, wie das Quadrat von 2 zum Quadrate von 5 oder wie 4 zu 25. Von der zweyten Schwingungsart an gerechnet, verhalten sich die Töne, wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. es ist nähmlich bey der dritten Schwingungsart, wo zwey Schwingungsknoten sind, der Ton um eine Octave und eine verminderte

Quinte höher, als bey der zweyten; bey der vierten Schwingungsart nimmt die Höhe wieder beynahe um eine Octave zu, bey der fünften beynahe um eine große Sexte u. s. w. Nimmt man nun das 16füßige oder Contra C als den tiefsten Ton, eines Stabes an, so werden die in dem gegenwärtigen Falle möglichen Töne ungefähr folgende seyn:

| Zahl der Schwingungsknoten: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Töne: | C | gis | $\overline{\overline{\text{d}}}$ | $\overline{\overline{\text{d}}}-$ | $\overline{\overline{\text{b}}}$ | $\overline{\overline{\text{f}}}+$ |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | (2) | (5) 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |

Durch ein daneben gesetztes – zeige ich an, daß ein Ton etwas niedriger, und durch +, daß er etwas höher ist, welche Bezeichnungsart ich auch in der Folge beybehalten werde.

Die mögliche Reihe von Tönen ist also, in den kleinsten ganzen Zahlen ausgedrückt: 36, 225, 525, 1225, 2025 ꝛc. und, wenn man den tiefsten Ton als 1 annehmen will, ist sie: $1, 6\frac{1}{4}, 17\frac{3}{16}, 34\frac{1}{16}, 56\frac{1}{4}$, u. s. w.

Anm. Einen practischen Gebrauch von der ersten Schwingungsart macht man bey der sogenannten Eisenvioline, welche aus eisernen Stiften besteht, die in den halbzirkelförmigen Steg eines Resonanzbodens eingeschlagen sind, und mit dem Violinbogen gestrichen werden. In der Anmerkung zum 29. §. habe ich auch gezeigt, wie man die erste und auch die folgenden Schwingungsarten eines solchen Stabes benutzen kann, um auf eine leichte Art die Zahl der Schwingungen bey einem jeden Tone durch den Augenschein zu finden.

## 81.

In dem zweyten Falle, wo ein Ende des Stabes an einen festen Gegenstand angestemmt, und das andere frey ist, sind die Schwingungsknoten fast an ebendenselben Stellen (nur in einer etwas wenigen größern Entfernung von dem freyen Ende) befindlich, wie in dem ersten Falle, aber die Gestalten der krummen Linien sind, wie man bey Vergleichung der 21sten und 22sten Figur sehen kann, so wie auch die Tonverhältnisse, verschieden. Die Ursache davon liegt darin, weil durch eine gänzliche Befestigung eines Endes die Theile, welche diesem Ende nahe sind, verhindert werden, so frey zu schwingen, als wenn dieses Ende blos gegen irgend einen festen Körper gestemmt wäre. Eine Schwingungsart, wo etwa, so wie im vorigen Falle, der ganze Stab sich hin und her bewegte, findet hier nicht Statt,

sondern bey der ersten Schwingungsart Fig. 22. ist ein Schwingungsknoten ungefähr in der Entfernung des dritten Theils von dem freyen Ende; bey der 2ten Fig. 23. sind zwey vorhanden, von welchen der äußerste sich ungefähr in der Entfernung des 5ten Theils von dem freyen Ende, und der andere sich mitten zwischen diesem Schwingungsknoten, und dem aufgestemmten Ende befindet, u. s. f. Zu Hervorbringung dieser Bewegungsarten halte man den Stab an einer Stelle, wo ein Schwingungsknoten seyn muß, zwischen 2 Fingern, stemme das eine Ende nicht allzustark auf den Tisch, oder auf einen Resonanzboden, oder auf irgend einen andern festen Körper, und streiche einen schwingenden Theil mit dem Violinbogen; wenn man den Schwingungsknoten hält, welcher dem freyen Ende der nächste ist, so kann man auch an diesem Ende streichen. Die Folge von Tönen kommt mit den Quadraten der Zahlen 5, 9, 13, 17 u. s. w. überein; der tiefste Ton in dem vorigen Falle verhält sich zu dem tiefsten Tone in gegenwärtigem Falle, wie 144 zu 625, es würde also ebenderselbe Stab, dessen tiefster Ton in dem vorigen Falle das Contra C gewesen wäre, bey dieser Art der Behandlung folgende Progression von Tönen geben können.

| Zahl der Schwingungsknoten: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Töne: | d | b + | h − | gis | dis + | a |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 | 25 u. s. w. |

82.

In dem dritten Falle, wo beyde Enden des Stabes frey sind, schwingt dieser so, daß bey der einfachsten Bewegungsart Fig. 24. zwey Schwingungsknoten, bey der folgenden Fig. 25. drey, bey der nächstfolgenden 4 u. s. w. vorhanden sind. Der tiefste Ton in dem ersten Falle, wo ein Ende ganz fest ist, verhält sich zu dem tiefsten Tone in diesem Falle, wie 4 zu 25, und der tiefste Ton in dem zweyten Falle, wo ein Ende angestemmt ist, verhält sich zu diesem, wie 25 zu 36. Die Töne ebendesselben Stabes, der bey den vorher erwähnten Behandlungsarten die schon angegebenen Töne giebt, stehen in dem gegenwärtigen Falle ungefähr in folgenden Verhältnissen:

| Zahl der Schwingungsknoten: | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Töne: | gis | d | d – | b | f + | h – |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 u. s. w. |

Alle diese Töne sind, so sehr auch die Beschaffenheit der Krümmungen verschieden ist, doch ganz dieselben, welche in dem ersten Falle ein an dem einen Ende ganz fester Stab giebt, mit Ausnahme des ersten Tones, welcher, wie schon bemerkt worden, nicht in die Progression der übrigen gehört.

Will man Versuche darüber anstellen, so lege man den Stab an zwey Stellen, wo Schwingungsknoten sind, auf nicht allzuharte Unterlagen, z. B. auf zwey mit Tuch oder einer andern weichen Materie überzogene Stege, oder auf zusammengedrehtes Papier, und schlage oder streiche ihn zwischen zwey Schwingungsknoten, oder an einem Ende.

1. Anm. Von der ersten Schwingungsart eines an beyden Enden freyen Stabes pflegt man bey der sogenannten Strohfiedel (carillon) Gebrauch zu machen, es werden nähmlich Stäbe oder schmale Streifen von Holz, Glas, oder Stahl an ihren beyden Schwingungsknoten auf zusammengedrehtes Stroh, oder andere weiche Unterlagen gelegt, und mit zwey Klöppeln geschlagen. In der Oper, die Zauberflöte von Mozart, wird gewöhnlich ein dergleichen Instrument als Glockenspiel des Papageno gebraucht. In Stuttgard bedient man sich zu dieser Absicht eines mit Tasten versehenen Instrumentes dieser Art, welches der geschickte Instrumentenmacher Hauck verfertigt hat, bey dem ich noch ein solches Instrument antraf, das sehr gut eingerichtet war. Ich vermuthe, daß das in Paris von Beyer vor mehrern Jahren verfertigte und in den Zeitungen sehr gerühmte clavecin à cordes de verre, so wie auch das in England verfertigte Glasschord auch nichts anders seyn mag.

2. Anm. Herr Doctor Pansner in Jena hat in seiner Schrift: investigatio motuum et sonorum, quibus laminae elasticae contremiscunt, Jen. 1801. 4. die hier und in meinen Entdeckungen über die Theorie des Klanges S. 10. ebensowohl der Erfahrung, als der von Daniel Bernoulli, L. Euler, und Grafen Giordano Riccati gegebenen richtigen Theorie gemäß angegebenen Tonverhältnisse eines an beyden Enden freyen Stabes für unrichtig erklärt. Der Grund davon liegt aber darin, daß er gegenwärtige Schwingungsarten nicht beobachtet, und ganz andere Schwingungsarten eines Rectangelstreifen, von denen erst im siebenten Abschnitte dieses Theiles die Rede seyn kann, mit den hier beschriebenen Stabschwingungen verwechselt hat.

83.

In dem vierten Falle, wenn beyde Enden angestemmt sind, schwingt ein Stab ganz eben so, wie eine Saite, nur sind die Tonverhältnisse ganz anders, indem diese nicht etwa wie bey einer Saite mit der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4 ꝛc., sondern mit deren Quadraten übereinkommen. Will man Versuche über diese Schwingungsarten anstellen, so stemme man den Stab vermittelst eines Bretes oder andern festen Körpers an den Tisch oder an einen Resonanzboden, oder lasse ihn zu mehrerer Bequemlichkeit der Versuche von einem Andern auf diese Art anstemmen, und streiche an einer gehörigen Stelle mit dem Violinbogen, während man irgend eine Stelle, wo ein Schwingungsknoten ist, durch Berührung mit einem Finger gehörig dämpft. Bey der einfachsten Art der Schwingungen bewegt sich der ganze Stab wie eine Saite Fig. 1. bey ihrem tiefsten Tone; bey der zweyten Bewegungsart Fig. 2. theilt er sich in zwey gleiche Theile, und in der Mitte ist ein Schwingungsknoten, der Ton ist um zwey Octaven höher als der erste; bey der dritten Schwingungsart Fig. 3. theilt sich der Stab in drey gleiche Theile, und der Ton ist wieder um eine Octave und einen ganzen Ton höher; bey der vierten Schwingungsart Fig. 4. wo die Höhe des Tones wieder um eine kleine Septime zunimmt, theilt sich der Stab in vier gleiche Theile u. s. w. Das Verhältniß des tiefsten Tones dieser Art gegen die tiefsten Töne, welche in den vorhererwähnten 3 Fällen erhalten werden können, ist folgendes: Wenn man den tiefsten Ton in gegenwärtigem Falle, wo der Stab wie eine Saite bey ihrer einfachsten Bewegungsart ganz hin und her schwingt, als 1 ansieht, so ist der tiefste Ton eines solchen Stabes im ersten Falle, wo er an dem einen Ende fest und an dem andern frey ist, $= \frac{9}{25}$ oder 0,36; im zweyten Falle, wenn ein Ende angestemmt, und das andere frey ist, $= \frac{25}{16}$ oder 1,5625; im dritten Falle, wenn beyde Enden frey sind, $= \frac{9}{4}$ oder 2,25. Ein Stab also, der in den vorigen 3 Fällen die angezeigten Töne giebt, ist, wenn er an beyden Enden angestemmt wird, folgender Töne fähig:

| Zahl der Schwingungsknoten: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Töne: | Fis | $\overline{\text{fis}}$ | $\overline{\overline{\text{gis}}}$ | $\overline{\overline{\overline{\text{fis}}}}$ | $\overline{\overline{\overline{\overline{\text{d}}}}}$ | $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\text{gis}}}}}}$ |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 u. s. w. |

84.

In dem fünften Falle, wo beyde Enden des Stabes ganz fest, (z. B. in Schraubenstöcke eingespannt) sind, schwingt der Stab zwar auch so, daß er sich bey dem ersten Klange dieser Art Fig. 26. ganz hin und her bewegt, und sich bey den folgenden in 2, 3, 4 oder mehrere Theile theilt; aber sowohl die Tonverhältnisse, als auch die Krümmungen sind ganz anders, als in dem vorigen Falle. Von der Verschiedenheit der krummen Linien kann man sich durch Vergleichung der 26sten Figur mit der ersten einen Begriff machen. Die Töne sind ganz ebendieselben, wie in dem dritten Falle, wo beyde Enden frey sind, so groß auch die Verschiedenheit der krummen Linien in diesen beyden Fällen ist. Die Töne sind also an einem Stabe, der in den vorigen Fällen die angezeigten Töne würde gegeben haben, ungefähr folgende:

| Zahl der Schwingungsknoten: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Töne: | gis | d | d – | b | f + | h – |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 u. s. w. |

85.

In dem sechsten Falle, wo ein Ende des Stabes ganz fest und das andere nur angestemmt ist, schwingt der Stab ebenfalls bey der ersten Bewegungsart ganz und theilt sich bey den folgenden Bewegungsarten in 2, 3, 4 und mehrere Theile, es sind aber die Tonverhältnisse und die krummen Linien anders beschaffen, als in den beyden vorigen Fällen. Die krumme Linie, welche der Stab in diesem Falle bey der ersten Schwingungsart annimmt, habe ich Fig. 27. dargestellt, die Krümmung ist wegen der verschiedenen Befestigungsart nach dem einen Ende zu anders, als nach dem andern beschaffen. Die Töne kommen bey den in diesem Falle möglichen Schwingungsarten ganz mit denen überein, welche ein Stab im zweyten Falle giebt, wo ein Ende aufgestemmt und das andere frey ist, so sehr auch die Beschaffenheit der krummen Linien in diesen beyden Fällen verschieden ist. Es findet nähmlich folgende Reihe von Tönen Statt:

| Zahl der Schwingungsknoten: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Töne: | d | b + | h − | gis − | dis + | a |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 | 25 u. s. w. |

Versuche lassen sich am besten darüber anstellen, wenn man das eine Ende in einen Schraubenstock spannt, und an das andere Ende von jemand Andern ein Bret oder einen andern festen Körper anstemmen läßt, und die Töne sodann durch Berührung eines Schwingungsknotens und durch Streichen einer schwingenden Stelle mit dem Violinbogen hervorbringt.

86.

Das allgemeine Gesetz, nach welchem sich an Stäben die Zahl der Transversalschwingungen richtet, welches auch auf alle andere Arten steifer Körper, die an Gestalt einander ähnlich sind, sich anwenden läßt, ist folgendes: Wenn n die einer jeden Schwingungsart zukommende Zahl, D die Dicke eines Stabes (oder andern dergleichen klingenden Körpers) L die Länge desselben, R die Steifigkeit der Materie, woraus er besteht, G die Schwere desselben und h die Höhe, durch welche ein schwerer Körper in einer Secunde herabfällt, bedeutet, so ist die Zahl der Schwingungen in einer Secunde $S = \frac{n^2 D}{L^2} \sqrt{\frac{2hR}{G}}$. Hierinnen liegen unter andern folgende Sätze:

An Stäben, die aus einerley Materie bestehen, ist bey gleicher Schwingungsart $S = \frac{D}{L^2}$; die Töne sind also um soviel höher, je dicker die Stäbe sind, so daß z. B. ein Stab, der noch einmahl so dick als der andere ist, Töne giebt, die um eine Octave höher sind; wenn die Stäbe nur in Ansehung der Länge verschieden sind, so verhalten sich die Töne umgekehrt, wie die Quadrate der Längen, so daß z. B. ein Stab, der noch einmahl so lang als der andere ist, Töne giebt, die um zwey Octaven tiefer sind.

Die Breite trägt nichts oder fast gar nichts zu Bestimmung der Töne bey. Ein parallelepipedischer Stab, oder ein Streifen von Glas, Metall, Holz u. dergl. sey so breit, als man wolle (so daß er in Betrachtung anderer in dem 7ten Abschnitte dieses Theiles zu

beschreibenden Schwingungsarten als Scheibe müßte angesehen werden); so sind doch bey allen bisher erwähnten Schwingungsarten desselben die Töne ungefähr ebendieselben, als ob er ganz schmal wäre. An einem breitern Stabe wird aber der Klang stärker seyn können, als an einem schmälern.

Die verschiedenen Töne ebendesselben Stabes kommen mit $n^2$, d. i. mit den Quadraten gewisser Zahlen, die in arithmetischen Progressionen stehen, überein, wie vorher schon ist gezeigt worden.

Bey einerley Schwingungsart findet man die Steifigkeit R der Materie $= \frac{S^2L^4G}{D^2}$. Man könnte also vermittelst des Klanges das Verhältniß der Steifigkeit verschiedener Materien finden, welche sich an gleich dicken und gleich langen Stäben, so wie überhaupt an steifen klingenden Körpern, deren Dimensionen gleich sind, wie $S^2G$, oder wie die Quadrate der Töne, mit der specifischen Schwere der Materien multiplicirt, verhalten würde.

Wenn Stäbe oder überhaupt steife Körper, die aus einerley Materie bestehen, an Gestalt einander vollkommen ähnlich, und nur an Größe verschieden sind, so daß alle Dimensionen in einerley Verhältnisse zu- oder abnehmen, so verhalten sich die Töne bey einerley Schwingungsart umgekehrt, wie die Cubicwurzeln der Schwere.

Anm. Die Erzählung, daß Pythagoras die Töne der Hämmer in einer Schmiede mit ihrer Schwere übereinstimmend gefunden habe, ist also der Natur nicht gemäß. Die Schriftsteller, bey welchen sie sich findet, sind: Nicomachus Gerasenus in Enchiridio Harmonices p. 10. sequ. ed. Meibom. Jamblichus in vita Pythagorae cap. 26. und in Nicomachi Arithmet. Indroduct. p. 171. sequ. Gaudentius in Isagoge harmonica p. 13. sequ. ed. Meibom. Macrobius in somnium Scipionis libr. II. cap. 1. Boethius de Musica. cap. 10 und 11. Sie geben auch vor, daß bey den nachher von Pythagoras angestellten Versuchen die Töne gleich langer und dicker Saiten in den Verhältnissen der angehängten Gewichte gestanden haben sollen, welches eben so unrichtig ist, da bekanntermaßen die Töne der Saiten sich wie die Quadratwurzeln der spannenden Kräfte verhalten.

87.

Die wahre Beschaffenheit der Transversalschwingungen eines Stabes ist zuerst von **Daniel Bernoulli** in Comment. Acad. Petrop. tom. XIII. bekannt gemacht worden. **L. Euler** hat auch die Theorie derselben anfangs in seiner methodo inveniendi curvas maximi minimique proprietate gaudentes add. I. de curvis elasticis p. 282. sequ. unvollständig und

nicht ganz richtig, nachher aber weit besser und vollständiger in seiner Schrift: Investigatio motuum, quibus laminae et virgae elasticae contremiscunt, in Actis Acad. Petrop. pro ann. 1779. P. I. pag. 103 sequ. abgehandelt, so daß alles mit der Erfahrung übereintrift, ausgenommen das, was er zu Ende dieses Aufsatzes über elastische Ringe sagt. Graf Giordano Riccati hat auch in einer Abhandlung delle vibrazioni sonore dei cilindri in dem ersten Bande der memorie di matematica e fisica della società italiana die Schwingungen eines an beyden Enden freyen Stabes mit vieler Genauigkeit untersucht. Manche andere Schriftsteller haben viel unrichtiges darüber gesagt.

## II. Longitudinalschwingungen

### 88.

Ein Stab kann außer den vorher erwähnten transversalen Schwingungsarten noch eine unendliche Menge anderer Schwingungsarten annehmen, bey welchen er, oder jeder der Theile, in welche er sich eintheilt, sich nach der Richtung der Länge in sich selbst ausdehnt und zusammenzieht. Diese abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen geschehen so, daß bey einem jeden zwischen zwey festen Gränzen, welche entweder Schwingungsknoten oder feste Enden seyn können, befindlichen Theile die Verdichtung und Verdünnung an der festen Gränze am größten, und je weiter eine Stelle von der festen Gränze entfernt ist, desto kleiner, und endlich in der Mitte eines solchen schwingenden Theiles $= o$ ist, dahingegen in Ansehung des (nach der Theorie eigentlich unendlich kleinen, in der That aber sehr kleinen) Weges das Gegentheil Statt findet, so daß der Weg, welchen ein jeder Punct abwechselnd nach der einen und nach der andern longitudinalen Richtung zu durchlaufen hat, oder mit andern Worten, die Geschwindigkeit desselben in der Mitte eines jeden schwingenden Theiles am größten, je näher aber ein solcher Punct einer festen Gränze ist, desto kleiner, und an der Gränze selbst $= o$ ist. Ein schwingender Theil, der sich an einem freyen Ende befindet, verhält sich in allem Betracht, wie die Hälfte eines zwischen zwey festen Gränzen eingeschlossenen Theils. In diesen und vielen andern Eigenschaften kommen diese Longitudinalschwingungen fester Körper ganz mit den im vorigen Abschnitte abgehandelten Schwingungen der Luft in einer Pfeife überein.

89.

Will man Versuche über diese Schwingungsarten anstellen, so muß man sich solcher Stäbe bedienen, die so gerade als möglich, etwas lang, und nicht allzu dick sind, weil sonst diese Arten des Klanges, welche überhaupt nicht so leicht, wie die Transversalschwingungen ansprechen, entweder gar nicht, oder nur mit vieler Schwierigkeit sich würden hervorbringen lassen. Ob die Stäbe cylindrisch, prismatisch oder flach (z. B. lange Blech- oder Glasstreifen) sind, daran liegt nichts; es wird weiter nichts, als eine gerade und hinreichend lange Strecke von elastischer Materie erfordert. Die Oberfläche muß so glatt, als möglich, seyn, weil solches viel zu leichterer Ansprache beyträgt. Um diese Bewegungsarten hervorzubringen, halte man den Stab an einer Stelle, wo ein Schwingungsknoten ist, mit zwey Fingern der einen Hand, und streiche einen schwingenden Theil desselben der Länge nach mit einem zwischen den Fingern der andern Hand gehaltenen Stückchen Tuch, oder einer andern weichen Materie, die, wenn der Stab von Glas ist, mit Wasser benetzt, und mit einem feinen, aber scharfen Sande, oder auch mit geriebenem Bimsstein bestreuet wird, wenn aber der Stab von Holz oder Metall ist, trocken bleibt, und mit Geigenharz oder andern Harzstaube bestrichen wird, da man denn auch vorher auf die Oberfläche des Stabes selbst Harz einreiben kann. Glasstäbe, wozu sich lange Barometer- oder Thermometerröhren sehr gut gebrauchen lassen, sprechen am leichtesten an; bey andern, besonders wenn sie nicht dünn und gerade genug sind, ist öfters ein ziemlich starker Druck nöthig. Sollen die Töne nicht sehr hoch seyn, so muß man sich beträchtlich langer Stäbe bedienen.

90.

Ein Stab kann drey verschiedene Folgen von Longitudinalschwingungen annehmen, nachdem er 1) ganz frey, 2) an einem Ende befestigt und an dem andern frey, 3) an beyden Enden befestigt ist. In dem ersten Falle schwingt der Stab, so wie (§. 73.) die Luft in einer offenen Pfeife, im zweyten, so wie die Luft (§. 74.) in einer gedeckten Pfeife schwingt, und im dritten, so wie die Luft in einer völlig verschlossenen Röhre schwingen würde, wenn es möglich wäre, sie gehörig in Bewegung zu setzen.

91.

Wenn ein Stab ganz frey ist, so befindet sich bey der einfachsten longitudinalen Schwingungsart, welche den tiefsten Ton giebt, in der Mitte ein Schwingungsknoten; die

Bewegung geschieht abwechselnd von den Enden nach der Mitte, und von der Mitte nach den Enden, so daß der Stab sich abwechselnd verlängert und verkürzt; in der 28sten Figur a und b habe ich diese Schwingungsart auszudrücken gesucht. Es läßt sich diese Bewegungsart leicht hervorbringen, wenn der Stab in seiner Mitte gehalten, und nicht allzuweit von einem Ende der Länge nach auf die vorher erwähnte Art gerieben wird. Bey dem folgenden Klange Fig. 29. a und b, wo der Ton um eine Octave höher ist, sind zwey Schwingungsknoten vorhanden, die ungefähr um den vierten Theil der Länge des Stabes von den Enden entfernt sind; der Stab wird an einem von diesen beyden Schwingungsknoten gehalten, und entweder zwischen diesen beyden, oder allenfalls näher an dem Ende, als bey der vorigen Bewegungsart, gerieben. Bey der dritten Bewegungsart, Fig. 30. a und b, sind drey Schwingungsknoten, einer in der Mitten, die beyden andern in der Entfernung des sechsten Theils von den Enden, der Ton ist wieder um eine Quinte höher, als der zweyte u. s. w. Diese Reihe von Tönen kommt mit der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4 u. s. w. überein, oder vielmehr, wenn man sie mit der folgenden zusammenstellt, mit den geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 u. s. w.

92.

Wenn der Stab an einem Ende in einen Schraubenstock eingespannt, oder auf andere Art befestigt, und an dem andern frey ist, so verlängert und verkürzt sich bey der einfachsten Bewegungsart Fig. 31. a und b der ganze Stab, so daß er abwechselnd nach dem festen Ende und von demselben abwärts strebt. Man streicht ihn der Länge nach in einer nicht allzugroßen Entfernung von dem freyen Ende, ohne ihn sonst irgendwo zu berühren. Der Ton ist um eine Octave tiefer, als in dem vorigen Falle der tiefste war. Bey dem folgenden Klange Fig. 32. a und b ist in der Entfernung des dritten Theils von dem freyen Ende ein Schwingungsknoten, der Ton ist um eine Octave und eine Quinte höher, als der vorige; bey der dritten Bewegungsart, Fig. 33. a und b, wo der Ton wieder um eine große Sexte höher wird, sind zwey Schwingungsknoten vorhanden, wovon der äußerste um den fünften Theil der Länge des Stabes von dem freyen Ende entfernt ist, u. s. w. Diese Reihe von Tönen verhält sich, wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 u. s. w.

93.

Wenn der Stab an beyden Enden befestigt ist, welches am besten geschieht, wenn er an seinen Enden in zwey Schraubenstöcke gespannt wird, so schwingt bey der einfachsten Bewegungsart Fig. 34. a und b der ganze Stab so, daß er sich abwechselnd nach

dem einen und nach dem andern festen Ende drängt. Bey der folgenden Bewegungsart Fig. 35. a und b theilt er sich in zwey Theile, es streben diese Theile abwechselnd nach der Mitte und nach den festen Enden, der Ton ist um eine Octave höher, als der vorige. Eben so kann sich auch der Stab in drey Theile (Fig. 36. a und b), wie auch in 4 oder mehrere theilen. Die Tonfolge bey allen diesen Schwingungsarten ist ebendieselbe, wie in dem ersten Falle, wo der Stab ganz frey ist.

Anm. Die Bewegungen und die Reihe der möglichen Töne eines an beyden Enden befestigten Stabes sind ganz eben so beschaffen, wie die vorher erwähnten Longitudinalschwingungen einer Saite, welche meines Erachtens auch würklich hieher gehören, indem die Spannung der Saite bey diesen Schwingungsarten fast nichts weiter bewürkt, als daß einer beträchtlichen Strecke von elastischer Materie, die wegen ihrer geringen Dicke außerdem allzu biegsam seyn würde, eine gerade Richtung gegeben wird. Ich habe zwar in der Berliner musikalischen Monatsschrift Aug. 1792. die Longitudinaltöne einer Messing- oder Stahlsaite um etwas weniges tiefer angegeben, als die Töne eines eben so langen messingenen oder stählernen Stabes bey derselben Bewegungsart seyn würden; dieses kommt aber daher, weil der untergesetzte niedrige Steg hier nicht so würksam war, als bey den Transversalschwingungen, so daß sich die der Länge nach gehenden Ausdehnungen und Zusammenziehungen noch einigermaßen in den jenseits des Steges befindlichen Theil der Saite verbreiteten.

In meiner Schrift über die Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe habe ich S. 9. die erste Bewegungsart eines an beyden Enden befestigten Stabes unrichtig beurtheilt, es geschehen nähmlich hierbey die Ausdehnungen und Zusammenziehungen eines solchen Stabes nicht etwa abwechselnd von der Mitte nach den Enden, und von den Enden nach der Mitte, weil bey einer Bewegung dieser Art nothwendig in der Mitte ein Schwingungsknoten seyn müßte, sondern vielmehr abwechselnd nach dem einen und dem andern Ende zu. Bey der zweyten Bewegungsart ist aber die Bewegung so, wie ich sie dort der ersten zugeschrieben habe.

94.

Bey Vergleichung aller dieser longitudinalen Schwingungsarten eines Stabes wird man finden, daß, wenn man einen Theil, der sich an einem freyen Ende befindet, als die Hälfte eines zwischen zwey festen Gränzen enthaltenen Theils ansieht, alle möglichen Töne dieser Art sich umgekehrt wie die Längen der schwingenden Theile verhalten, und in geradem Verhältnisse der Zahlen solcher Halbtheile stehen, in welche sich der Stab eintheilt. So ist z. B. bey Fig. 31. der ganze Stab als ein solcher halber schwingender Theil anzusehen, der Ton ist also in Verhältniß der übrigen = 1. Bey Fig. 28. und 34. theilt sich der Stab in zwey solche Halbtheile, die bey Fig. 28. mit den festen Enden, bey Fig. 34. aber mit den beweglichen Enden zusammenhängen, der Ton ist = 2. Auf ähnliche Weise lassen sich alle übrigen longitudinalen Bewegungsarten beurtheilen.

95.

Bey einerley longitudinalen Schwingungsart verhalten sich die Töne mehrerer aus einerley Materie bestehenden Stäbe umgekehrt wie deren Längen. Auf die Dicke eines Stabes kommt gar nichts an. Destomehr aber kommt die Verschiedenheit der Materie in Betrachtung. Bey mehreren von mir angestellten Versuchen war der Ton eines 2 Rheinländische Fuß langen Stabes, wenn er an beyden Enden frey war, bey der einfachsten longitudinalen Bewegungsart folgender:

| | | |
|---|---|---|
| Fischbein gab ungefähr | 3 gestrichen | a |
| Englisches Zinn | — — | h |
| Silber ungefähr 15 löthig | 4 gestrichen | d |
| Nußbaumholz, Taxusholz | — — | f |

Wenn die Fasern dieser Hölzer noch gerader sind, als sie an meinen Stäben waren, kann der Ton auch noch ein wenig höher seyn.

| | | |
|---|---|---|
| Messing, Eichenholz, Pflaumenbaumholz | — — | fis |
| Thönerne Tobakspfeifenstiele | — — | e bis g |
| Kupfer beynahe | — — | g |
| Birnbaumholz, Rothbüchen, Ahorn | — — | gis bis a |
| Mahagony (gewöhnliches unächtes) beynahe | — — | b |
| Ebenholz, Weißbüchen, Rüstern, Erlen, Birkenholz ungefähr | — — | b |
| Lindenholz beynahe | — — | h |
| Kirschbaumholz | — — | h |

Weidenholz }
Kiefernholz } = = = = = = = 5 gestrichen c

An einigen kiefernen Stäben, wo die Fasern etwas schief giengen, war der Ton wohl um eine Tertie tiefer.

Glas }
Eisen } ungefähr = = = = = = — — cis

Zwischen weichem Eisen, und ziemlich hartem Stahl habe ich keinen merklichen Unterschied gefunden.

Tannenholz, etwas höher als = = = = — — cis.

Mit einer völligen Genauigkeit lassen sich die Töne nicht wohl bestimmen, weil ich öfters an denselben Materien Verschiedenheiten von einem halben Tone fand. Alle diese Töne fester Körper bey ihren Longitudinalschwingungen sind übrigens viel höher, als der Ton einer eben so langen Luftstrecke in einer offenen Pfeife, welcher ungefähr das ungestrichene c seyn würde. Der Unterschied aller dieser Longitudinaltöne fester Körper von den weichsten und zähesten bis zu den sprödesten beträgt nur höchstens etwa eine Octave und eine große Terz (2:5) und wenn ich Fischbein und Zinn, die wegen ihrer Weichheit und Zähigkeit nur einen sehr unvollkommenen Klang geben, ausnehme, beträgt der Unterschied kaum eine Octave (1:2). Diese Verschiedenheit der Töne hängt allem Ansehn nach von der mehrern oder mindern Sprödigkeit ab, worunter ich hier den Widerstand, welchen die Materie gegen jede Zusammendrückung und Ausdehnung nach der Richtung der Länge äußert, verstehe; wahrscheinlich verhalten sich die Töne, wie die Quadratwurzeln dieser Sprödigkeit. Da es aber nicht einerley seyn kann, ob bey einem gewissen Grade der Sprödigkeit, die hier als bewegende Kraft anzusehen ist, viel oder wenig Masse in Bewegung gesetzt wird, so vermuthe ich, daß die Schwere der Materie auch zu Bestimmung der Höhe und Tiefe der Töne beyträgt, und daß diese auch in umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln der Schwere stehen mögen. Wenn also Materien von so verschiedener specifischen Schwere, wie z. B. Messing, Eichenholz und thönerne Tobakspfeifenstiele, wie auch Tannenholz, Eisen und Glas einerley Ton geben, so muß der Grund davon wohl in der eben so sehr verschiedenen Sprödigkeit dieser Materien liegen, so daß in diesem Falle eine dieser Eigenschaften durch die andere compensirt wird. Meines Erachtens muß also, wenn n die einer jeden longitudinalen Schwingungsart zukommende Zahl, L die Länge des Stabes, C die Sprödigkeit und G die Schwere desselben bedeutet, der Ton eines longitudinal schwingenden Stabes seyn $= \frac{n}{L} \sqrt{\frac{C}{G}}$.

Anm. Die Art der Elasticität, welche ich hier Sprödigkeit nenne, ist von der Steifigkeit, d. i. von dem Widerstande gegen jede seitwärts geschehende Biegung, wodurch die Töne bey den Transversalschwingungen bestimmt werden, sehr verschieden. Sie ist auch, wie Graf Giordano Riccati in seiner Schrift delle corde ovvero fibre elastiche, Sched. I. bemerkt, von der Festigkeit oder Haltbarkeit (tenacitas) wohl zu unterscheiden; er fand z. B. daß die Sprödigkeit einer von ihm untersuchten dünnen Messingsaite über 1134 Pfund betrug, deren Haltbarkeit nur ungefähr 12 Pfunden gleich war, und also bey Anhängung eines größern Gewichtes zerriß. Er unterscheidet von dieser natürlichen oder innern Sprödigkeit der Materie auch die künstliche oder äußere Sprödigkeit, d. i. den Wiederstand, welchen ein solcher Körper, wenn seine Ausdehnung durch eine äußere Kraft schon etwas verändert worden ist, gegen jede noch weitere Veränderung derselben äußert. Da nun die natürliche Spödigkeit einer Saite schon so viel betragen kann, so ist gar nicht zu verwundern, daß eine mehrere oder mindere Spannung, die doch gewöhnlich nur einige Pfund beträgt, so wenig Veränderung des Tones bey einer longitudinal schwingenden Saite bewürkt.

96.

Die Verschiedenheiten der Transversal- und Longitudinalschwingungen werden sich am besten übersehen lassen, wenn ich sie in folgender Tabelle einander gegenüber stelle:

| Eigenschaften der Transversalschwingungen. | Eigenschaften der Longitudinalschwingungen. |
|---|---|
| Der Stab wird in die Quere in Bewegung gesetzt. | Der Stab wird nach der Richtung der Länge in Bewegung gesetzt. |
| Er bildet bey seinen Schwingungen mancherley krumme Linien. | Er zieht sich auf mancherley Art zusammen und dehnt sich aus nach der Richtung der Länge. |
| Die Töne verhalten sich bey den verschiedenen Schwingungsarten wie die Quadrate gewisser Zahlen, z. B. wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 ꝛc. oder von 5, 9, 13, 17 ꝛc. oder von 1, 2, 3, 4 ꝛc. | Die Töne verhalten sich bey den verschiedenen Schwingungsarten wie die geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 u. s. w. oder wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 u. s. w. |
| Die Töne verschiedener Stäbe verhalten sich bey einerley Schwingungsart umgekehrt wie die Quadrate der Längen. | Die Töne verschiedener Stäbe verhalten sich bey einerley Schwingungsart, umgekehrt wie die Längen. |
| Sie verhalten sich ferner wie die Dicke, | Auf die Dicke kommt gar nichts an, außer daß, wenn der Stab nach einem Ende zu merklich dicker ist, dieses eine kleine Veränderung des Tones verursachen kann. |
| wie die Quadratwurzeln der Steifigkeit, d. i. des Widerstandes gegen Biegung, | Wahrscheinlich verhalten sich die Töne, wie die Quadratwurzeln der Sprödigkeit, d. i. des Widerstandes gegen Verengerungen und Erweiterungen nach der Richtung der Länge. |
| und umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Schwere. | Wahrscheinlich auch umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Schwere. |

Die Gesetze der Longitudinalschwingungen eines Stabes habe ich in einer Schrift: Ueber die Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe, (Erfurt 1796. 4.) welche sich auch in den Schriften der dortigen Churmayntzischen Academie der Wissenschaften befindet, zuerst bekannt gemacht.

## III. Drehende Schwingungen.

97.

Außer den vorher erwähnten Schwingungsarten sind noch andere möglich, bey welchen der Stab oder die Theile, in welche er sich eintheilt, sich abwechselnd rechts und links in einer schraubenförmigen Richtung so bewegen, als ob sie sich um ihre Axe drehen wollten. Es lassen sich diese Schwingungsarten, welche ich später als die vorigen, entdeckt, und in dem zweyten Theile der neuen Schriften der Berliner Gesellschaft Naturforschender Freunde 1799. bekannt gemacht habe, am besten an cylindrischen Stäben, die eine recht glatte Oberfläche haben, durch ein fast eben solches Reiben, wie bey den Longitudinalschwingungen, hervorbringen, nur mit dem Unterschiede, daß es nicht nach der Richtung der Länge, sondern links oder rechts in einer drehenden Richtung geschehen muß, wobey man den Stab an einer Stelle, wo ein Schwingungsknoten ist, mit zwey Fingern halten kann. Bisweilen habe ich auch an parallelepipedischen oder vierseitig prismatischen Stäben solche Schwingungen durch Streichen mit dem Violinbogen in einer diagonalen Richtung hervorgebracht.

98.

Die Arten, wie der Stab, er sey ganz frey, oder an dem einen Ende befestigt, und an dem andern frey, oder an beyden Enden befestigt, sich abtheilen kann, und die in allen diesen Fällen Statt findenden Reihen von Tönen, wie auch die übrigen Gesetze, nach welchen sich die Höhe und Tiefe der Töne richtet, sind ganz eben dieselben, wie bey den Longitudinalschwingungen, nur sind beyde darin verschieden, daß, soweit ich es bey allen Versuchen habe bemerken können, der Ton bey einer jeden Art von drehenden Schwingungen um eine Quinte tiefer ist, als bey gleichartigen Longitudinalschwingungen, daher man um die Töne bey dergleichen Schwingungen zu bestimmen, den §. 95. gegebenen Ausdruck $\frac{n}{L}\sqrt{\frac{C}{G}}$ mit $\frac{2}{3}$ multipliciren muß.

Anm. Aus diesen drehenden Schwingungen erklärt sich nun das, was ich in meinen Entdeckungen über die Theorie des Klanges gegen das Ende der 75sten Seite von einer solchen Schwingungsart eines in einen Schraubenstock gespannten parallelepipedischen oder prismatischen Stabes gesagt habe, wo ich ihn an einer Kante in einer diagonalen Richtung mit dem Violinbogen strich, und bey dem Aufstreuen des Sandes auf eine horizontale Seite der Sand auf einer sich mitten durch die Länge erstreckende Linie ruhig blieb. Ich habe dort mit Unrecht vermuthet, daß die vier Kanten des Stabes vielleicht abwechselnd gegen einander schwingen, es wird aber vielmehr durch die rechts und links gehenden Schwingungen der aufgestreute Sand von den Kanten nach der Mitte zu geworfen. Auch an vierseitigen Stimmgabeln habe ich einigemahl ähnliche Schwingungen auf diese Art hervorgebracht.

## Sechster Abschnitt.

### Schwingungen gekrümmter Stäbe.

99.

Die Schwingungen einer Gabel d. i. eines Stabes, der in der Mitte so gekrümmt ist, daß seine beyden Schenkel mit einander parallel gehen, sind von den transversalen Schwingungen eines geraden Stabes, dessen beyde Enden frey sind, nicht wesentlich verschieden, und können eigentlich durch Vergleichung beyder am besten beurtheilt werden. Wenn man einen geraden Stab in seiner Mitte so krümmt, daß er nach und nach die Gestalten Fig. 37. aa, bb, cc, dd, ee annimmt, so wird man den allmählichen Uebergang der Schwingungen und Tonverhältnisse desselben zu den Schwingungen und Tonverhältnissen einer Gabel leicht beobachten können. Durch die Biegung werden (so wie überhaupt durch eine jede Biegung eines Stabes innerhalb eines schwingenden Theils) die zwey Schwingungsknoten, zwischen denen sie sich befindet, einander näher gerückt, so wie es in der 37sten Figur durch Striche ist bemerkt worden. Jeder Ton wird dadurch tiefer, als er bey eben derselben Zahl von Schwingungsknoten an einem geraden Stabe seyn würde, so daß die an geraden Stäben (§. 82.) mit den

Quadraten der Zahlen 3, 5, 7, 9 u. s. w. übereinkommende Tonfolge in eine ganz andere übergeht. Bey der einfachsten Bewegungsart einer Gabel schwingen beyde Schenkel gegen einander und von einander, so daß sie abwechselnd die Gestalten Fig. 38. n p g q f und b p h q m annimmt. Man wird bey Vergleichung der 24sten und 38sten Figur finden, daß diese Bewegungsart von der ersten Bewegungsart eines geraden an beyden Enden freyen Stabes nicht wesentlich verschieden ist; nur ist die Axe, auf welche die krumme Schwingungslinie Beziehung hat, verändert, und die beyden Schwingungsknoten sind einander so genähert, daß man sie ohne genauere Aufmerksamkeit fast für einen Schwingungsknoten halten sollte. Der Ton ist ungefähr um eine kleine Sexte tiefer, als der tiefste Ton ebendesselben Stabes, wenn er gerade und ganz frey ist. Eine Schwingungsart, wo drey Schwingungsknoten wären, nähmlich einer in der Mitte, und an jedem Schenkel einer, so wie bey der zweyten Schwingungsart eines geraden Stabes Fig. 25. findet an einer Gabel nicht Statt; je mehr man einen geraden Stab Fig. 37. in der Mitte krümmt, desto mehr wird die in der 25sten Figur dargestellte Schwingungsart erschwert, und wenn der Stab sehr gekrümmt wird, läßt sie sich gar nicht mehr hervorbringen. Bey der zweyten Schwingungsart einer Gabel Fig. 39. sind vier Schwingungsknoten m, n, t, e vorhanden, nähmlich in der Mitte zwey sehr nahe bey einander, und an jedem Schenkel einer, die Gabel nimmt abwechselnd die Krümmungen p d h g c und k f q z b an; der Ton ist um zwey Octaven und eine übermäßige Quinte höher, als bey der ersten Schwingungsart Fig. 38, der erste Ton verhält sich nähmlich zum zweyten, wie das Quadrat von 2 zum Quadrate von 5, oder wie 4 zu 25, er paßt aber nicht in die Progression der Töne bey den folgenden Schwingungsarten, welche sich von der zweyten an gerechnet, wie die Quadrate der Zahlen 3, 4, 5, 6, 7 u. s. w. verhalten. Bey der dritten Schwingungsart Fig. 40. sind fünf Schwingungsknoten, einer in der Mitte, und an jedem Schenkel zwey, so wie sie in der Figur durch Striche bezeichnet sind, der Ton ist um eine kleine Septime 9 : 16 höher, als der zweyte; bey der vierten Schwingungsart Fig. 41, wo die Höhe des Tones wieder beynahe um eine kleine Sexte (eigentlich um eine übermäßige Quinte 16 : 25) zunimmt, sind 6, bey der fünften, Fig. 42, wo der Ton wieder um eine verminderte Quinte 25 : 36 höher wird, sind 7 Schwingungsknoten, u. s. w. Die Progression von Tönen wird sich am besten in folgender Tabelle übersehen lassen, in welcher ich eben denselben Stab, welcher im geraden Zustande die von §. 80 bis 85. angezeigten Töne giebt, nun als gabelförmig gekrümmt ansehe:

| Zahl der Schwingungsknoten: | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Fig. 38 | | Fig. 39 | 40 | 41 | 42 | |
| Töne: | c | fehlt | gis | fis | d | gis | cis + |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | (2) | | (5) 3 | 4 | 5 | 6 | 7 u. s. w. |

Diese Reihe von Tönen, von der zweyten Schwingungsart an gerechnet, ist ebendieselbe, als wenn ein solcher Stab gerade und an beyden Enden angestemmt wäre, (§. 83.) von der dritten Schwingungsart eines solchen Stabes an gerechnet. Auch sind die Töne bey denen Schwingungsarten, wo in der Mitte zwey Schwingungsknoten sehr nahe bey einander sind, Fig. 38, 39, 41 u. s. w. eben dieselben, wie die Töne eines an dem einen Ende befestigten Stabes §. 80, nur um zwey Octaven höher; die Ursache liegt meines Erachtens darin, daß bey diesen Schwingungsarten beyde Schenkel der Gabel sich so gegen einander stemmen, daß jeder eben so schwingt, wie ein gerader Stab, dessen eines Ende befestigt ist.

Zu Versuchen schicken sich parallelepipedische Stäbe, nähmlich schmale Streifen von Eisen oder Messing, denen man die gehörige Biegung gegeben hat, am besten; diejenigen, deren ich mich bedient habe, waren meistens $\frac{1}{2}$ Zoll breit. Die verschiedenen Schwingungsarten lassen sich leicht durch Streichen mit dem Violinbogen am Ende eines Schenkels, wobey man die Gabel an einem ihrer äußersten Schwingungsknoten locker zwischen zwey Fingerspitzen hält, hervorbringen; die Schwingungsknoten kann man durch aufgestreuten Sand, welcher auf denselben ruhig bleibt, und von andern Stellen durch die Schwingungen herabgeworfen wird, sichtbar machen.

1. Anm. Die wahre Beschaffenheit der Schwingungen einer Gabel, welche noch von niemanden theoretisch oder empirisch untersucht worden ist, mache ich hier zuerst bekannt. Was ich einmahl in einem andern Aufsatze gelegentlich darüber gesagt habe, ist nicht ganz richtig, denn ich wußte und vermuthete damals nicht, daß sowohl bey der einfachsten Bewegungsart, als auch bey so vielen andern zwey Schwingungsknoten in der Mitte nahe bey einander sind, und fand nachher erst durch Beobachtung des vorhererwähnten Ueberganges der Schwingungen eines geraden an beyden Enden freyen Stabes zu den Schwingungen einer Gabel deren wahre Beschaffenheit.

2. Anm. La Hire in der Histoire und in den Mémoires de l'Acad. de Paris 1716. und Funk in seiner Schrift de sono et tono S. 3. erklären den Umstand, daß eine Feuerzange klingt, wenn man sie anschlägt, nicht aber, wenn man ihre beyden Schenkel mit den Fingern zusammendrückt

und wieder losläßt, ganz unrichtig. Diese und so viele andere Irrthümer in der Theorie der schwingenden Bewegungen sind meistens dadurch veranlaßt worden, weil man nicht gewußt hat, und manche Physiker vielleicht noch nicht wissen, daß jeder elastische Körper vielerley Schwingungsarten annehmen kann, deren jede einen andern Ton giebt, welches einer der ersten Lehrsätze bey einem jeden Vortrage der Klanglehre seyn sollte, aber bis jetzt noch in wenigen physischen Lehrbüchern ist vorgetragen worden. Die wahre Ursache des Klingens oder Nichtklingens einer Feuerzange liegt darin, weil bey dem Loßlassen der vorher mit den Fingern zusammengehaltenen Enden die beyden Schenkel bey der ersten Bewegungsart (Fig. 38.) gewöhnlich viel zu langsam schwingen, als daß ein Klang könnte gehört werden, dahingegen durch Anschlagen an verschiedenen Stellen andere Bewegungsarten hervorgebracht werden, die höhere Töne geben.

100.

Ein Ring, d. i. ein kreißförmig gebogener und in sich selbst übergehender Stab theilt sich bey seinen Schwingungen in 4, 6, 8, 10 oder mehrere gleiche Theile ein, die Töne, deren er fähig ist, verhalten sich wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. Zu Versuchen kann man einen etwas starken Draht von Messing, der an seinen Enden mit Schlagloth sauber zusammengelöthet wird, am besten gebrauchen. Um jede verlangte Bewegungsart hervorzubringen, lege man den Ring an drey Stellen, wo Schwingungsknoten sind, auf etwas zusammengedrehtes Papier, oder starken Bindfaden, oder auf andere nicht allzu harte Unterlagen, drücke ihn, damit er sich nicht verrücke, an solchen Stellen mit den Fingern, aber nicht allzustark, auf die Unterlagen, und streiche mit dem Violinbogen die Mitte eines schwingenden Theils. Die Schwingungen werden weit leichter hervorgebracht werden können, wenn der Ring bey der hier angegebenen horizontalen Lage mit dem Violinbogen senkrecht gestrichen wird, so daß die Schwingungen auf und nieder gehen, als wenn man ihn in der Richtung seines Durchmessers streicht, weil wegen der gewölbten Gestalt des Ringes jeder Theil von außen nach innen sich so gegen die andern stemmt, daß die schwingenden Bewegungen nach dieser Richtung dadurch erschwert werden, weshalb auch, wenn man durch ein stärkeres Streichen eine Bewegung nach dieser Richtung erzwingt, die Töne etwas rauher und höher ausfallen, als wenn man senkrecht streicht. Um den Ring gehörig senkrecht streichen zu können, wird es am besten seyn, wenn man ihn auf einen Tisch auf seine Unterlagen so legt, daß der schwingende Theil, den man streichen will, etwas über den Rand des Tisches hervorragt, z. B. wenn man die einfachste Bewegungsart, wo der Ring sich in 4 schwingende Theile eintheilt, hervorbringen will, so legt man Fig. 43. an den Rand des Tisches a b den Ring an den 2 nächsten Schwingungsknoten m und n, und sodann noch auf einen, entweder bey p oder

bey q auf schickliche Unterlagen, so daß das Stück m g n über den Tisch hervorragt, drücke den Ring mit den Fingern der einen Hand auf die Unterlagen, welches, wenn man aufwärts streicht, nur bey m und n nöthig ist, und streiche bey g. Eben so verfahre man bey jeder Schwingungsart, wobey es am leichtesten seyn wird, alle Schwingungsarten, so weit sie an jedem Ringe möglich sind, hervorzubringen, wenn man an 2 gegeneinander über befindlichen Stellen, wie z. B. bey n und p die Unterlagen unverändert läßt, und die Unterlage bey m immer näher an n rückt, so daß die Entfernung bey der ersten Schwingungsart $\frac{1}{4}$, bey der zweyten $\frac{1}{6}$, bey der dritten $\frac{1}{8}$ der ganzen Peripherie beträgt u. s. w.

Ein Ring, dessen tiefster Ton das ungestrichene c ist, wird bey seinen übrigen Schwingungsarten folgende Töne geben:

| Zahl der Schwingungsknoten: | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Töne: | c | fis | fis – | dis – | a | dis |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 u. s. w. |

Ein Ring, dessen tiefster Ton das eingestrichene fis ist, wird, wenn man ihn irgendwo trennt, und durch Biegung in einen geraden Stab verwandelt, die von §. 80 bis 85. angezeigten Töne geben.

Was hier über die Schwingungen eines Ringes gesagt ist, das ist eigentlich nur von Ringen, deren Dicke und Breite nicht sehr beträchtlich von einander verschieden ist, zu verstehen, wie z. B. von cylindrischen oder prismatischen ringförmig gebogenen Stäben, die in sich selbst übergehen. Ein Ring, der in der Richtung seines Durchmessers beträchtlich ausgedehnt, und nach der andern dünn ist, würde vielmehr als eine runde in der Mitten durchlöcherte Scheibe, und ein Ring, der nach der Richtung seines Durchmessers dünn, und nach der diesem rechtwinklich entgegengesetzten Richtung beträchtlich ausgedehnt ist, würde als Röhre können angesehen werden; die Beurtheilung solcher Ringe würde also nicht hieher, sondern in die nächstfolgenden Abschnitte gehören, wo von den Schwingungen gerader und krummer Flächen die Rede seyn wird.

Anm. L. Euler behauptet in seiner Abhandlung de sono campanarum in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. X. daß die Töne eines Ringes in den Verhältnissen 1, $\sqrt{6}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{50}$,

$\sqrt{105}$, $\sqrt{196}$ u. s. w. stehen sollen, daß also, wenn der tiefste Ton C ist, die Tonfolge C, $\bar{e}-$, $\bar{d}-$, $\bar{b}-$, $\bar{e}+$, $\bar{b}-$, $\bar{d}+$ u. s. w. sey. Am Ende seiner sonst äußerst lehrreichen Schrift: investigatio motuum, quibus laminae et virgae elasticae contremiscunt, in Actis Acad. Petrop. pro ann. 1779. giebt er die Quadrate von 1, 2, 3, 4 u. s. w. als die Tonfolge eines elastischen Ringes an, welches auch Golovin in Act. Acad. Petrop. pro ann. 1781. P. II. zu bestätigen gesucht hat. Alle diese Behauptungen werden aber von der Erfahrung widerlegt, durch welche man nie andere Töne erhalten wird, als die, welche mit den Quadraten von 3, 5, 7, 9 u. s. w. übereinkommen. Es ist auch der Natur nicht gemäß, wenn man, wie es in diesen Abhandlungen geschehen ist, die Schwingungen einer Glocke aus den Schwingungen eines Ringes erklären will. Die wahre Tonfolge eines Ringes habe ich in meiner Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges S. 16 und 17. zuerst bekannt gemacht.

## 101.

So wie ein Stab noch auf unendlich verschiedene andere Arten gekrümmt seyn kann, eben so verschieden können die schwingenden Bewegungen und die Tonverhältnisse seyn, welche in allen solchen Fällen Statt finden, ich lasse es aber hier nur bey Bestimmung der Schwingungen einer Gabel und eines Ringes bewenden, da diese Arten gekrümmter Stäbe am öftersten vorkommen, und es auch nöthig war, einiges Unrichtige, was Andere darüber gesagt hatten, zu berichtigen. Außer den auf andere Arten gekrümmten Stäben würden auch Stäbe von unregelmäßigen Gestalten, oder von ungleicher Dicke an verschiedenen Stellen u. s. w. vielen Stoff zu weitern Untersuchungen geben können.

# Siebenter Abschnitt.

## Schwingungen einer Scheibe.

### I. Allgemeine Bemerkungen.

102.

Bey den bisher erwähnten transversalen Schwingungsarten einer Saite und eines Stabes kommt es nur auf krumme Linien an, zwischen deren auf entgegengesetzten Seiten der Axe befindlichen Theilen die Schwingungsknoten sich als feste Puncte befinden; aber bey den in diesem und in dem folgenden Abschnitte zu beschreibenden Schwingungen einer Scheibe, einer Glocke u. s. w. (so wie auch schon bey den meisten Schwingungsarten der im dritten Abschnitte erwähnten gespannten Membranen) kommen nicht krumme Schwingungslinien, sondern krumme Flächen, die nach mehr als einer Richtung auf verschiedene Art gekrümmt sind, in Betrachtung, bey welchen die auf entgegengesetzten Seiten der Axe befindlichen Theile nicht durch feste Puncte, sondern durch feste Linien, die man auch Knotenlinien nennen kann, von einander abgesondert sind.

Anm. Die Schwingungen einer Scheibe habe ich in meiner Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges (Leipzig 1787. 4.) zuerst empirisch untersucht, und die zu deren genauer Beobachtung nöthigen Mittel angegeben. Auf Veranlassung dieser Schrift bemühte sich Jacob Bernoulli in den Nov. Act. Acad. Petrop. 1787. die Schwingungen einer Quadratscheibe durch Theorie zu bestimmen, deren Resultate aber von der Erfahrung nicht bestätigt werden, so wie auch deren Voraussetzungen allem Ansehn nach nicht der Natur gemäß sind. Es möchte auch wohl sehr schwer, und bey dem gegenwärtigen Zustande der höhern Mechanik und Analyse noch fast unmöglich seyn, hierin auf dem Wege der Theorie weiter zu kommen. Ein L. Euler, Daniel Bernoulli, D'Alembert, La Grange, und Andere haben so viele Bemühungen anwenden

und manche neue analytische Kunstgriffe ausfindig machen müssen, um die Schwingungen einer Saite zu bestimmen, und doch ist hierin noch manches streitig; zu genauer Bestimmung der Schwingungen eines geraden Stabes waren mehrere gemeinschaftliche Bemühungen eines L. Euler und Daniel Bernoulli nöthig; die Untersuchung der Schwingungen eines Ringes ist L. Eulern bey zwey verschiedenen Bemühungen, sie theoretisch zu bestimmen, nicht gelungen; es ist also leicht zu erachten, daß die Untersuchung solcher Schwingungen, wo es nicht, wie bey den vorigen, auf krumme Linien, sondern auf solche krumme Flächen ankommt, die sich schlechterdings nicht auf einfache krumme Linien reduciren lassen, noch ungleich schwieriger seyn müsse. L. Euler drückt sich hierüber in dem 15ten Bande der Nov. Comment. Acad. Petrop. S. 581. also aus: Quae adhuc de figura corporum flexibilium et elasticorum in medium sunt allata, non latius, quam ad fila simplicia sunt extendenda. — Quae enim passim de carvatura lintei et veli tradita reperiuntur, eatenus tantum admitti possunt, quatenus has figuras ad curvaturam fili simplicis referre licet. Quin etiam omnia, quae in hoc genere sunt explorata, ad curvas tantum in eodem plano formatas sunt restringenda: quare longissime adhuc sumus remoti a theoria completa, cujus ope non solum superficierum, sed etiam corporum flexibilium figura definiri queat; atque haec theoria etiam nunc tantopere abscondita videtur, ut ne prima quidem ejus principia adhuc sint evoluta. Wenn vielleicht die Analyse in Zukunft noch soweit sollte vervollkommt werden, als zu dergleichen Untersuchungen erforderlich ist, so werden nun die vorhergegangenen empirischen Bestimmungen dazu dienen können, um die Resultate der Theorie durch die Erfahrung zu prüfen, und gleich zu sehen, ob man auf rechten Wege sey, oder nicht.

103.

Zu deutlicher Darstellung einer jeden Schwingungsart, deren eine Scheibe fähig ist, wird erfordert, daß man eine oder mehrere Stellen, die in Ruhe bleiben, mit den Fingern oder auf andere Art halte, den Rand der Scheibe an einer Stelle, wo ungefähr die Mitte eines schwingenden Theiles ist, mit dem Violinbogen rechtwinklich streiche, und wenn man verlangt, daß die Knotenlinien sichtbar werden sollen, auf die horizontalgehaltene Oberfläche der Scheibe etwas Sand streue, welcher von den schwingenden Theilen weggeworfen wird, auf den festen Linien aber ruhig bleibt, und sich anhäuft.

Da Manche bey Nachmachung meiner Versuche über die Schwingungen einer Scheibe Schwierigkeiten gefunden haben, wo ich es nicht erwartete, so halte ich für nöthig, hier noch einige Erläuterungen beyzufügen. Man kann sich gläserner oder metallener Scheiben bedienen; allenfalls lassen sich sogar die Schwingungen einer hölzernen Scheibe sichtbar machen. Gläserne Scheiben ziehe ich deswegen vor, weil man sie leichter von gleichförmiger Dicke haben kann, als Scheiben von Messing oder einem andern Metalle, weil man auch wegen ihrer Durchsichtigkeit besser bestimmen kann, wo man etwa noch unterwärts irgend eine Stelle mit dem

Finger berühren könne. Dünnere Scheiben sind besser zu gebrauchen, als dickere, weil auf den dünnern sich mehrere Schwingungsarten mit Leichtigkeit hervorbringen lassen. Geschliffenes Spiegelglas habe ich nicht besser, als gewöhnliches Fensterscheibenglas gefunden, weil an geschliffenem Glase zwar jede Oberfläche eben ist, aber selten beyde Oberflächen genau mit einander parallel sind. Die Schärfen des Randes müssen mit einer Feile oder auf andere Art abgestumpft werden, damit die Haare des Bogens nicht zerschnitten oder abgerieben werden. Die Größe der Scheiben ist willkührlich, wer noch wenig Uebung in dergleichen Versuchen und etwas kurze Finger hat, wird sich kleinerer Scheiben bedienen müssen; die kleinsten können etwa 3 Zoll im Durchmesser seyn, die größten, deren ich mich bedient habe, waren etwas über eine Dreßdner Elle im Durchmesser. Kleinere Scheiben sind zu den einfachern Schwingungsarten besser zu gebrauchen, an größern aber kann man bey gehöriger Uebung die Hervorbringung der verwickeltern Schwingungsarten weiter treiben. Die Stellen, wo man bey einer jeden Schwingungsart halten und streichen muß, werden sich am besten durch ein richtiges Augenmaß bestimmen lassen; eine genaue Abmessung der Scheibe wird nicht leicht von Nutzen seyn, weil eine Scheibe doch selten an allen Stellen eine so gleichförmige Dicke und Elasticität haben möchte, daß eine solche Abmessung ganz genau zutreffen sollte. Hat man die Stelle, wo gehalten werden muß, nicht genau genug getroffen, so wird man, wenn die Klangfigur etwas unvollkommen erscheint, durch eine kleine Verrückung der Figur leicht etwas nachhelfen können. Wenn man etwa zufällig eine Figur erhalten hat, die man für interessant hält, und gern ein andersmahl wieder erhalten möchte, so ist es rathsam, die Stellen, wo man gehalten und gestrichen hat, auf irgend eine Art zu bezeichnen. Die Haltung der Scheibe geschieht am besten mit dem Daumen und dem zweyten Finger, und zwar, so viel als möglich, nur mit den äußersten Spitzen dieser Finger, weil die festen Linien sehr schmahl sind, und also bey einer Haltung mit mehrerer Fläche der Finger die Schwingungen der benachbarten Theile zu sehr würden gehindert werden. Die Scheibe darf auch nicht etwa an die innere Fläche der Hand anstoßen. Wenn die gehaltene Stelle eine bey mehreren Schwingungsarten unbewegliche Stelle ist, wird es nöthig seyn, zu Verhütung einer Beymischung anderer Schwingungsarten außer der gehaltenen Stelle noch eine andere Stelle, die nur bey der verlangten Schwingungsart, nicht aber bey den andern in Ruhe bleiben kann, unterwärts mit einem Finger zu berühren. Wessen Finger nicht recht geschickt zu gehöriger Haltung der Scheibe sind, der kann auch allenfalls die Scheibe auf ein Stückchen Kork, oder zusammengedrehtes Papier, oder auf eine andere dergleichen nicht allzuharte Unterlage legen, und mit einem Finger schwach

aufdrücken und etwa noch an einer schicklichen Stelle mit der Spitze des Daumen berühren, damit sie sich bey dem Streichen nicht verrücke. Ich habe nie nöthig gefunden, auch bey den größten Scheiben mich eines andern Hülfsmittels, als der Finger, zu bedienen, schlage aber solchen, deren Finger zu dieser Absicht nicht gut beschaffen sind, noch einen andern zu dergleichen Versuchen brauchbaren Apparat vor, welchen ich in der 44sten Figur abgebildet habe. Dieser besteht in einer hölzernen Zwinge, die unterwärts an den Tisch angeschraubt wird, und oberwärts nach vorn eine Fortsetzung hat, welche mit einer Schraube versehen ist, deren Ende auf einen unterwärts befindlichen Stift paßt, welche beyde etwa $\frac{3}{8}$ Zoll dick und mit Tuch oder einer andern weichen Materie gepolstert seyn müssen; zwischen die Schraube und den Stift wird die Scheibe an einer schicklichen Stelle eben so eingeklemmt, als ob sie zwischen dem Daumen und noch einem Finger gehalten würde; man kann sodann noch nach Belieben eine und andere schickliche Stelle zu mehrerer Festigkeit bey dem Streichen, und zu genauerer Bestimmung der festen Linien mit den Fingerspitzen berühren. Zu dem Streichen wird einige Festigkeit der Hand erfordert, es darf nähmlich der Bogen nicht etwa von einer Stelle zur andern wanken, sondern er muß genau an einer Stelle auf- oder abgehn. Da bisweilen mehrere Schwingungsarten einerley Stellen, wo man halten und wo man streichen muß, mit einander gemein haben, so muß man genau bemerken, welchen Ton die verlangte Bewegungsart giebt, und bey Erscheinung eines andern Tones sogleich mit dem Streichen inne halten, sobald man aber den rechten Klang hört, diesen durch ein Anwachsen des Bogenstrichs verstärken. Gewöhnlich werden Bewegungsarten, welche tiefere Töne geben, leichter durch einen langsamern und stärkern, die aber höhere Töne geben, leichter durch einen schnellern und schwächern Bogenstrich sich hervorbringen lassen. Zu dem Aufstreuen läßt sich gewöhnlicher Sand gebrauchen, es würde aber auch jede andere körnige Materie eben dieselbe Würkung thun; die Figuren erscheinen, sobald ein Klang hörbar ist; sie werden deutlicher, wenn vorher die feinsten Theile des Sandes entweder durch Schlemmen mit Wasser, oder dadurch, daß man den Sand mehreremahl etwas hoch herabfallen läßt, weggeschaft worden sind, weil diese sich sonst allzusehr an die Oberfläche des Glases anhängen. Jedoch wird auch die Anwesenheit einiger feinen Staubtheile nützlich seyn können, um die Mittelpuncte der Schwingungen, d. i. die Stellen, wo die Schwingungen am größten sind, sichtbar zu machen, weil an diesen der feinste Staub sich anhäuft. Wenn an einer Stelle der Scheibe zu viel und an der andern zu wenig Sand sich befindet, so kann man dadurch, daß man die Scheibe etwas nach der andern Seite neigt, eine gleichförmigere Vertheilung des Sandes bewürken.

1. Anm. J. C. Voigt, welcher die von mir entdeckten Versuche über die Schwingungsarten einer Scheibe vielleicht besser, als irgend ein anderer nachmachen könnte, hat in Grens neuen Journale der Physik 3. B. 4. St. über die Hervorbringung dieser Klangfiguren auch vieles gesagt, was denen, die dergleichen Figuren anstellen wollen, wird brauchbar seyn können. Hätte er nicht so früh sein Leben geendigt, so würde er gewiß zur Akustik, so wie zur Naturkunde überhaupt, noch viele Beyträge geliefert haben.

2. Anm. Viele von denen, welchen ich die Klangfiguren einer Scheibe zeigte, haben sich sonderbare Vorstellungen davon gemacht. Das gewöhnlichste Misverständniß war dieses, daß man auf einer Scheibe, (ungefähr so wie auf einer Violinsaite, welche durch Greifen verkürzt wird) jeden beliebigen Ton hervorbringen könne, und daß jeder Ton eine bestimmte Figur gebe. Dieses findet aber nicht Statt, es lassen sich nähmlich nicht alle Töne hervorbringen, sondern nur solche Töne, die mit gewissen Bewegungsarten in Beziehung stehen. Es giebt auch nicht etwa ein gewisser Ton eine gewisse Figur, sondern vielmehr, jede Figur, (oder mit andern Worten, jede Schwingungsart) steht mit den andern in einem gewissen Tonverhältnisse. Bey jeder Figur kann der Ton tiefer oder höher seyn, nachdem die Scheibe größer oder kleiner, dünner oder dicker ist; die Figur wird doch ebendieselbe seyn, und gegen die andern ebendasselbe Tonverhältniß behalten. Die Tonverhältnisse sind übrigens sehr unharmonisch; wenn sie sich durch bestimmte Zahlen ausdrücken lassen, so sind dieses keine andern als Quadratzahlen, mithin kann hier von Octaven, Quinten, Terzen u. s. w. nie die Rede seyn. Diese Anmerkung ist eigentlich nur für die, welche der Sache noch unkundig sind, oder das was bisher an andern klingenden Körpern ist gezeigt worden, nicht gefaßt haben.

104.

Zwey schwingende Theile, die durch eine feste Linie von einander getrennt sind, schwingen allemahl abwechselnd nach entgegengesetzten Richtungen, so daß ein Theil sich über seiner ursprünglichen Lage befindet, während der benachbarte unter derselben ist. Wenn also gegenwärtige Figur

| | | | |
|---|---|---|---|
| + | — | + | — |
| — | + | — | + |
| + | — | + | — |

oder irgend ein Theil davon einen Theil einer schwingenden Scheibe vorstellt, so werden bey der einen Schwingung die durch + bezeichneten Stellen sich aufwärts und die durch — bezeichneten sich niederwärs bewegen; bey der folgenden Schwingung bewegen sich die durch — bezeichneten aufwärts, und die durch + bezeichneten niederwärts, und so immer abwechselnd. Da (§. 45.) überhaupt an jedem klingenden Körper nur solche schwingende Bewegungen

möglich sind, bey welchen die Theile, in welche er sich eintheilt, ein solches Verhältniß der Größe gegen einander haben, als erforderlich ist, um in gleicher Geschwindigkeit schwingen zu können, so folgt, daß die Gestalt und die Lage der festen Linien allemahl so regelmäßig erscheinen müsse, als es die Gestalt und die übrige Beschaffenheit der Scheibe zuläßt. Schwingende Theile, die sich am Rande der Scheibe befinden, sind (§. 45.) allemahl weit kleiner, als solche, die zwischen festen Linien eingeschlossen sind. Die festen Linien können in mancherley geraden und krummen Richtungen von einer Stelle des Randes bis zur andern durch die Scheibe hindurchgehen, aber niemals innerhalb der Scheibe sich endigen, sie können auch auf mannigfaltige Art so gekrümmt seyn, daß sie innerhalb der Scheibe in sich selbst übergehen. Die Gestalt solcher krummen Knotenlinien ist öfters einer Hyperbel, Cycloide, oder Epicycloide sehr ähnlich. Bey zwey oder mehreren schlangenförmigen Linien pflegen die Krümmungen sich einander abwechselnd zu nähern und von einander zu entfernen, bisweilen geschieht dieses auch bey schlangenförmigen Linien, zwischen denen sich eine gerade Linie befindet. Diejenigen Stellen, wo die Excursionen der schwingenden Theile am größten sind, und welche als die Mittelpuncte der Schwingungen können angesehen werden, lassen sich ebenfalls sichtbar machen, wenn unter dem Sande ganz feiner Staub befindlich ist, welcher, (weil diese Stellen weniger von einer horizontalen Richtung abweichen, als andere, die von diesen ausgerechnet, bey ihren Schwingungen einen Abhang bilden) sich zum Theil daselbst anhäuft. Es zeigen sich diese Stellen in schwingenden Theilen, die nach verschiedenen Richtungen keine sehr verschiedene Ausdehnung haben, meistens ziemlich rund, in solchen schwingenden Theilen, welche nach einer Richtung weit mehr als nach der andern ausgedehnt sind, erscheinen sie mehr in die Länge gezogen, in solchen Theilen, die sich am Rande befinden, sind diese Stellen nicht unmittelbar am Rande, sondern ziemlich nahe dabey.

105.

Jede Bewegungsart ist mannigfaltiger Abänderungen fähig, welche bisweilen durch Unregelmäßigkeiten der Scheibe veranlaßt werden, öfters aber auch durch eine kleine Verrückung der Stellen, wo man die Scheibe hält und streicht, absichtlich bewürkt werden können. Wenn die Gestalten der festen Linien dadurch noch so sehr verzerrt werden, verursacht dieses doch wenig oder gar keine Aenderung des Tones, weil dabey jeder schwingende Theil, der an einer Stelle etwas verliert, an der andern einen Zuwachs bekommt, so daß also die verhältnißmäßige Größe der Theile, und mithin auch die Geschwindigkeit ihrer Schwingungen da-

durch nicht verändert wird. Bey solchen Abänderungen oder Verzerrungen der Klangfiguren können zwey einander durchschneidende Linien oder Theile von solchen Linien Fig. 45. c, sich in ihrem Durchschnittspuncte trennen, und auf zwey verschiedene Arten mit einander verbinden, so daß sie sich als zwey krumme Linien wie Fig. 45. b oder d zeigen, die Krümmungen können auch noch flacher und die Linien endlich gerade und ganz mit einander parallel werden Fig. 45. a und e; eben so können auch zwey nach der einen oder nach der andern Richtung mit einander parallel gehende Linien oder Theile von Linien Fig. 45. a und e sich wie Fig. 45. b oder d krümmen, und wenn die Krümmung noch stärker wird, endlich wie bey Fig. 45. c, einander rechtwinklich durchschneiden. Man kann also Fig. 45. a, b, c, d, und e, welche die eigentlichen Grundzüge aller Abänderungen sind, als gleichartig ansehen, es läßt sich auch öfters durch Verrückungen der Finger ein allmählicher Uebergang von einer dieser Gestalten zur andern bewürken. Eben so sind auch am Rande einer Scheibe Fig. 46. m n zwey schief gegen einander laufende Enden von Linien, wie bey a, oder ein Stück einer krummen Linie, wie bey b, oder ein Stück einer geraden Linie, wie bey c, gleichbedeutend, und können sich in einander umändern. Es gehört öfters einige Uebung dazu, um bey so mannigfaltigen Verzerrungen die eigentliche Beschaffenheit einer Schwingungsart, besonders wenn sie sehr verwickelt ist, gehörig zu beurtheilen.

Anm. Sollte man endlich dahin gelangen, die Schwingungen einer Scheibe aus allgemeinen mechanischen Principien bestimmen zu können, so würde der erste Schritt wohl darin bestehen müssen, daß man für diesen Uebergang einer einfachen Bewegung einer Rectangelscheibe, oder überhaupt eines Theils einer Scheibe, wo die Linien gerade sind, Fig. 45. a und e, und wo man sich die Scheibe, oder den also schwingenden Theil einer Scheibe als ein Aggregat von unendlich vielen Fasern gedenken kann, die mit einander parallel gehen, und sich so wie ein freyer Stab bey seiner ersten Schwingungsart Fig. 24. bewegen, zu solchen nicht mehr durch krumme Linien, sondern durch Flächenkrümmungen auszudrückenden Bewegungen, wo die Knotenlinien sich mehr oder weniger krümmen Fig. 45. b und d, oder sich auch rechtwinklich durchschneiden können, Fig. 45. c, wobey jedoch die schwingenden Theile einerley relative Größe behalten, und also die Geschwindigkeit der Schwingungen nicht verändert wird, einen allgemeinen Ausdruck zu finden suche. Hatte man diesen gefunden, so müßte man ihn auf zusammengesetztere Bewegungsarten anzuwenden, und endlich auch zu bestimmen suchen, was für Einfluß überhaupt die Gestalt der Scheibe auf die Beschaffenheit der Schwingungen habe. Es müßte auch bey solchen Untersuchungen genau darauf Rücksicht genommen werden, in welcher Lage, und in welcher Gestalt sich die Mittelpuncte der Schwingungen zeigen.

Die Vorstellungsart Jacob Bernoulli's, da er sich eine Quadratscheibe als ein netzförmiges Gewebe von Fasern, die einander rechtwinklich durchkreuzen, gedacht hat, scheint nicht brauchbar zu seyn, sie hat auch in Nov. Act. Acad. Petrop. 1787. ganz unrichtige Resultate gegeben.

106.

Die so mannigfaltigen Klangfiguren sind meistens weit einfacher und haben unter einander mehr Beziehung und Zusammenhang, als man dem ersten Anscheine nach vermuthen sollte. Wenn man nähmlich an mehreren Scheiben von gleicher Größe und Gestalt einerley Klangfigur hervorbringt, und diese Scheiben so zusammenstellt, daß sie eine zusammenhängende Fläche bilden, so ist jede auf der einen Scheibe befindliche Knotenlinie die Fortsetzung der, welche sich auf der andern befindet, und so entstehen durch gehörige Zusammenstellung mehrerer mit einer einfachern Klangfigur versehenen kleinern Scheiben zusammengesetztere Figuren, sich meistens auf einer ähnlichen größern Scheibe auf einmahl darstellen lassen. In der Folge wird dieses an vier Quadratscheiben, an zwey halbrunden Scheiben, an zwey oder auch an vier gleichseitig dreyeckigen Scheiben u. s. w. erläutert werden.

107.

An Scheiben, die einander ähnlich sind, und aus einerley Materie bestehen, verhalten sich die Töne bey einerley Schwingungsart wie die Dicken, und umgekehrt wie die Quadrate der Durchmesser. An Scheiben, die nicht aus einerley Materie bestehen, verhalten sich die Töne, wie schon §. 86. von steifen Körpern im Allgemeinen gesagt worden ist, auch wie die Quadratwurzeln der Steifigkeit und umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Schwere.

## II. Schwingungen der Rectangelscheiben überhaupt.

108.

Die Ursache, warum hier Rectangelscheiben zuerst untersucht werden, ist, weil an diesen die im 5ten Abschnitte beschriebenen transversalen Schwingungsarten eines Stabes auch Statt finden, und deren Uebergang zu andern nicht durch krumme Linien, sondern durch Flächenkrümmungen auszudrückenden Schwingungsarten sich auch daran am besten zeigen läßt. Eine Rectangelscheibe (von Glas oder Metall, oder einer andern hinlänglich elastischen Materie, von irgend einem Verhältnisse der Länge zur Breite) ist in folgenden drey Fällen anderer Progressionen von Schwingungsarten fähig:

1) wenn sie ganz frey ist,
2) wenn sie an einem Ende befestigt, und an dem andern frey ist,
3) wenn sie an beyden Enden (oder an zwey einander entgegengesetzten Seiten) befestigt ist.

Man kann hier auch, so wie es an Stäben geschehen ist, einen Unterschied zwischen einer gänzlichen Befestigung, und einer bloßen Anstemmung eines oder beyder Enden annehmen; es werden aber an einer Scheibe, wo eine Seite oder zwey einander entgegengesetzte Seiten angestemmt sind, meistens nur wenige Schwingungsarten mit Mühe können hervorgebracht werden, und dabey werden die Töne sehr rauh und die Figuren meistens sehr unregelmäßig seyn, weil die Aufstemmung nicht überall so gleichförmig seyn, oder so gleichförmig würken kann, daß die Schwingungen nicht sollten gehindert werden. Geschieht die Aufstemmung nur in einem oder wenigen Puncten, so werden zwar mancherley Schwingungen sich leichter hervorbringen lassen, sie werden aber nicht nach ebendenselben Grundsätzen zu beurtheilen seyn, indem alsdenn meistens Verzerrungen solcher Klangfiguren erscheinen werden, die einer freyen Scheibe zukommen.

109.

An einer ganz freyen Rectangelscheibe kommen die einfachern Schwingungsarten mit denen überein, deren ein frey schwingender Stab nach §. 82. fähig ist. Bey der einfachsten Schwingungsart, wo jede Faser wie bey Fig. 24. schwingt, zeigen sich bey dem Aufstreuen des Sandes zwey nach einerley Richtung gehende, und von den Enden fast um den vierten Theil der Länge der Scheibe entfernte Linien Fig. 47; hier ist nähmlich die Scheibe in der 24sten Figur im Profil, und in der 47sten im Grundrisse dargestellt. Bey der zweyten Schwingungsart, wo die Krümmung einer jeden Faser wie bey Fig. 25. beschaffen ist, zeigen sich drey nach einerley Richtung gehende Knotenlinien Fig. 48, von denen die äußersten fast um den 6ten Theil der Länge der Scheibe von den Enden entfernt sind; eben so kann die Scheibe sich auch in mehrere Theile eintheilen, so daß sich vier, fünf, oder mehrere Knotenlinien zeigen, von denen die äußersten allemahl nur beynahe halb so weit, als die Länge eines zwischen zwey Knotenlinien befindlichem schwingenden Theiles beträgt, von den Enden der Scheibe entfernt sind. Die Tonverhältnisse sind ebendieselben, wie bey einem an beyden Enden freyen Stabe, und kommen ebenfalls mit den Quadraten von 3, 5, 7, 9 u. s. w. überein, die Breite der Scheibe sey so beträchtlich, oder so geringe, als man wolle. Zu Hervorbringung dieser Schwingungsarten wird es am besten seyn, wenn man die Scheibe an einer Stelle, auf welche eine der äußersten Knotenlinien fällt, mit den Spitzen des Daumen und zweyten Fingers hält, und, wenn die Linien mit dem kürzern Durchmesser parallel seyn sollen, in der Mitte einer schmalen Seite mit dem Violinbogen streicht. Wenn

die Breite der Scheibe es zuläßt, und man an einer langen Seite mit gehöriger Genauigkeit streicht, so kann man die Scheibe, (wiewohl mit mehrerer Schwierigkeit) auch nöthigen, so zu schwingen, daß 2, 3, oder mehrere Knotenlinien der Länge nach gehen, wobey es sich von selbst versteht, daß die Töne, welche unter sich ebendieselben Verhältnisse behalten, welche vorher angegeben worden sind, höher seyn müssen, als wenn die Knotenlinien mit dem kürzern Durchmesser parallel gehen. Bey allen diesen einfachern Schwingungsarten können öfters, wie schon §. 105. im Allgemeinen ist bemerkt worden, die ihrer eigentlichen Bestimmung nach geraden Knotenlinien sich krümmen, welche Krümmung der Linien auch so zunehmen kann, daß zwey abwechselnd sich einander nähernde und von einander entfernende Linien endlich in diagonaler Richtung sich rechtwinklich durchschneiden, durch welche Verzerrung der Linien das Tonverhältniß meistens gar nicht, und in einigen Fällen nur sehr wenig verändert wird. Obgleich bey dergleichen Verzerrungen der Knotenlinien die Schwingungsarten im Wesentlichen ebendieselben sind, als wenn diese Linien gerade wären, so ist doch die bisherige Theorie der Schwingungen nicht mehr zu Beurtheilung dieser Gestaltveränderungen hinlänglich, indem die Gestalt der Scheibe sich alsdenn nicht mehr durch eine krumme Linie ausdrücken läßt.

Außer den jetzterwähnten einfachern Schwingungsarten sind noch viele andere möglich, die alle so beschaffen sind, daß die Gestalt der Scheibe nicht durch krumme Linien, sondern nur durch Flächenkrümmungen würde können ausgedrückt werden, wenn man in der höhern Mechanik und Analyse schon so weit wäre, daß man sie durch irgend eine Gleichung[1] auszudrücken wüßte. Bey diesen Schwingungsarten zeigen sich Knotenlinien in die Länge und Quere zugleich, die einander meistens rechtwinklich schneiden, in manchen Fällen aber auch auf verschiedene Art sich abändern können.

Um solche Schwingungsarten wo eine Knotenlinie der Länge nach geht, die von Querlinien durchschnitten ist, hervorzubringen, halte man die Scheibe an einer Stelle, wo sich zwey Linien durchschneiden, (wobey es am besten seyn wird, wenn man die äußerste solche Stelle hält), und streiche die Scheibe mit dem Violinbogen zwischen zwey Enden von Querlinien, oder nahe an der nächsten Ecke. Es kann die der Länge nach gehende Knotenlinie von einer Querlinie durchschnitten seyn, Fig. 49, oder von zweyen Fig. 50, oder auch von mehreren. Die Töne kommen an einem Rectangelstreifen, dessen Länge sich zur Breite wenigstens wie 8 zu 1 verhält, oder auch noch beträchtlicher ist, ungefähr mit der Folge der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w. überein, sie verhalten sich also unter einander, wie

die Zahlen der Querlinien; jedoch sind, wenn die Breite nicht in Verhältniß der Länge sehr gering ist, die Töne etwas weniges weiter aus einander, so daß die etwas mehrere Höhe bey der 4ten oder 5ten Schwingungsart schon wird anfangen bemerkbar zu seyn, und bey der 6ten etwa einen halben Ton, bey der 8ten u. s. w. noch mehr betragen kann. Je geringer die Verschiedenheit der Breite von der Länge ist, desto weiter gehen die Verhältnisse aus einander, so daß an einer Quadratscheibe der zweyte Ton um eine Octave und eine große Terz höher ist, als der erste, und bey dem dritten die Höhe wieder um eine Octave, bey dem vierten ungefähr um eine kleine Septime zunimmt u. s. w. Sowohl dieses Umstandes wegen läßt sich kein allgemeines Verhältniß der Töne bey diesen Schwingungsarten gegen die Töne der vorhererwähnten bestimmen, als auch deswegen, weil an Scheiben von verschiedenen Verhältnissen der Länge zur Breite die ersterwähnten Töne sich wie die umgekehrten Quadrate der Längen verhalten, und von der Breite nicht (oder fast gar nicht) abhängen, aber bey gegenwärtigen Schwingungsarten die Höhe des tiefsten Tones (wo 2 Linien sich durchkreuzen) in umgekehrtem Verhältnisse der Breite sowohl als der Länge, oder überhaupt in umgekehrtem Verhältnisse des Flächeninhaltes der Scheiben steht. An einer Quadratscheibe ist dieser Ton um eine Quinte tiefer, an einer Scheibe, wo die Länge sich zur Breite ungefähr wie 3 zu 2 verhält, ist er ebenderselbe, und an einer Scheibe, wo beyde Durchmesser noch mehr verschieden sind, ist er höher, als der tiefste Ton bey der ersterwähnten Reihe von einfachern Schwingungsarten, wo zwey Linien mit dem kürzern Durchmesser parallel gehen, oder als parallel gehend angesehen werden können Fig. 49.

Wenn die Breite der Scheibe es verstattet, können auch 2 oder mehrere der Länge nach gehende Knotenlinien von solchen, die in die Quere gehen, durchschnitten seyn, wobey sich wieder ganz andere Tonverhältnisse zeigen, die bey verschiedenen Verhältnissen der Länge zur Breite auch sehr verschieden seyn können, wovon ein mehreres wird in dem nächsten Abschnitte gesagt werden, welcher als eine Fortsetzung des gegenwärtigen §. angesehen werden kann.

Anm. Das schon §. 82. erwähnte Misverständniß in der Schrift des Herrn Doctor Pansner: investigatio motuum et sonorum, quibus laminae elasticae contremiscunt, Jen. 1801. ist blos daher entstanden, daß er die Schwingungsarten, bey welchem eine der Länge nach gehende Knotenlinie von solchen, die in die Quere gehen, durchschnitten wird, und welche, wie er ganz richtig sagt, die mit der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4 u. s. w. übereinkommenden Töne (wiewohl mit Erweiterung der Verhältnisse bey einer geringern Verschiedenheit der Länge von der

Breite) geben, für die einzigen möglichen Schwingungen eines Rectangelstreifen gehalten, und mit den erstenerwähnten einfachern Schwingungsarten, wo die Töne in den Verhältnissen der Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. stehen, verwechselt hat, ohngeachtet ich sie in meinen Entdeckungen über die Theorie des Klanges S. 21. und 22. deutlich genug von den vorigen unterschieden habe. Gewissermaßen kann ich mir die Schuld dieses angeblichen Widerspruchs in so fern beymessen, weil ich in meiner Schrift den Umstand nicht angegeben habe, daß man zu Hervorbringung der einfachern Schwingungsarten, wo blos in die Quere Knotenlinien gehen, einen Rectangelstreifen in der Mitte einer schmalen Seite streichen müsse. Es würde dieses Misverständniß auch wohl nicht Statt gefunden haben, wenn ich diese Schwingungsarten durch Abbildung der Klangfiguren (wie hier in Fig. 47. und 48.) deutlicher gemacht hätte; indessen glaubte ich damals, daß es nicht nöthig wäre, die Zahl der Figuren zu vermehren, weil diese bey Voraussetzung der hier in Fig. 24. und 25. (und in meiner angeführten Schrift in Fig. 151. und 152.) dargestellten Krümmungen sich von selbst verständen.

## 110.

Wenn das eine Ende eines Rectangels frey und das andere fest (d. i. in einer Mauer befestigt, oder in einen Schraubenstock gespannt) ist, sind die einfachern Schwingungsarten und Tonverhältnisse so, wie es an Stäben im 80sten §. angegeben ist. Die Scheibe kann nähmlich, wie bey Fig. 20, ganz schwingen, so daß sich (Fig. 51.) gar keine Knotenlinie zeigt; bey der zweyten Schwingungsart zeigt sich eine Knotenlinie in einer Entfernung von dem freyen Ende, die beynahe den dritten Theil der Länge des Rectangels beträgt, (Fig. 52.); bey der dritten Schwingungsart zeigen sich zwey Linien in die Quere (Fig. 53.) u. s. w. Das Streichen muß in der Mitte des freyen Endes geschehen.

Außer diesen einfachern Bewegungsarten können aber auch andere Statt finden, wo eine Knotenlinie in die Länge geht, entweder allein (Fig. 54.) oder von einer in die Quere gehenden, (Fig. 55.) oder von zweyen, (Fig. 56.) oder auch von mehrern Querlinien durchschnitten. Die Töne verhalten sich bey diesen Schwingungsarten an einem Rectangelstreifen, der in Verhältniß der Länge nur eine geringe Breite hat, wie die Reihe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 u. s. w. Je geringer die Verschiedenheit der Länge und Breite ist, desto mehr erweitert sich der Abstand der Töne von einander, eben so, wie ich dieses vorher an einer freyen Rectangelscheibe bemerkte. Ein allgemeines Verhältniß dieser Töne gegen die vorhererwähnten läßt sich nicht angeben, aus den schon in vorigem §. angeführten Gründen. Der tiefste Ton dieser Art bey Fig. 54. ist um eine Octave tiefer, als der tiefste bey dergleichen Schwingungen eben desselben Rectangelstreifen, wenn dessen beyde Enden frey sind, bey Fig. 49. Wenn man nun die im vorigen §. erwähnten Schwingungen dieser Art an einem

schmalen Rectangelstreifen, dessen beyde Enden frey sind, mit den jetzt erwähnten Schwingungen ebendesselben Rectangelstreifen, wenn dessen eine schmale Seite befestigt ist, vergleichen will, so würde die im vorigen §. angegebene Reihe der Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w. durch Multiplication mit 2 in die Reihe der geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 u. s. w. müssen verwandelt werden, es wird sich also nun die Reihe aller möglichen Schwingungsarten, bey denen eine Knotenlinie der Länge nach geht, Fig. 54, 49, 55, 50, 56 u. s. w. sich wie die natürliche Zahlenreihe 1, 2, 3, 4 u. s. w. erhalten, und im Allgemeinen werden die Töne bey allen solchen Schwingungsarten an einem schmalen Rectangelstreifen, er sey an einem, oder auch (wie in dem künftigen §. wird gezeigt werden) an beyden Enden befestigt, oder ganz frey, sich wie die Größen der schwingenden Theile verhalten, vorausgesetzt, daß ein an einem freyen Ende befindlicher schwingender Theil allemahl nur halb so groß seyn muß, als einer, der sich zwischen zwey Querlinien oder festen Gränzen befindet. Zu Hervorbringung der ersten solchen Schwingungsart Fig. 54. berühre man die mitten in der Scheibe der Länge nach gehende Knotenlinie und streiche an irgend einer Stelle einer langen Seite, nur nicht etwa allzu nahe an dem festen Ende; und zu Hervorbringung der übrigen solchen Schwingungsarten berühre man eine Stelle, wo sich zwey Linien durchkreuzen, oder auch eine Querlinie, und streiche an irgend einer Stelle der langen Seite zwischen zwey Enden von Querlinien, oder auch wenn die äußerste Querlinie berührt wird, an einer Ecke des freyen Endes.

Außerdem können auch, in soweit die Breite des Rectangelstreifen es verstattet, 2, 3 oder mehrere Knotenlinien der Länge nach gehen, entweder allein, oder von Querlinien durchschnitten.

Anm. Wenn das eine Ende des Rectangelstreifen nur aufgestemmt ist, so versteht es sich von selbst, daß eben so, wie bey einem so behandelten Stabe, eine Schwingungsart, wo der ganze Streifen sich hin und her bewegt, nicht möglich, und daß die, wo sich eine Querlinie zeigt, Fig. 52, als die erste anzusehen ist. Ueberhaupt aber werden, wie schon bemerkt worden, die Bewegungen und Töne an einem nur angestemmten Rectangelstreifen zu unbestimmt seyn, als daß sich viele genaue Beobachtungen daran machen ließen.

III.

An einem Rectangelstreifen, dessen beyde schmale Seiten fest sind, geschehen die einfachsten Bewegungen so, daß sie mit den Schwingungsarten und Tonverhältnissen eines

an beyden Enden befestigten Stabes (§. 84.) übereinkommen, wobey sich also entweder bey den Schwingungen des ganzen Streifen gar keine Knotenlinie zeigt, Fig. 57. oder der Streifen sich in 2, (Fig. 58.) 3, 4 und mehrere schwingende Theile theilt, und sich 1, 2, oder mehrere in die Quere gehende Knotenlinien zeigen. Diese Schwingungsarten lassen sich aber nur selten und mit vieler Mühe durch Streichen mit dem Violinbogen hervorbringen, weil ein solches Streichen nicht an einer schmalen Seite, sondern, weil diese befestigt sind, nur an einer langen Seite geschehen kann, und also weit leichter auf die Hervorbringung der nachher zu erwähnenden Schwingungsarten würkt. Allenfalls wird manche von den einfachern Schwingungsarten sich eher durch einen langsamern und mit stärkerem Drucke geschehenden Bogenstrich hervorbringen lassen.

Außer diesen durch eine krumme Linie auszudrückenden Schwingungsarten können auch andere Statt finden, wo eine Knotenlinie der Länge nach geht, und sich entweder allein zeigt (Fig. 59.) oder so daß sie von einer, (Fig. 60.) zweyen, (Fig. 61.) dreyen, (Fig. 62.) oder mehreren Querlinien durchschnitten ist. Bey diesen Schwingungsarten kommen die Töne, wenn der Streif schmahl ist, mit den Zahlen 1, 2, 3, 4 ꝛc. überein, und sind ganz ebendieselben, als ob der Rectangelstreif ganz frey wäre. Sie lassen sich an einem jeden Sägeblatte, das in seinem Gestelle festgespannt ist, sehr leicht hervorbringen. In Fig. 62. b und c habe ich ein Beyspiel von zwey sehr gewöhnlichen Verzerrungen der Knotenlinien bey einem solchen Klange gegeben.

Eben so können auch, wenn die Breite des Rectangelstreifen es zuläßt, 2 oder mehrere der Länge nach gehende Knotenlinien sich entweder allein, oder von Querlinien durchschnitten, zeigen.

Anm. Wenn beyde Enden eines Rectangels nicht ganz befestigt, sondern nur aufgestemmt sind, wird noch weniger Leichtigkeit der Hervorbringung eines Klanges, und noch weniger Regelmäßigkeit der Figuren Statt finden, als in dem Falle, welcher im vorigen §. abgehandelt ist.

## III. Schwingungen einer Quadratscheibe, und noch anderer Arten von Rectangelscheiben.

112.

Unter allen Arten von Rectangelscheiben haben Quadratscheiben das einfachste Verhältniß, weil Länge und Breite einander gleich sind. Es sind an denselben, so wie überhaupt

an Rectangelscheiben, alle Arten von Schwingungen möglich, wo eine gewisse Zahl von Knotenlinien mit dem einen oder auch mit dem andern Durchmesser parallel geht, oder als parallel mit demselben gehend angesehen werden kann. Zu Vermeidung der Weitläuftigkeit werde ich bey jeder Schwingungsart die Zahlen der Knotenlinien, welche nach der einen und nach der andern Richtung gehen, durch einen senkrecht dazwischen gesetzten Strich unterscheiden, so wird z. B. 3|0 die Schwingungsart bedeuten, wo nach einer Richtung drey Linien gehen, und nach der andern keine, 5|2 die Schwingungsart, wo mit dem einen Durchmesser fünf, und mit dem andern zwey Knotenlinien parallel gehen u. s. w.

113.

Daß die Knotenlinien sich mehr oder weniger krümmen können, und daß meistens an zwey benachbarten Linien, bisweilen auch an zweyen, zwischen denen sich eine gerade Linie befindet, die Krümmungen sich abwechselnd einander nähern und von einander entfernen, ist schon im Allgemeinen §. 104. gesagt worden. Manche Schwingungsarten haben ohngeachtet aller Bemühungen nie mit ganz geraden Linien erscheinen wollen, höchstens so, daß die Linien etwas weniger gekrümmt waren, und sich also die Entstehung der gewöhnlichern Figuren mit stärker gekrümmten Linien daraus genauer beurtheilen ließ. Die Zahl der Krümmungen, welche die mehreren nach einer Richtung gehenden Linien annehmen können, wobey die wenigern nach der andern Richtung gehenden öfters gerade bleiben, wird sich sowohl aus den beygefügten Figuren, als auch aus folgender Tabelle beurtheilen lassen, wo die obere Reihe größerer Zahlen die nach der einen Richtung, und die an der linken Seite befindliche Reihe die nach der andern Richtung gehende Knotenlinien anzeigt:

| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | $1\frac{1}{2}$ | 2 | $2\frac{1}{2}$ | 3 | 3 |
| 1 | 1 | $1\frac{1}{2}$ | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | | 1 | $\frac{1}{2}$ | 2 | 2 | |
| 3 | | | 1 | 2 | 2 | |

114.

Manche Schwingungsarten einer Quadratscheibe, (so wie auch manche andere Schwingungsarten bey Rectangelscheiben von gewissen Verhältnissen der beyden Durchmesser)

können sich bey einerley Zahl der Knotenlinien auf zwey verschiedene Arten zeigen, es können nähmlich die Krümmungen, oder die meisten Krümmungen der äußersten Linien entweder einwärts oder auswärts gehen; im ersten Falle ist der Ton tiefer, als im zweyten. Dieser Unterschied, welcher nicht als Abänderung, sondern vielmehr als eine wesentliche Verschiedenheit anzusehen ist, findet Statt bey solchen Klangfiguren, wo eine ganze Zahl von Krümmungen vorhanden ist, wie bey 2|0, 3|1, 4|0, 4|2, 5|3, 6|2, 7|2, 7|3, und wahrscheinlich noch bey manchen andern, wo ich es noch nicht beobachtet habe, nicht aber bey solchen, wo anderthalbe oder drittehalbe Krümmung sich zeigt, wie z. B. bey 3|0, 4|1, 5|0, 5|2.

115.

In den Abbildungen habe ich die Klangfiguren nach der Tiefe und Höhe der Töne geordnet, und werde auch hier diese Ordnung beybehalten.

Unter allen Schwingungsarten einer Quadratscheibe giebt 1|1, Fig. 63, den tiefsten Ton, man hält dabey die Scheibe in der Mitte, und streicht an einer Ecke. Die Figur kann auch allenfalls so verzerrt werden, daß sie sich als zwey krumme Diagonallinien edh und cmn zeigt.

Die Schwingungsart, welche nächst dieser den tiefsten Ton giebt, ist 2|0 mit einwärtsgebogenen Krümmungen, welche sich gewöhnlich, wenn man in der Mitte hält, und mitten an einer Seite streicht, als zwey sich durchkreuzende Diagonallinien, Fig. 64, zeigt, bisweilen aber auch als zwey einwärtsgebogene Linien cnd und emk erscheinen kann. Der Ton ist um eine Quinte höher, als bey Fig. 63.

2|0 mit auswärts gebogenen Krümmungen erscheint zwar bisweilen würklich als zwey auswärts gebogene Linien, meistens aber beynahe wie ein Kreis, oder vielmehr wie ein Viereck mit abgerundeten Ecken Fig. 65, wenn man die Scheibe in der Mitte einer Seite nahe am Rande hält, und an der nächsten Ecke streicht. Der Ton ist um etwas mehr als einen ganzen Ton oder beynahe um eine kleine Terz höher, als bey 2|0 mit einwärts gehenden Krümmungen, Fig. 64, und fast um eine kleine Septime höher, als bey 1|1 Fig. 63. Es klingt diese Schwingungsart voller und stärker als die beyden vorigen, und fast so, als ob der Ton um eine Octave tiefer wäre, als er würklich ist.

2|1, Fig. 66 a, wo der Ton um eine Octave und eine große Terz höher, als bey 1|1 Fig. 63, und um eine große Sexte höher, als bey Fig. 64. ist, erhält man leicht, und meistens

sehr regelmäßig, wenn man die Scheibe an einer Stelle, wo zwey Linien einander durchschneiden müssen, hält, und mitten an der rechten oder linken Seite streicht. Durch einige Verrückung der Finger, wobey man auch an der in der Figur zur linken Hand befindlichen Ecke streichen kann, läßt sich auch bisweilen bewürken, daß sich diese Schwingungsart als drey diagonale wellenförmige Linien, wie Fig. 66, b, zeigt.

3|o kann sich auf allen Scheiben, die nicht allzu unregelmäßig sind, wie Fig. 67, a, 67, b, und 67, c, zeigen. Es ist diese Schwingungsart unter allen die brauchbarste, um jemanden von den vorher ausführlicher erwähnten Abänderungen und Verzerrungen der Knotenlinien, wodurch der Ton nicht geändert wird, einen deutlichen Begriff zu geben. Man kann nähmlich durch eine kleine Verrückung der Finger leicht eine dieser Figuren in die andere verwandeln. Wenn man die Scheibe an der Fig. 67, a, durch m bezeichneten Stelle hält, und an der nächsten Stelle des Randes bey n streicht, so erscheinen drey gerade Linien, und die Scheibe bewegt sich genau so, wie ein freyer Stab (§. 82.) bey seiner zweyten Schwingungsart Fig. 25; rückt man aber mit den Fingerspitzen, welche die Scheibe halten, etwas weiter einwärts, und streicht an eben der Stelle, wie vorher, so krümmen sich die Linien, wie bey Fig. 67, b; rückt man mit den Fingern noch etwas weiter einwärts, so krümmen sich die Linien noch mehr, und vereinigen sich endlich in zwey Stellen, so daß Fig. 67, c, daraus wird. Eben so läßt sich auch Fig. 67, c, durch eine Verrückung der gehaltenen Stelle nach außen, wobey man an eben derselben Stelle, wie vorher, streicht, in drey krumme, und endlich in drey gerade Linien Fig. 67. a und b nach der einen oder nach der andern Richtung verwandeln, ohne daß der Ton dadurch geändert wird, welcher bey diesen Figuren um zwey Octaven und etwas mehr als einen halben oder beynahe einen ganzen Ton höher ist, als bey Fig. 63.

2|2, Fig. 68, a, erscheint, wenn man eine Stelle, wo zwey Linien einander durchschneiden müssen, hält, und in der Mitte einer Seite streicht. Es giebt diese Schwingungsart, so wie Fig. 65, und andere, wo das innere der Scheibe von Knotenlinien umschlossen ist, einen vollern und weniger unangenehmen Klang, als manche andere. Wenn die Scheibe etwas unregelmäßig ist, oder die Stelle des Haltens etwas verändert wird, wobey man auch an der nächsten Ecke streichen kann, so zeigt sich die Figur auch bisweilen als vier wellenförmige Diagonallinien Fig. 68, b, oder auch auf andere Arten verzerrt. Die Verhältnisse der Töne werde ich nicht ferner bey jeder Figur einzeln, sondern nachher in einer Tabelle zusammen anzeigen.

3|1 erscheint nie auf einer Quadratscheibe (wohl aber auf andern Rectangelscheiben) mit lauter geraden Linien, sondern allemahl so, daß von den drey nach einer Richtung gehenden Linien die äußern entweder einwärts oder auswärts gebogen sind. Diese beyden Schwingungsarten sind nicht als Abänderungen, sondern als wesentlich verschieden anzusehen; die zweyte ist auch ungefähr um einen ganzen Ton höher, als die erste. Es zeigt sich 3|1 mit einwärts gebogenen äußern Linien bisweilen würklich so, meistens aber wie Fig. 69. Man hält dabey die Scheibe in der Mitten, und streicht weder an einer Ecke noch mitten an einer Seite, sondern zwischen zwey solchen Stellen. Bisweilen findet auch eine solche Verzerrung Statt, wie ich sie an einer runden Scheibe in Fig. 101, b, dargestellt habe. 3|1 mit auswärts gebogenen äußern Linien zeigt sich gewöhnlich, wie Fig. 70, wenn man die Scheibe in der Mitte hält, und noch außerdem, damit nicht etwa Fig. 63. erscheine, sondern sich an jeder Ecke noch eine Knotenlinie bilde, an einer Stelle, wo eine solche Linie hinfallen muß, die Scheibe mit noch einem Finger gelinde berührt, und die nächste Ecke mit dem Violinbogen streicht. Daß Fig. 70. nichts anders, als 3|1 mit auswärts gebogenen äußern Linien ist, wird denen deutlich seyn, die das gefaßt haben, was über Fig. 46, a, b, c, im 105ten §. gesagt worden ist. Weitere Verzerrungen habe ich an dieser Figur nicht bemerkt, als daß sich die eine mittlere Linie bisweilen etwas gekrümmt hat.

3|2 läßt sich bisweilen ganz regelmäßig, wie Fig. 71. a hervorbringen, wenn man an der Stelle linker Hand, wo zwey Linien sich durchschneiden, die Scheibe hält, und in der Mitte der vordern Seite streicht, noch gewöhnlicher zeigt es sich aber, besonders wenn man zugleich die eine Ecke der Scheibe d oder n an etwas anstemmt, wie Fig. 71, b, es wird nähmlich aus d p m q h n Fig. 71, a, die gerade Linie d n, Fig. 71, b; es kann sich auch die Figur in fünf meistens wellenförmige Diagonallinien Fig. 71, c, auflösen, wenn man die Haltungsstelle etwas verrückt, wobey es am besten seyn wird, an der nächsten Ecke zu streichen.

4|0 gehört auch unter diejenigen Schwingungsarten, die sich auf zwey ganz von einander verschiedene Arten zeigen können, nähmlich so, daß die äußern Linien entweder einwärts oder auswärts zweymahl gebogen sind. Im ersten Falle zeigt sich diese Schwingungsart meistens wie Fig. 72. a, bisweilen aber kann man auch dadurch, daß man die Scheibe nicht da, wo sich zwey Linien schneiden, sondern etwas weiter nach außen hält, bewürken, daß die Figur sich als vier dergleichen wellenförmige Linien Fig. 72. b, zeigt. Im zweyten Falle, da zwey Krümmungen der äußern Linien auswärts gehen, wo der Ton auch höher ist, als im

erstern Falle, ist die Gestalt meistens, wie Fig. 73. a; aber bey einer kleinen Verrückung der gehaltenen Stelle nach außen kann sie auch als vier solche Linien, Fig. 73. b, erscheinen. Ganz gerade wollten sich die Linien nie zeigen.

Bey 4|1 können alle Linien gerade seyn, wie bey Fig. 74. a; man hält die Scheibe an der nächsten Stelle, wo die beyden Linien sich schneiden, und streicht entweder an derselben Seite näher nach der Ecke zu, oder an der rechten Seite zwischen zwey Linien. Bey veränderten Verfahren können fast an jeder Quadratscheibe die Linien so verzerrt werden, daß Fig. 74. b daraus wird; man hält, um dieses zu bewürken, die Scheibe näher an einer Ecke, da wo die zwey Linien sich schneiden, und streicht an der nächsten Stelle des Randes zwischen zwey Linien. Der Ton ist bey beyden ganz einerley, so verschieden diese Figuren sich auch zeigen; ich habe einigemahl den Uebergang der einen Figur zur andern wahrgenommen.

3|3 erscheint meistens regelmäßig, wie Fig. 75, kann sich aber bisweilen auch in 6 schiefe wellenförmige Linien verwandeln, so wie ich ähnliche Verzerrungen schon bey 2|1, 2|2 und 3|2 gezeigt habe.

4|2 habe ich an einer Quadratscheibe nie mit geraden Linien erhalten können, es ist aber Fig. 76. allem Ansehn nach nichts anders, als eine Verzerrung von 4|2 mit einwärtsgehenden und Fig. 77. eine Verzerrung von 4|2 mit auswärtsgehenden Krümmungen der äußern Linien. Es giebt auch Fig. 76. einen etwas tiefern Ton, als Fig. 77, so wie allemahl bey Schwingungsarten, die entweder mit einwärts oder auswärts gebogenen Krümmungen der äußern Linien erscheinen, im ersten Falle der Ton tiefer ist. In meiner Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges habe ich sowohl S. 58, als auch in den Kupfertafeln beyde Figuren durch ein Versehen in Ansehung des Tones mit einander verwechselt. Fig. 76. ist leicht zu erhalten, wenn man die Scheibe in der Mitte hält, oder in dem Falle, daß sie zu groß ist, um mit zwey Fingerspitzen in der Mitte gehalten zu werden, sie auf eine nicht allzuharte Unterlage (etwa ein Stückchen Kork oder zusammengedrehtes Papier) mit einer Fingerspitze aufdrückt, und, damit nicht etwa Fig. 64. erscheine, sondern sich an jeder Seite noch eine krumme Linie bilde, eine Stelle, wohin eine solche Linie fällt, mit noch einem Finger gelinde berührt, und an der nächsten Stelle des Randes mitten an einer Seite streicht. Fig. 77. erhält man, wenn man eine Stelle einer Knotenlinie hält und zugleich eine Stelle einer andern Linie zunächst an einer Ecke mit einem Finger berührt, und an der nächsten Ecke streicht. Es ist diese Figur, so wie alle solche, wo nirgends zwey Knotenlinien einander

durchschneiden, und man also auf einer Linie halten muß, meistens etwas schwer hervorzubringen, weil die Haltung genau an der rechten Stelle, und nur mit den äußersten Spitzen der Finger geschehen muß, und doch nicht so genau nur in einem Punkte geschehen kann, daß die Schwingungen der benachbarten Theile nicht sollten durch diese Haltung etwas erschwert werden, weshalb auch der Klang solcher Figuren meistens etwas rauh, und ohne Nachklang ist.

5|0 erscheint nur selten regelmäßig mit wellenförmigen Linien, die dritthalbmahl gekrümmt sind, und ihre Ein- und Ausbiegungen gegenseitig einander zukehren. Bey dieser Figur muß ich überhaupt bemerken, daß, so wie auch bey 4|0, 6|0, 7|0, und manchen andern Figuren öfters an der Stelle, wo man die Scheibe berührt und in deren Nähe die Linien sich mehr durchkreutzen, während sie sich an andern Stellen mehr getrennt und nur mit Krümmungen zeigen, die sich abwechselnd einander nähern und von einander entfernen. Die gewöhnlichste Verzerrung von 5|0 ist in der 78sten Figur dargestellt.

5|1 erscheint äußerst selten mit geraden Linien, wenn man fast eben so wie bey 4|1 (Fig. 74. a) verfährt, bisweilen erscheint aber eine solche Verzerrung wie Fig. 79. a, noch gewöhnlicher aber wie Fig. 79. b.

4|3 läßt sich auf Scheiben, die regelmäßig genug sind, leicht sowohl mit geraden Linien Fig. 80. a, als auch so wie Fig. 80. b, darstellen. Soll die Abänderung Fig. 80. b, mit welcher es eben die Bewandniß hat, wie ich vorher bey Fig. 71. gezeigt habe, recht bestimmt zum Vorschein kommen, so wird es gut seyn, wenn man eine Ecke der Scheibe, auf welche die gerade Diagonallinie fällt, an etwas anstemmt. Die Linien können sich auch so in ihren Durchschnittspunkten trennen, daß sie sich als sieben meistens wellenförmige Linien, Fig. 80. c, zeigen.

5|2 erscheint sowohl mit geraden Linien, Fig. 81. a, als auch so verzerrt, wie Fig. 81. b.

4|4 zeigt sich, wie Fig. 82, meistens mit geraden Linien, kann aber auch auf verschiedene Arten verzerrt werden, und sich auch, so wie etwas ähnliches bey 2|1, 2|2, 3|2, 3|3, 4|3 schon ist erwähnt worden, als 8 wellenförmige Diagonallinien zeigen. Eben so zeigen sich auch an größern Scheiben bisweilen 5|4, 5|5, 6|5, 6|6, 7|6 u. s. w. als 9, 10, 11, 12 oder mehrere solche schiefe wellenförmige Linien.

5|3 erscheint nicht mit geraden Linien, es ist aber Fig. 83. als 5|3 mit einwärtsgebogenen, und Fig. 84. als 5|3 mit auswärtsgebogenen Linien anzusehen. Der Ton ist bey Fig. 83. auch etwas tiefer als bey Fig. 84. Es sind diese Figuren an einer regelmäßigen Scheibe nicht schwer hervorzubringen.

6|0 habe ich äußerst selten so, daß die drey Krümmungen einer jeden wellenförmigen Linie sich gleichförmig einander näherten und von einander entfernten, desto öfter aber wie Fig. 85. gesehen.

6|1 erscheint sehr selten mit geraden Linien, öfter aber wie Fig. 86.

6|2 kann auf zwey verschiedene Arten Statt finden, entweder mit zweymahl einwärtsgebogenen oder mit zweymahl auswärtsgebogenen äußern Linien, es sind diese Schwingungsarten fast um einen halben Ton verschieden. Die erste zeigt sich wie Fig. 87. a oder b oder auch auf andere Arten verzerrt; einigemahl zeigten sich auch die Linien beynahe gerade; die zweyte erscheint bisweilen wie Fig. 88. a, gewöhnlicher aber wie Fig. 88. b.

6|3 zeigt sich bisweilen wie Fig. 89. a, am leichtesten aber läßt es sich an jeder hinlänglich großen und regelmäßigen Scheibe wie Fig. 89. b, hervorbringen, wenn man an einer Stelle, wo zwey Linien einander durchschneiden müssen, die Scheibe hält, und damit nicht etwa Fig. 67. c, sondern diese Figur zum Vorscheine komme, zugleich eine Stelle, auf welche einer der nächsten Halbkreise fallen muß, mit einem Finger gelinde berührt, und mitten in einem solchen Halbkreise streicht. Allem Ansehen nach muß 6|3 sich auch mit zweymahl auswärtsgehenden Biegungen der äußern Linien zeigen können, ich habe es aber noch nicht so gesehen.

Die Hervorbringung der Klangfiguren läßt sich, wenn die Größe der Scheibe es verstattet, viel weiter treiben; in meiner Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges, sind noch einige abgebildet, nähmlich 7|0, 7|2, 7|3, 8|3 nebst noch einigen hier nicht abgebildeten Abänderungen solcher Schwingungsarten, die hier schon erwähnt sind. Ich füge hier von Fig. 90 bis 96. noch einige merkwürdige Klanggestalten hinzu, über welche hernach noch einiges wird gesagt werden, zu deren Hervorbringung die Scheibe hinlänglich groß und regelmäßig seyn muß. Fig. 90. ist die gewöhnlichste Verzerrung von 7|3, welche Schwingungsart auch in andern Gestalten mit zweymahl einwärts oder auswärts gehenden Krümmungen der äußern Knotenlinien erscheinen kann; Fig. 91 und 92. sind Verzerrungen von 6|4; Fig. 93 und 94. Verzerrungen von 8|4 und Fig. 95 und 96. Verzerrungen von 8|6.

116.

Die Tonverhältnisse, welche allen diesen Schwingungsarten zukommen, werden sich am besten in folgender Tabelle übersehen lassen, wo ich 1|1, welche Schwingungsart den tiefsten Ton giebt, als G annehme, und die Zahl der mit dem einem Durchmesser parallel gehenden (oder als parallel anzunehmenden) Knotenlinien in die obere Reihe, und die mit dem andern Durchmesser parallel gehenden (oder als nach dieser Richtung gehend anzusehenden) Knotenlinien an die Seite setze.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Fig. 64 \| Fig. 65<br>d \| e..f | Fig. 67<br>gis + | 72 \| 73<br>gis \| gis + | 78<br>f − | 85<br>c − |
| 1 | | Fig. 63<br>G | 66<br>h | 69 \| 70<br>h \| cis | 74<br>b − | 79<br>fis − | 86<br>c |
| 2 | Fig. 64 \| 65<br>d \| e..f | 66<br>h | 68<br>b − | 71<br>fis | 76 \| 77<br>cis \| d | 81<br>gis + | 87 \| 88<br>cis + \| d − |
| 3 | 67<br>gis + | 69 \| 70<br>h \| cis | 71<br>fis | 75<br>c | 80<br>fis | 83 \| 84<br>h − \| c − | 89<br>e |
| 4 | 72 \| 73<br>gis \| gis + | 74<br>b − | 76 \| 77<br>cis \| d | 80<br>fis | 82<br>b | <br>dis | 91. 92<br>g + |
| 5 | 78<br>f − | 79<br>fis − | 81<br>gis + | 83 \| 84<br>h − \| c − | <br>dis | <br>fis + | <br>b − |
| 6 | 85<br>c − | 86<br>c | 87 \| 88<br>cis + \| d − | 89<br>e | 91. 92<br>g + | <br>b − | |

Jedes Tonverhältniß, 1|1, 2|2, 3|3, 4|4 u. s. w. ausgenommen, habe ich hier zweymahl erwähnen müssen, sowohl zu besserer Uebersicht der Progressionen nach jeder Richtung, als auch zu bequemerer Vergleichung der Töne einer Quadratscheibe (als eines Rectangels, wo Länge und Breite einander gleich sind, und es also einerley ist, ob die Knotenlinien in die Länge oder in die Quere gehen), mit den Tönen solcher Rectangelscheiben, wo die Länge und Breite verschieden sind.

Anm. Die Ursache, warum ich hier den Ton G als den tiefsten Ton bey 1|1 ansehe, ist, weil er allem Ansehen nach ein Product von 2 und 3 ist, und ich also, wie schon §. 29. bemerkt worden ist, ein jedes c als eine Potenz von 2 habe ansehen wollen, um die Verhältnisse auf die gewöhnliche Tonleiter desto leichter beziehen zu können. Uebrigens habe ich mich unter andern auch solcher Scheiben bedient, die würklich diese Töne gaben, und bey Scheiben, die andere Töne gaben, alles gehörig transponirt.

Aus gegenwärtiger Tabelle ist zu ersehen, daß die Töne bey denen Schwingungsarten, bey welchen blos nach einer Richtung Knotenlinien vorhanden sind 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. ebensowohl wie die Töne eines freyen Stabes §. 82. mit den Quadraten von 3, 5, 7, 9 ꝛc. übereinkommen. Bey 2|0 und 4|0, welche auf zweyerley Art, nähmlich mit einwärts oder auswärts gebogenen Krümmungen sich zeigen können, passen die Schwingungsarten, wo die Linien einwärts gebogen sind Fig. 64 und 72. besser, als die, wo sie auswärts gebogen sind, Fig. 65 und 73. in diese Progression, indessen scheint das ganz richtige Verhältniß mehr zwischen beyden zu liegen. Was ich zu Bestimmung der Zahlenverhältnisse bey den übrigen Schwingungsarten blos aus empirischer Vergleichung der Tonverhältnisse hinzufügen kann, sind nur einige fragmentarische Hypothesen, die so lange gelten können, bis ein Anderer etwa Mittel fände, die Zahlenverhältnisse auf eine der Erfahrung nicht widersprechende Art mehr im Zusammenhange zu bestimmen. Da die Schwingungszahlen, wenn nur nach einer Richtung zwey Linien vorhanden sind, mit 3×3, bey drey Linien mit 5×5, bey vier Linien mit 7×7 u. s. w. übereinkommen, so vermuthe ich, daß wenn außer diesen Linien nach einer Richtung auch Linien nach der andern Richtung vorhanden sind, die Schwingungszahlen Producte von 3, 5, 7, 9 u. s. w. mit irgend einer andern Zahl seyn mögen. Die Zahlen, mit welchen bey zwey Linien die Zahl 3, bey drey Linien die Zahl 5 u. s. w. müßten multiplicirt werden, scheinen solche zu seyn, deren Unterschiede eine arithmetische Progression geben. Die Schwingungsarten, wo nach der einen Richtung eine Linie ist, 1|1, 2|1, 3|1, 4|1, scheinen Producte der Zahl 3 zu seyn mit den Zahlen 2, 5, 10, 17, wo jeder zweyte Unterschied 2 beträgt; weiter aber als bis 4|1 läßt sich diese Progression nicht ausdehnen, weil sonst 5|1, 6|1 u. s. w. tiefere Töne geben müßten, als 5|0, 6|0, welches der Analogie und Erfahrung widersprechen würde; bis dahin aber treffen die Töne G, h, $\bar{h}$, $\bar{\bar{b}}$ – mit den Zahlen 6, 15, 30, 51, und zwar erstere drey vollkommen, die letzte aber beynahe überein. Ueberhaupt aber läßt sich die Hervorbringung der Schwingungsarten, wo mehrere nach einerley Richtung gehende Knotenlinien von einer nach der andern Richtung gehenden durchschnitten werden (wie überhaupt bey meisten solcher Schwingungsarten, wo jeder schwingende Theil verhältnißmäßig sehr in die

Breite ausgedehnt ist), nicht weit treiben; 6|1 erscheint meist schon sehr unvollkommen, 7|1 noch viel unvollkommner und schwerer, und 8|1 konnte ich nicht erhalten. Die Schwingungsarten, wo nach einer Richtung zwey Linien gehen, scheinen Producte der Zahl 3 zu seyn mit den Zahlen 3, 5, 9, 15, 23, 33, 45 u. s. w. wo jeder zweyte Unterschied 2 ist, wenigstens kommen die Töne

d, h, $\overline{\text{b}}$–, $\overline{\overline{\text{fis}}}$, $\overline{\overline{\text{cis}}}$, $\overline{\overline{\text{gis}}}$, mit den Zahlen 9, 15, 27, 45, 69, 99, ziemlich genau überein. Die Schwingungsarten, wo nach einer Richtung drey Linien gehen, scheinen auf Multiplicatien der Zahl 5 mit den Zahlen 5, 6, 9, 13, 18, 24 zu beruhen, wo von der zweyten Schwingungsart an jeder zweyte Unterschied 1 ist u. s. w. Bey den weniger zusammengesetzten Schwingungsarten kommen die Töne ziemlich genau mit folgenden Zahlenverhältnissen überein:

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Fig. 64. $3\times3$ | Fig. 67. $5\times5$ |
| 1 | | Fig. 63. $3\times2$ | Fig. 66. $3\times5$ | Fig. 69. $\binom{3\times10}{5\times6}$ |
| 2 | Fig. 64. $3\times3$ | Fig. 66. $3\times5$ | Fig. 68. $3\times9$ | Fig. 71. $\binom{3\times15}{5\times9}$ |
| 3 | Fig. 67. $5\times5$ | Fig. 69. $\binom{3\times10}{5\times6}$ | Fig. 71. $\binom{3\times15}{5\times9}$ | Fig. 75. $5\times13$ |

Indessen mag ich diese Angaben der Zahlen, so sehr sie mit der Erfahrung übereinstimmen, doch nicht für ganz zuverläßig ausgeben; sowohl weil manche der übrigen Töne besonders bey solchen Schwingungsarten, wo die äußern Linien einwärts gebogen sind, nicht recht in diese Progressionen passen, als auch, weil in dem Ganzen sich keine Stetigkeit findet. Vielleicht beruhen die meisten Töne auf weit zusammengesetztern Verhältnissen, die aber den gegenwärtigen äußerst nahe kommen. Die Töne der Schwingungsarten, wo nach einer Richtung eben so viele Linien gehen, als nach der andern, 2|2, 3|3, 4|4, 5|5, scheinen unter einander genau in den Verhältnissen der Quadrate von 2, 3, 4, 5, zu stehen. Die einfachste dieser Schwingungsarten, oder 1|1 paßt aber nicht in diese Progression.

Die Verhältnisse der Töne einer Quadratscheibe, welche Jacob Bernoulli in den Actis der Petersburger Academie der Wissenschaften 1787 durch Theorie bestimmt zu haben glaubte, kommen nicht mit der Erfahrung überein, und beruhen auf unrichtigen Voraussetzungen.

117.

Bey allen bisher erwähnten Schwingungsarten ist eine Quadratscheibe als frey schwingend anzusehen, es sind aber auch andere Schwingungsarten möglich, die von den vorigen eben so verschieden sind, wie die Schwingungen eines Stabes, der an einem oder zwey Enden befestigt ist, von den Schwingungen eines ganz freyen Stabes. Es würde die Untersuchung aller solchen Bewegungsarten bey welchen die Scheibe an einer oder mehreren Stellen befestigt ist, hier zu weitläuftig seyn, ich erwähne also nur zwey, die mir am öftersten vorgekommen sind, weil sie sonst von Manchen nicht richtig möchten beurtheilt werden. Fig. 97. erhält man, wenn die Scheibe an der einen Ecke bey m an einen festen Gegenstand angestemmt, an irgend einer Stelle der krummen Knotenlinie, etwa bey n gehalten, und an der Ecke, welche der angestemmten entgegengesetzt ist, bey p gestrichen wird; es ist diese Bewegung ungefähr eben das an einer Quadratscheibe, was die erste Schwingungsart eines an dem einen Ende angestemmten Stabes, Fig. 22. in ihrer Art ist. Der Ton ist um eine kleine Septime tiefer, als bey 1|1 Fig. 63. Es gehört hieher auch Fig. 98, welche man erhält, wenn die Scheibe an denselben Stellen, wie bey Fig. 97, angestemmt und gestrichen, aber näher nach dem gestrichenen Ende zu an irgend einer Stelle der äußersten Knotenlinie gehalten wird. Der Ton ist um eine Octave höher als 1|1, Fig. 63.

118.

Was vorher §. 106. im Allgemeinen über den Zusammenhang der Klangfiguren gesagt worden ist, läßt sich vorzüglich gut an Quadratscheiben zeigen. Durch gehörige Zusammenstellung von 4 gleich großen und mit einerley Klangfigur versehenen Scheiben entsteht meistens eine Figur, die sich auch an einer größern Scheibe auf einmahl darstellen läßt, und durch fortgesetzte Zusammenstellung entstehen unter andern folgende Muster:

1) Gitter, oder Linien, die sich rechtwinklich schneiden, welche eben so, wie bey den folgenden Mustern entweder mit den Seiten der Scheiben parallel, oder auch in einer diagonalen Richtung gehen können. Hieher gehören Fig. 63, 64, 65, 66 a, 67 c, 68 a, 71 a, 73 a, 75, 80 a, 81 a, 82 u. s. w. Wenn die einfachern Figuren dieser Art zusammengesetzt werden, so giebt

Fig. 63 viermahl genommen Fig. 68 a,
= = 64 = = = = = = 72 a,
= = 65 = = = = = = 73 a,
= = 68 a = = = = = = 82.

2) Gitter, wo sich in jedem Fache ein Kreiß befindet, z. B. Fig. 70, 76, 77, 88 b, 89 b, 93, 94.

Fig. 70 viermahl genommen giebt Fig. 88 b.
= = 76 = = = = = = = 93.
= = 77 = = = = = = = 94.

3) Gitter, wo in jedem Fache sich ein mit vier Krümmungen versehener Kreiß befindet, in welchem ein Viereck mit abgerundeten Ecken eingeschlossen ist. Hieher gehört Fig. 71 b, 91 und 92, welche beyde letztere Figuren auch durch viermahlige Zusammensetzung von Fig. 71 b, entstehen, nachdem man die 4 Scheiben so stellt, daß die Enden der Diagonallinien entweder in der Mitte des Ganzen, oder am Rande zusammentreffen.

4) Gitter, worin sich eine noch zusammengesetztere Figur dieser Art befindet, Fig. 80 b, welche durch viermahlige Zusammensetzung auch entweder Fig. 95 oder 96. giebt.

5) Gitter, wo in jedem Fache eben so eine Figur, wie bey num. 3, aber außerdem noch jede Stelle, wo sich zwey gerade Linien durchschneiden, mit einem Kreise umgeben ist; hieher gehört Fig. 74 b und 84.

6) Linien, die sich rechtwinklich schneiden, und an ebendenselben Stellen auch von Diagonallinien durchschnitten werden, Fig. 69, und 87 b, welche letztere Figur auch durch viermahlige Zusammenstellung von Fig. 69. entsteht.

7) Wie bey n. 6, aber jeder Durchschnittspunkt zweyer Linien mit einem Kreise (oder Viereke mit abgerundeten Ecken) umgeben, Fig. 79. a.

8) Wie bey n. 6, aber in jedem viereckigen Fache eine Ellipse, durch deren kürzern Durchmesser die in dem Fache befindliche gerade Linie hindurchgeht, Fig. 83.

9) Wie bey n. 6, aber jede Stelle, wo 4 Linien sich durchschneiden, mit einem Kreise umgeben, und außerdem noch in jedem dreyeckigen Fache ein kleinerer Kreiß, Fig. 90.

Durch Zusammenstellung von manchen andern noch nicht erwähnten Figuren würden noch mehrere und verwickeltere Muster entstehen können.

Ich vermuthete, daß an einer Scheibe, deren Gestalt ein rechtwinklich Dreyeck ist, welches durch diagonale Zerschneidung eines Quadrats entsteht, Figuren sich zeigen würden, welche die Hälfte von denen wären, die sich auf einer Quadratscheibe zeigen; es sind aber die Klangfiguren einer solchen Scheibe zu sehr davon verschieden, und nähern sich mehr den weiter unten zu erwähnenden Figuren einer gleichseitig dreyeckigen Scheibe; besonders wollten keine Linien erscheinen, die mit den Seiten, welche mit einander einen rechten Winkel machen, parallel wären.

119.

An Rectangelscheiben, wo nicht, wie an einer Quadratscheibe, beyde Durchmesser einander gleich sind, sondern der eine Durchmesser (oder die Länge) größer als der andere (oder als die Breite) ist, stehen auch die meisten Töne in andern Verhältnissen, als an einer Quadratscheibe. Bey Anstellung der Versuche schnitt ich an Quadratscheiben, die ich vorher untersucht hatte, an einer Seite etwas weg, so daß der eine Durchmesser unverändert blieb, indessen der andere vermindert ward; es werden also an ebenderselben Scheibe, welche vorher als Quadrat die §. 116. bemerkten Töne gab, nach solchen Verminderungen des einen Durchmessers die in den nachherigen Tabellen anzugebenden Töne sich zeigen. Ich werde hier, der Kürze wegen die Zahlen der Knotenlinien wieder wie vorher bezeichnen, und durch einen senkrechten Strich von einander absondern, und zwar so, daß die erstere Zahl die in die Quere, oder mit dem kürzern Durchmesser parallel gehenden Knotenlinien, und die letztere Zahl die Knotenlinien, welche in die Länge gehen, bedeutet.

120.

In den meisten Fällen, wo bey einem gewissen Verhältnisse beyder Durchmesser gegen einander zwey verschiedene Schwingungsarten einerley Ton geben müssen, können beyde Arten der Bewegung durch einerley verzerrte Figur repräsentirt werden, welche sich durch kleine Verrückungen der Stellen, wo man hält und wo man streicht, ohne Veränderung des Tones mehr oder weniger einer jeden von den beyden regelmäßigern Figuren dieser Schwingungsarten nähern, oder öfters ganz darin umändern läßt. Verschiedene Beyspiele davon werden nachher angegeben werden.

Bisweilen kann auch, wenn zwey Schwingungsarten bey einem gewissen Verhältnisse der Durchmesser nur sehr wenig in Ansehung des Tones verschieden sind, ein solcher Uebergang

der einen Figur in die andere Statt finden, wobey aber der Ton etwas erhöht oder erniedrigt wird, nachdem sich die verzerrte Figur, durch welche der Uebergang geschieht, der einen oder der andern regelmäßigen Gestalt nähert.

121.

Wenn von einer Scheibe, die vorher als Quadrat die §. 116. erwähnten Töne gab, an einer Seite der 9te Theil weggenommen ward, so daß sich der längere Durchmesser zum kürzern wie 9 zu 8, oder wie 1 zu $\frac{8}{9}$ verhielt, so waren die Töne ungefähr folgende:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der in die Länge gehenden Linien: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis | a | a – | f + | c |
| 1 | | A | cis + | cis | h | fis .. g | cis |
| 2 | g + | d + | c | gis + | dis + | b | e |
| 3 | cis | e | a + | dis + | gis .. a | cis .. d | fis |
| 4 | cis – | d | f | a + | cis .. d | f | |
| 5 | a | b | c | dis | fis | b | |

Hier verhält sich die Reihe der einfachern Schwingungsarten, wo blos in die Quere Knotenlinien gehen, welche ich hier durch 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. ausdrücke, eben so wie an einer Quadratscheibe, (und nach §. 82 und 109. an jedem Stabe oder Rectangelstreifen), wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 ꝛc. jedoch sind die hier angegebenen Töne dis, a, a–, f+ u. s. w. ungefähr um einen halben Ton höher, als sie §. 116. an einer Quadratscheibe angegeben sind, ohngeachtet nach der gewöhnlichen Theorie die Höhe und Tiefe dieser Töne nicht von der Breite der Scheibe abhängt. Die Ursache aber, warum diese Tonreihe an einer

Quadratscheibe etwas tiefer ist, welches besonders bey der ersten Schwingungsart Fig. 64. am meisten beträgt, liegt allem Ansehn nach darin, weil überhaupt durch starke Einbiegung der äußern Knotenlinien die Töne etwas erniedrigt werden, welche Einbiegung an einer Quadratscheibe bey Fig. 64. den höchsten Grad erreicht, so daß die Linien sich in diagonaler Richtung durchschneiden. Hier bey einem Verhältnisse der Durchmesser wie 9 zu 8 ist die Einbiegung schon weit geringer und bey noch weiterer Verminderung des einen Durchmessers werden die Linien bey 2|0 ganz gerade, wobey auch die Töne noch ein klein wenig erhöhet werden. Ueberdieses konnte bey einer Quadratscheibe füglich angenommen werden, daß bey 2|0 und 4|0 das wahre Verhältniß zwischen den Tönen der Figuren, wo die äußern Linien einwärts gebogen, und derer, wo sie auswärts gebogen sind, mitten inne liege, und so möchte wohl diese Erhöhung der Töne bey einiger Verminderung der Breite eines Quadrates mehr scheinbar als würklich seyn.

Die einfachern Schwingungsarten, wo blos in die Länge Knotenlinien gehen, oder 0|2, 0|3, 0|4 u. s. w. haben unter einander ebenfalls die Verhältnisse der Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. jedoch sind die Töne höher, als bey ebenderselben Zahl von Querlinien, und zwar, wie die Theorie lehrt, im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Durchmesser, oder ungefähr, wie 64 zu 81.

Bey der Schwingungsart, wo eine Linie in die Länge und eine in die Quere einander kreuzweis durchschneiden, oder 1|1, hat die Höhe im Verhältnisse der Verminderung des einen Durchmessers, oder um das Verhältniß 9 : 8 zugenommen, wie denn der Ton bey dieser Schwingungsart allemahl im umgekehrten Verhältnisse des Flächeninhaltes steht.

Die übrigen Töne zeigen sich gegen die gleichartigen Schwingungen eines Quadrates §. 116. alle erhöht, und zwar bey den Schwingungsarten, wo mehrere Linien in die Länge gehen, beträchtlicher, als bey denen, wo die Zahl der Querlinien größer ist.

122.

Wenn von derselben Scheibe wieder der längere Durchmesser unverändert blieb, der kürzere aber so vermindert ward, daß einer sich zu dem andern wie 6 zu 5 (oder 1 zu $\frac{5}{6}$) erhielt, so waren die Töne folgende:

Zahl der Querlinien:

Zahl der in die Länge gehenden Linien:

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis+ | a+ | a | f+ |
| 1 | | B | d | cis+ | h− | g− |
| 2 | a+ | e | cis+ | a | e | b |
| 3 | dis+ | fis | h− | e | b | |
| 4 | dis | e | g | b+ | | |

Hier zeigt sich wieder, wie im vorigen §. daß die Reihe der einfachern Schwingungsarten 2|0, 3|0, 4|0 ꝛc., welche sich wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 ꝛc. verhält, sich in Ansehung des Tones nicht verändert hat, außer einer ganz unbedeutenden Erhöhung; ferner daß die andern einfachern Schwingungsarten 0|2, 0|3, 0|4 u. s. w. ebenfalls ihre Verhältnisse wie die Quadrate von 3, 5, 7 ꝛc. unter einander beybehalten haben, jedoch im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Durchmesser sind erhöht worden; daß aber 1|1 in umgekehrtem Verhältnisse der Durchmesser selbst oder des Flächeninhaltes höher geworden ist, und alle übrigen Töne auch mehr oder weniger erhöht worden sind. Alles dieses wird sich auch bey den übrigen nachher zu erwähnenden Verhältnissen der Durchmesser eben so zeigen, daher ich es nicht jedesmahl ins besondere angeben werde.

Ein Beyspiel von dem §. 120. erwähnten Uebergange einer Klangfigur zu einer andern, die eben denselben Ton giebt, zeigt sich hier an 4|1 und 2|3, welche durch Fig. 157. a, b, c, d, e, in einander übergehen können, ohne Veränderung des Tones. So findet auch von 4|2 zu 1|4, welche einerley Ton geben, ein Uebergang Statt.

123.

Bey einem Verhältnisse des längern unveränderten Durchmessers zum kürzern wie 5 zu 4 waren die Töne ebenderselben Scheiben:

Zahl der Querlinien:

Zahl der in die Länge gehenden Linien:

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis + | $\tilde{a}$ + | $\overset{=}{a}$ | $\overset{\equiv}{f}$ + |
| 1 | | H | $\overline{dis}$ − | $\overset{=}{d}$ + | $\overset{=}{h}$ + | $\overset{\equiv}{g}$ + |
| 2 | h + | $\bar{f}$ + | $\overline{\overline{dis}}$ − | $\overset{=}{b}$ − | $\overset{\equiv}{f}$ | $\overset{\equiv}{h}$ |
| 3 | $\overset{=}{f}$ + | $\overset{=}{g}$ + | $\overset{\equiv}{c}$ + | $\overset{=}{\bar{f}}$ + | $\overset{\equiv}{b}$ + | $\overset{\equiv}{\overline{dis}}$ |
| 4 | $\overset{\equiv}{f}$ | $\overset{\equiv}{f}$ + | $\overset{\equiv}{gis}$..$\overset{\equiv}{a}$ | $\overset{\equiv}{c}$ + | $\overset{\equiv}{\overline{dis}}$ + | $\overset{\equiv}{\overline{gis}}$ |

Hier zeigt sich öfters ein Uebergang zwischen 5|0 und 1|4, welche einerley Ton geben, durch Fig. 158. a, b, c. Es kann aber 5|0, welches in Fig. 158. a mit zweymahl einwärts gehenden Krümmungen der äußern Linien erschien, auch wie Fig. 159. mit zweymahl auswärts gehenden Krümmungen (mit einer sehr geringen Erhöhung des Tones) sich zeigen, und ebenfalls in Verzerrungen von 1|4 übergehen. Auch finden von diesen Figuren Uebergänge Statt in mancherley Verzerrungen von 3|3, welche Schwingungsart ebendenselben Ton giebt. So können auch Fig. 160. und 161. ebensowohl 0|4 als 4|2, welche einerley Ton geben, repräsentiren, und in deutlichere Gestalten dieser beyden Schwingungsarten übergehen.

4|1 erschien gewöhnlich, eben so, wie im vorigen §. gezeigt worden ist, wie Fig. 157. c; 2|3 konnte ich in keiner andern Gestalt erhalten, als wie Fig. 162, diese Figur scheint allenfalls auch 4|1 repräsentiren zu können, und ich vermuthe, daß bey dem in vorigen §. abgehandelten Verhältnisse der Durchmesser wie 6 zu 5 ebensowohl durch Fig. 162, ein Uebergang von 4|1 zu 2|3 welche einerley Ton gaben, Statt finden mag, wie ich es durch Fig. 157. beobachtet habe.

124.

Das Verhältniß der beyden Durchmesser wie 7 zu 5 schien mir deswegen merkwürdig zu seyn, weil sich voraussetzen ließ, daß (weil die Töne der Reihe 2|0, 3|0, 4|0, u. s. w.

blos von dem längern Durchmesser, und die Töne der Reihe 0|2, 0|3, 0|4, u. s. w. blos von dem kürzern Durchmesser abhängen, und zwar im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate derselben stehen, und übrigens die Töne einer jeden von diesen beyden Reihen unter sich mit den Quadraten von 3, 5, 7 u. s. w. übereinkommen) die Schwingungsarten 4|0 und 0|3 ungefähr einerley Ton geben müßten, und durch einerley Figur würden können repräsentirt werden; welches auch die Erfahrung bestätigt, indem beyde Schwingungsarten am leichtesten wie Fig. 163. b erscheinen, welche durch kleine Verrückungen der gehaltenen Stelle ebensowohl in Fig. 163. a, als in Fig. 163. c, ungeändert und bisweilen auch in 3 gerade Linien in die Länge, oder 4 in die Quere verwandelt werden kann, ohne Veränderung des Tones. Das Verhältniß der Durchmesser wie 7 zu 5 kommt auch dem Verhältnisse wie die Quadratwurzel von 2 zu 1 sehr nahe, bey welchem sich theoretisch voraussetzen ließ, daß die Töne der Reihe 0|2, 0|3, 0|4 u. s. w. um eine Octave höher seyn müßten, als die Töne der Reihe 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. welches ebenfalls mit der Erfahrung übereinkommt. Ich richtete die Scheiben so ein, daß die Verhältnisse der Durchmesser ungefähr zwischen den Verhältnissen 7 : 5 und $\sqrt{2}$ : 1 welche nur um $\frac{1,4142....}{1,4}$ verschieden sind, mitten inne standen, welche geringe Abweichung von beyden für das Gehör sowohl, als auch an einer nicht gar großen Scheibe für die Augen nur wenig bemerkbar ist. Die Töne waren ungefähr folgende:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis + | a + | a | f + |
| 1 | | cis | e − | dis | c | g − |
| 2 | dis + | gis | e + | c | fis | h . . c |
| 3 | a + | h − | dis | gis − | h . . c | e |
| 4 | a | a + | h − | dis | f + | |

Die Schwingungsart 1|2 zeigt sich hier gewöhnlich wie Fig. 164. b, welche Figur bey etwas weniges veränderten Verhältnissen der Durchmesser auch mit getrennten krummen oder geraden Linien erscheinen, oder auch bey noch mehrerer Verminderung des kürzern Durchmessers leicht in 3|0 übergehen kann, wie in Fig. 164. a und c gezeigt ist. Hier zeigt sich 3|0 meistens wie Fig. 165. a, welche ebenfalls bey einiger Verminderung des kürzern Durchmessers durch Fig. 165. b in 1|2 mit geraden Linien übergehen kann. 3|3 erschien meistens wie Fig. 166, welcher Figur man leicht ansieht, daß sie bey einiger Veränderung der Durchmesser in 5|1 würde übergehen können. Hier zeigte sich 5|1 gewöhnlich wie Fig. 167, von welcher aber auch, wenn das Verhältniß der Durchmesser etwas anders ist, ein Uebergang zu 3|3 Statt findet.

125.

Wenn die Durchmesser der Rectangelscheibe sich gegen einander, wie 3 : 2 verhielten, oder vielmehr, wenn der kürzere Durchmesser noch ein wenig kleiner war, gaben 2|0 und 1|1 ungefähr einerley Ton, und konnten durch schiefe Verziehungen der Knotenlinien in einander übergehen. Bey allen vorigen Angaben gab 1|1 einen tiefern Ton, aber bey allen folgenden Angaben, wo der kürzere Durchmesser immer mehr vermindert wird, giebt 1|1 einen höhern Ton, als 2|0.

Von Uebergängen einer Klangfigur in die andere ist hier der von 4|1 zu 0|3 zu bemerken, welcher durch Fig. 168. a, b, c, oder durch Fig. 169. a, b, c geschehen kann.

Da sich aus den Untersuchungen des Verhältnisses wie 3 zu 2, so wie auch 4 zu 3, und noch mancher andern weiter keine Resultate ergaben, die sich nicht aus den übrigen Verhältnissen schon ersehen ließen, so werden sie hier nicht besonders abgehandelt.

126.

Bey einem Verhältnisse der Länge zur Breite wie 5 zu 3 ließ sich aus den Gründen, welche zu Anfange des 124sten §. angegeben sind, vermuthen, daß 3|0 und 0|2 einerley Ton geben, und durch einerley Figur repräsentirt werden müßten, welches auch die Erfahrung lehrt, indem beyde Schwingungsarten sich am leichtesten wie Fig. 170. b zeigen, welche sich auch durch kleine Verrückung der Finger in Fig. 170. a oder c, oder in deutlichere Gestalten von 0|2 oder 3|0 mit krummen oder auch mit geraden Linien leicht umändern läßt, ohne daß

der Ton sich im mindesten verändert. Die Töne ebenderselben Scheiben, welche zu den vorigen Versuchen waren gebraucht worden, waren folgende:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der in die Länge gehenden Linien: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis | a + | a | f + |
| 1 | | f | fis | e + | c + | g + |
| 2 | a | cis + | gis | dis | gis | cis |
| 3 | dis | e | g | h | dis | |
| 4 | dis − | dis | e + | g | a | |

127.

Bey einem Verhältnisse der beyden Durchmesser wie 7 zu 4 ist der Uebergang von 4|0 zu 2|2, welche einerley Ton geben, zu bemerken; dieser kann, besonders wenn das Verhältniß beyder Durchmesser gegen einander etwas geändert wird, entweder durch Fig. 171. a, b, c, oder durch Fig. 172. a, b, c geschehen. Auch können 5|0 und 1|3 welche einerley Ton geben, so in einander übergehen. als ob in Fig. 163. a, b, c, noch eine gerade Querlinie mitten hindurch gienge.

128.

Wenn die Länge der Rectangelscheibe sich zur Breite wie 1 zu $\frac{1}{2}$ verhält, so müssen nach der Theorie die Töne bey den Schwingungsarten, wo blos in die Länge Knotenlinien gehen (oder 0|2, 0|3, 0|4 u. s. w.), um zwey Octaven höher seyn, als wenn eben so viele Knotenlinien in die Quere gehen, (oder 2|0, 3|0 u. s. w.) welches auch die Erfahrung bestätigt. Die Töne waren an ebendenselben Scheiben, welche die vorher erwähnten Töne gaben, ungefähr folgende:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der in die Länge gehenden Linien: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis + | a + | a | f + |
| 1 | | g + | a + | fis | d | gis + |
| 2 | dis | fis | c | fis | h | dis |
| 3 | a | b | c | dis | fis | b |

2|1 und 3|0 geben einerley Ton, und es findet von einer zur andern durch Fig. 173. a, b, c ein Uebergang Statt. Wenn der kürzere Durchmesser ein wenig größer als $\frac{1}{2}$ ist, so können auch 5|1 und 1|3 durch Fig. 174. a, b, c in einander übergehen, und einerley Ton geben.

129.

An einer Scheibe, deren Länge zur Breite sich wie 7 zu 3 verhält, giebt nach der Theorie und Erfahrung 4|0 und 0|2 einerley Ton, sie können auch beyde auf zwey verschiedene Arten durch einerley Figur repräsentirt werden, nähmlich durch Fig. 175. b, welche sich in Fig. 175. a und c, wie auch durch Fig. 176. b, welche sich in Fig. 176. a und c umändern kann. Bey Fig. 176. ist (nach §. 114.) der Ton ein wenig höher, als bey Fig. 175.

130.

Wenn die Durchmesser sich gegen einander wie 1 zu $\frac{1}{3}$ verhalten, so giebt 5|0 und 0|2 einerley Ton, welches auch nach der Theorie nicht anders seyn kann, indem bey der Uebereinkunft der einfachern Schwingungsarten mit den Quadraten von 3, 5, 7, 9 u. s. w. 5|0 mit dem Quadrate von 9 und 0|2 mit dem Quadrate von 3 übereinkommt, aber die absolute Tonhöhe bey 5|0 durch den längern und bey 0|2 durch den kürzern Durchmesser bestimmt wird, weshalb also, weil die Töne der beyden Reihen 2|0, 3|0, 4|0 ꝛc. und 0|2, 0|3, 0|4 ꝛc. sich wie die umgekehrten Quadrate der Durchmesser gegen einander verhalten, 0|2 um das Verhältniß 9 : 1 höher wird, und also beyde Schwingungszahlen einander gleich sind.

Es zeigen sich auch beyde Schwingungsarten am leichtesten wie Fig. 177. b, welche auch in Fig. 177. a und c, oder auch bisweilen in 2 gerade Linien in die Länge, oder 4 in die Quere umgeändert werden kann.

Die Töne ebenderselben Scheiben, welche schon zu den vorigen Versuchen waren angewendet worden, waren folgende:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis + | a + | a | f + |
| 1 | | d + | dis + | c – | fis | c – |
| 2 | f + | g | h | d + | fis | b – |

131.

Bey einem Verhältnisse der Länge zur Breite wie 1 zu $\frac{1}{4}$ gaben ebendieselben Scheiben ungefähr folgende Töne:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis + | a | a | f + |
| 1 | | g + | gis + | e – | b | dis |
| 2 | dis + | e | fis | a | | |

Die Scheiben waren nun schon zu schmahl, als daß die Schwingungsarten, wo mehr als eine Linie in die Länge geht, anders, als nur sehr unvollkommen und mit vieler Schwierigkeit hätten können zum Vorschein gebracht werden.

Wenn die Breite der Scheiben zu $\frac{1}{6}$ der Länge vermindert ward, waren die zu erhaltenden Töne:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis + | a + | a | f + |
| 1 | | d | d + | a + | dis | g + |

Bey einer noch weitern Verminderung der Breite zu $\frac{1}{8}$ der Länge waren die Töne ungefähr folgende:

Zahl der Querlinien:

| Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | dis + | a + | a | f + |
| 1 | | g | g | d | g | h |

Bey den bisherigen Verminderungen der Breite waren die Töne der Schwingungsarten 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. unverändert geblieben, aber die Töne der Schwingungsarten 1|1, 2|1, 3|1, u. s. welche anfangs (nach §. 116, 122, 123 u. s. w.) einen größern Abstand von einander hatten, haben sich einander nach und nach so genähert, daß sie nun fast mit der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4 ꝛc. übereinkommen. Ganz vollkommen ist die Uebereinstimmung mit diesen Zahlen noch nicht, denn jeder Ton hat noch einen etwas größern Abstand von den andern; bey den ersten Tönen ist dieser Unterschied kaum wahrzunehmen, bey den folgenden fängt er aber schon an etwas bemerkbar zu werden, so daß bey 4|1 und 5|1, anstatt g und h allenfalls schon hätte können g+ und h+ gesetzt werden. Wenn man an noch größern Scheiben von diesem Verhältnisse z. B. an einer Scheibe 24 Zoll lang, und 3 Zoll breit, die folgenden Töne dieser Reihe hervorbringt, so ist bey diesen der weitere Abstand beträchtlicher.

Wenn man die Breite der Rectangelstreifen noch mehr vermindert, so bleiben die Töne bey 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. unverändert; bey 1|1, 2|1, 3|1 u. s. w. kommen sie unter einander den wahren Verhältnissen von 1, 2, 3, 4 u. s. w. immer näher, und die absolute Höhe derselben nimmt in eben dem Verhältnisse zu, in welchem die Breite des Rectangelstreifen vermindert wird.

132.

Aus den bisherigen Angaben der Tonverhältnisse einer Rectangelscheibe von verschiedenen Verhältnissen der hier als unveränderlich angenommenen Länge zur Breite (§. 116, und §. 122 bis 131.) ist zu ersehen:

1) daß die mit den Schwingungen eines freyen Stabes §. 82. übereinkommenden Schwingungsarten 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. nicht nur ihre Verhältnisse unter sich wie die Quadrate von 3, 5, 7 u. s. w. sondern auch ihre absolute Tonhöhe beybehalten haben, indem die Töne bey diesen Schwingungsarten, wie schon §. 86. an Stäben bemerkt worden ist, von der Länge, nicht aber von der Breite des Rectangels abhängen. Wenn man auch die Breite so verminderte, daß aus der Rectangelscheibe endlich ein vierseitiger prismatischer Stab würde, so würden doch diese Töne eben dieselben bleiben. Die einzige Abweichung, welche ungefähr einen halben Ton betragen kann, zeigte sich bey dem Uebergange einer Quadratscheibe zu einer Rectangelscheibe von ungleichen Durchmessern.

2) daß die Schwingungsarten, wo blos der Länge nach Knotenlinien gehen, 0|2, 0|3, 0|4 u. s. w. (soweit die verminderte Breite der Scheibe ihre Hervorbringung verstattete) auch unter sich die Verhältnisse der Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. beybehalten, jedoch im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate des kürzern Durchmessers an Höhe zugenommen haben; welches auch ganz der Theorie gemäß ist, indem diese Schwingungsarten in Beziehung auf den kürzern Durchmesser eben das sind, was die vorher erwähnten Schwingungsarten 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. in Beziehung auf den längern Durchmesser waren.

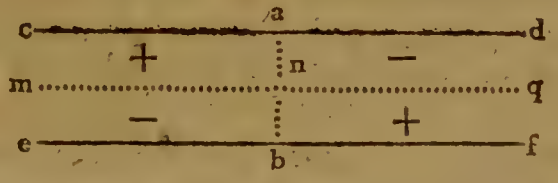
3) daß bey den Schwingungsarten, wo eine nach der einen Richtung gehende Knotenlinie von solchen, die nach der andern Richtung gehen, durchschnitten wird, oder 1|1, 2|1, 3|1, 4|1 u. s. w., die Töne, welche an einer Quadratscheibe ungefähr in den Ver-

hältnissen 6, 15, 30 u. s. w. standen, bey mehrerer Verminderung des einen Durchmessers einander immer näher gerückt sind, so daß sie bey einem Verhältnisse der beyden Durchmesser gegen einander wie 1 zu $\frac{1}{8}$ schon beynahe mit der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4 u. s. w. übereinkommen, und, wenn die Breite des Rectangels noch weiter vermindert wird, endlich ganz in diese Verhältnisse übergehen. Die Höhe des tiefsten Tones dieser Reihe, oder 1|1, nahm immer ungefähr in demselben Verhältnisse zu, in welchem die Breite des Rectangels vermindert ward. An einer Quadratscheibe war der Ton bey dieser Schwingungsart um eine Quinte tiefer, als bey 2|0, an einer Scheibe, deren Breite ungefähr $\frac{2}{3}$ der Länge betrug, war er ebenderselbe, und an Scheiben von geringerer Breite war er höher.

4) daß bey allen übrigen Schwingungsarten, wo mehrere nach der einen Richtung gehende Knotenlinien von solchen, die nach der andern Richtung gehen, durchschnitten werden, die Töne bey verminderter Breite auch erhöht werden, und zwar bey solchen Schwingungsarten, wo mehrere Linien in die Länge gehen, beträchtlicher, als bey solchen, wo die Zahl der Querlinien größer ist.

133.

Daß übrigens die Schwingungsarten, wo eine der Länge nach gehende Knotenlinie von solchen, die in die Quere gehen, durchschnitten wird, in ihrer Art eben dasselbe sind, was an einem cylindrischen oder prismatischen Stabe die §. 97. und 98. erwähnten drehenden Schwingungen waren, und endlich bey weiterer Verminderung der Breite eines Rectangelstreifen bis zu einem vierseitig prismatischen Stabe würklich darein übergehen, wird sich aus der Art, wie hier die Schwingungen geschehen, leicht beurtheilen lassen. Wenn nähmlich in gegenwärtiger Figur




c d e f einen Theil einer Rectangelscheibe vorstellt, wo die der Länge nach gehende Knotenlinie m q von der in die Quere gehenden a b durchschnitten wird, so schwingen allemahl zwey durch eine Knotenlinie von einander getrennte Theile (nach dem Anfange des 104ten §.) nach entgegengesetzten Richtungen, so daß also die hier durch + bezeichneten Stellen über der natür-

lichen Lage sich befinden, während die durch — bezeichneten unter derselben sind, und so umgekehrt. Wenn also das Stück anqd sich niederwärts, und in eben derselben Zeit das Stück nqfb sich aufwärts bewegt, so ist es eben das, als ob das ganze Stück adfb sich rechts etwas drehte. Eben so ist es bey dem jenseits der Querlinie befindlichen Stücke abec, wo die Bewegungen der beyden Theile anmc und mnbe nach den entgegengesetzten Richtungen geschehen, eben dasselbe, als ob das ganze Stück abec sich ein wenig links drehte, wenn ich den Standpunct des Beobachters bey q annehme. Bey der folgenden Schwingung werden die durch + bezeichneten Stellen unter, und die durch — bezeichneten über der natürlichen Lage seyn, es wird also eben das seyn, als ob adfb sich links und abec sich rechts ein wenig drehte, und so immer abwechselnd, während die Stelle, worauf die Querlinie ab fällt, immer unbeweglich ist. So wie diese Art der Bewegung hier an einem Stücke einer Rectangelscheibe gezeigt ist, so geschieht sie auch bey den drehenden Schwingungen eines Stabes; die Gesetze, nach welchen die Höhe und Tiefe der Töne sich richtet, sind in ihrer Art auch ebendieselben. Wenn nun eine Rectangelscheibe oder ein Stab noch weiter in die Länge ausgedehnt ist, und mehrere solche Querlinien oder feste Stellen wie ab vorhanden sind, so drehen sich immer zwey durch eine feste Stelle getrennte Theile nach entgegengesetzten Richtungen.

Anm. Merkwürdig ist, daß an einer Quadratscheibe bey 1|1 Fig. 63, welche die einfachste drehende Schwingungsart repräsentirt, der Ton um eine Quinte tiefer ist, als bey 2|0 Fig. 64, durch welche die einfachste transversale Schwingungsart eines freyen Stabes (§. 82.) gewissermaßen repräsentirt wird; und daß wenn die Breite im Verhältnisse gegen die Länge sehr gering ist (wie auch an einem cylindrischen oder prismatischen Stabe) ebendieselbe erste drehende Schwingungsart (nach §. 98.) um eine Quinte tiefer ist, als die erste longitudinale Schwingungsart; daß also die erste drehende Schwingungsart, wenn die Breite des Rectangels der Länge gleichkommt, ebensoweit von der ersten transversalen Schwingungsart, als, wenn die Breite sehr gering ist, von der ersten longitudinalen Schwingungsart absteht.

## IV. Schwingungen einer runden Scheibe.

134.

Bey den Schwingungen einer runden Scheibe zeigen sich die Knotenlinien entweder so, daß sie von einer Stelle des Randes zur andern in geraden oder krummen Richtungen gehen, oder als concentrische Kreise, die in manchen Fällen zirkelrund sind, meistens aber eine gewisse Anzahl von Biegungen annehmen. Der Kürze wegen werde ich hier, fast so,

wie es vorher bey den nach zweyerley Richtungen gehenden Linien einer Rectangelscheibe geschehen ist, jede Schwingungsart der Kürze wegen so bezeichnen, daß die Zahl der durchgehenden Linien von der Zahl der concentrischen Kreise durch einen dazwischen gesetzten senkrechten Strich unterschieden, und zwar erstere mit gewöhnlichen Ziffern vor den Strich, letztere (zu mehrerer Deutlichkeit bey den nachherigen Vergleichungen mit den Schwingungsarten elliptischer Scheiben) mit römischen Ziffern hinter denselben gesetzt werden soll; so wird z. B. 2|o die Schwingungsart bedeuten, wo nur allein zwey durchgehende Linien vorhanden sind, o|I die, wo nur ein Kreis sich zeigt, 4|III die, wo vier durchgehende Linien und drey Kreise vorhanden sind, u. s. w.

135.

Die Klangfiguren mit durchgehenden Linien, ohne Kreise, zeigen sich sternförmig, wenn die Linien gerade sind, und sich in der Mitte der Scheibe durchschneiden, es können aber die Linien auch ihre Lage verändern, sich krümmen, und auf mannigfaltige Arten trennen und verbinden, wodurch aber weder die Zahl der Linien noch das Tonverhältniß verändert wird.

2|o, Fig. 99, wo zwey durchgehende Linien sich kreuzförmig durchschneiden, giebt unter allen Schwingungsarten den tiefsten Ton. Zu Hervorbringung derselben hält man die Scheibe in der Mitte und berührt, wenn man die Lage der einen Knotenlinie genauer bestimmen will, noch irgend eine Stelle, auf welche diese Linie fallen soll, und streicht an einer Stelle des Randes, die ungefähr 45 Grade von der Richtung dieser Linie entfernt ist.

Bey der zweyten Schwingungsart, 3|o, Fig. 100, wo die drey in der Mitte sich durchschneidenden Linien sich wie ein sechsstralicher Stern zeigen, ist der Ton um eine Octave und einen ganzen Ton höher, als bey der vorigen. Man hält und berührt die Scheibe eben so, wie bey der ersten Schwingungsart, streicht aber nicht an ebenderselben Stelle, sondern an einer Stelle, die von der durch Berührung bestimmten Linie ungefähr um den vierten Theil des Umkreises entfernt ist. Man kann auch, anstatt in der Mitte zu halten, und noch eine Stelle zu berühren, die Scheibe etwas außer der Mitte halten, wodurch ebenfalls die Richtung der einen Knotenlinie schon hinlänglich bestimmt wird, und so kann man zu Hervorbringung der folgenden Bewegungsarten desto weiter außerhalb der Mitte halten, je größer die Zahl der Linien seyn soll, weil der sich nicht bewegende mittlere Theil der Scheibe bey solchen sternförmigen Figuren desto größer ist, je mehrere Linien daselbst zusammentreffen.

4|o kann sich sternförmig zeigen, wie Fig. 101, a, oder auch öfters, wie Fig. 101, b, welche nichts anders, als eine Verzerrung von Fig. 101, a, ist. Der Ton ist um eine kleine Septime höher, als bey 3|o und um zwey Octaven höher, als bey 2|o.

5|o erscheint wie ein zehnstrahlicher Stern, Fig. 102, a, oder noch gewöhnlicher so verzerrt, wie Fig. 102, b. Die Höhe des Tones wächst wieder fast um eine kleine Sexte an.

Unter den folgenden Schwingungsarten, 6|o, 7|o, 8|o, u. s. f. welche sich alle sowohl sternförmig, als auch abgeändert zeigen können, ist 8|o besonders vieler regelmäßigen Abänderungen fähig, von denen ich die gewöhnlichsten in Fig. 103, a und b, dargestellt habe. Bey allen solchen Verzerrungen ist die Zahl der krummen Knotenlinien eben dieselbe, als wenn diese gerade sind, und die Figur sich sternförmig zeigt, wie man bey Vergleichung von Fig. 101, a und b, wie auch von Fig. 102, a und b bemerken wird.

Die Folge der Töne bey allen diesen Schwingungsarten scheint sich wie die Quadrate von 2, 3, 4, 5 u. s. w. oder überhaupt wie die Quadrate der Zahlen durchgehender Knotenlinien zu verhalten, jedoch sind die Abstände der Töne von einander ein wenig kleiner, als sie vermöge dieser Progression seyn sollten.

136.

Bey Schwingungsarten, wo ein Kreiß vorhanden ist, kann dieser entweder allein, oder von 1, 2, 3 oder mehreren fast allemahl geraden Linien durchschnitten seyn.

o|I, Fig. 104. giebt einen Ton, der ungefähr um eine kleine Sexte höher ist, als bey 2|o Fig. 99. Man hält die Scheibe an einer Stelle, auf welche ein Kreiß fällt, und streicht an der nächsten Stelle des Randes. Das Halten muß mit den äußersten Fingerspitzen geschehen, weil sonst die Schwingungen der nächsten Theile zu sehr würden gehindert werden; das Streichen muß, weil es einer der tiefsten Töne ist, langsamer, und mit einem etwas anhaltendern Drucke, als bey manchen andern Schwingungsarten geschehen. Die Art der Bewegung ist unter allen, die an einer runden Scheibe möglich sind, die einfachste, indem jeder Durchmesser der Scheibe eben so schwingt, wie ein Stab bey Fig. 24. Der Klang ist bey dieser Schwingungsart, so wie auch bey andern, wo Kreise vorhanden sind, voller und stärker, als bey den vorhererwähnten, wo sich blos durchgehende Linien zeigen.

1|I, Fig. 105. ist unter allen Schwingungsarten am leichtesten hervorzubringen; man hält die Scheibe an irgend einer Stelle nahe am Rande, wo der Kreiß und die im Durch-

messer gehende Linie einander durchschneiden sollen, und streicht an einer Stelle, die ungefähr 90 Grade davon entfernt ist. Man kann an Scheiben, die nicht allzu unregelmäßig sind, durch Veränderung der Stellen, wo man hält und streicht, wobey doch allemahl die letztere ungefähr 90 Grade von der erstern entfernt seyn muß, leicht die Lage der im Durchmesser gehenden Linie verändern, und sie nach Belieben in jedem Durchmesser gehen lassen. Der Ton ist beynahe um eine Octave und einen ganzen Ton höher, als bey 0|I.

2|I, Fig. 106, erscheint, wenn man eben so, wie bey 1|I hält, aber nicht an ebenderselben Stelle streicht, sondern an einer, die ungefähr um 45 Grade von der Haltungsstelle entfernt ist. Zu mehrerer Bestimmtheit der Figur kann man außerdem noch die Scheibe an einer Stelle auf der in die Quere gehenden Linie berühren, oder an deren Ende an etwas schwach anstemmen. Der Ton ist beynahe um eine kleine Septime höher, als bey 1|I, und beynahe zwey Octaven höher, als bey 0|I.

Um 3|I, Fig. 107, hervorzubringen, hält man die Scheibe eben so, wie bey 1|I, oder 2|I, streicht aber in einer noch geringern Entfernung von der gehaltenen Stelle. Die Zunahme der Höhe des Tones beträgt gegen die vorige Figur etwas mehr als eine Quinte, und etwas weniger als eine kleine Sexte.

Man kann auch, um 3|I, 4|I (Fig. 108.), 5|I, und mehrere dergleichen radförmige Figuren hervorzubringen, außerdem daß man die Scheibe an einer Stelle hält, wo ein Kreiß und eine durchgehende Linie sich schneiden, und immer näher bey der gehaltenen Stelle streicht, auch noch mit einem Finger eine Stelle des Kreises berühren; der Kreiß erweitert sich immer mehr, je größer die Zahl der durchgehenden Linien ist, wonach man sich in Ansehung der Berührung richten muß. Es wird auch bisweilen zu leichterer Hervorbringung solcher Schwingungsarten dienlich seyn können, wenn die Scheibe auch zugleich an einer Stelle, wo eine durchgehende Linie sich endigen muß, ganz schwach an etwas angestemmt wird.

137.

Zwey Kreise können ebenfalls allein, oder von irgend einer Zahl gerader oder krummer durchgehender Linien durchschnitten seyn. Die Kreise erscheinen bisweilen als concentrische Zirkel, es nimmt aber auch öfters der äußere Kreiß eine bestimmte Zahl von Biegungen an, die, so wie auch bey den nachher zu erwähnenden Figuren, wo mehrere Kreise sind, mit einer Epicycloide Aehnlichkeit haben. Der innere Kreiß ist meistens einer Ellipse ähnlich.

Wenn die durchgehenden Linien sich verzerren, so nehmen sie meistens eine Gestalt an, die einer Hyperbel ähnlich ist.

o|II ist, wenn die Kreise concentrisch erscheinen sollen, Fig. 109, a, etwas schwer hervorzubringen, so wie alle solche Figuren, wo nirgends zwey Linien sich schneiden, und man also auf einer Linie halten muß. Man hält eine Stelle des einen Kreises, aber nur mit den äußersten Spitzen der Finger, berührt zugleich die nächste Stelle des andern Kreises und streicht an der nächsten Stelle des Randes; es müssen die gehaltene, die außerdem noch berührte, und die gestrichene Stelle ungefähr in einerley Halbmesser seyn. Jeder Durchmesser der Scheibe schwingt bey dieser Bewegungsart eben so, wie ein freyer Stab (§. 82.) bey seiner dritten Schwingungsart, bey welcher vier Schwingungsknoten sind. Der Ton ist um zwey Octaven höher, als bey o|I. Man kann diese Schwingungsart noch leichter so hervorbringen, daß, Fig. 109, b, der äußere Kreiß 5 Biegungen bekommt, und der innere oval wird, wenn man die Scheibe vermittelst des Daumen und noch eines Fingers, welche an die Stellen des Randes, wo die beyden vordersten Ausbiegungen sind, angedrückt werden, hinterwärts, wo die Ausbiegung bis an den Rand geht, an irgend einen festen nicht allzu harten Gegenstand anstemmt, und seitwärts, an einer Stelle, wo eine Einbiegung ist, streicht. Der Ton ist bey dieser Abänderung ein wenig höher, als bey Fig. 109, a; es ist dieses an einer runden Scheibe das einzige mir bekannte Beyspiel, wo bey einer Verzerrung der Knotenlinien der Ton etwas verändert wird; es kann diese Verschiedenheit beynahe einen halben Ton betragen. Wenn die Kreise auch concentrisch erscheinen, so kann man doch die Neigung des äußern Kreises fünf Biegungen anzunehmen, und die Neigung des inneren Kreises sich etwas in die Länge zu ziehn, schon einigermaßen bemerken. An einer messingenen Scheibe, die aber nicht ganz regelmäßig war, wollte der äußere Kreiß nie anders, als mit 6 Biegungen erscheinen, wobey der innere nicht oval, sondern elliptisch war.

1|II mit concentrischen Kreisen, (Fig. 110, a) erscheint, wenn man fast so, wie bey 1|I verfährt, und nur etwas mehr nach außen hält, oder auch zugleich durch eine gelinde Berührung einer oder zweyer Stellen des äußern oder innern Kreises die Scheibe auf diese Art sich abzutheilen nöthigt. Es kann diese Schwingungsart sowohl durch kleine Unregelmäßigkeiten der Scheibe, als auch durch ein anderes Verfahren, wo man die Scheibe an schicklichen Stellen, fast so wie ich es bey o|II, Fig. 109, b, gezeigt habe, an irgend einen festen nicht allzu harten Gegenstand anstemmt, auch veranlaßt werden, sich so zu zeigen, daß

der äußere Kreiß 6mahl gebogen, und der innere elliptisch wird, Fig. 110, b. Der Ton ist ungefähr um eine kleine Sexte höher, als bey o|II.

2|II kann, wenn man fast eben so, wie bey 2|I verfährt, und allenfalls noch eine oder zwey schickliche Stellen berührt, mit concentrischen Kreisen, wie Fig. 111, a, sich zeigen, und bey anderm Verfahren, besonders wenn die Scheibe, wie vorher gezeigt worden, an etwas angestemmt wird, auch mit 6 Biegungen des äußern Kreises Fig. 111, b. Die beyden durchgehenden Linien können sich auch so verzerren, daß Fig. 111, c, daraus wird,

3|II habe ich bisweilen mit ziemlich concentrischen Kreisen, wobey sich einigemahl die durchgehenden Linien regelmäßig in der Mitte durchschnitten, meistens aber mit 7 Biegungen des äußern Kreises so abgeändert gesehen, wie Fig. 112, a und b.

Bey 4|II, wo die Kreise, so wie auch bey den folgenden Schwingungsarten, bisweilen concentrisch seyn können, nimmt der äußere Kreiß gewöhnlich sieben Biegungen an, und die Figur zeigt sich wie 113, a oder b.

Bey 5|II ist der äußere Kreiß gewöhnlich achtmahl gebogen, in der 114ten Figur ist gezeigt, wie die durchgehenden Linien sich auch bisweilen regelmäßig in der Mitte durchschneiden; sie können aber sowohl bey dieser, als auch bey den übrigen Schwingungsarten sich auch in andern Gestalten zeigen.

138.

An Klangfiguren mit drey oder mehreren Kreisen können diese sich zwar auch manchmahl concentrisch zeigen, meistens aber nehmen die Kreise Biegungen an, welche sich abwechselnd einander nähern und von einander entfernen, und an den innern Kreisen flacher sind, als an den äußern. An dem innersten Kreise, welcher gewöhnlich elliptisch ist, habe ich nie Biegungen bemerket.

o|III, welches nicht häufig erscheint, habe ich meistens mit 8 Biegungen, wie Fig. 115, gesehn.

1|III sowohl mit zirkelförmigen als auch mit neunmahl gebogenen Kreisen, Fig. 116, a und b. An der vorher erwähnten messingenen Scheibe, welche o|II mit 6 Biegungen gab, erhielt ich auch o|III nicht anders, als mit 9, und 1|III nicht anders, als mit 10 Biegungen.

2|III erscheint gewöhnlich, wie Fig. 117, a und b; 3|III wie Fig. 118, a und b, 4|III wie Fig. 119, a und b, u. s. w.

Von 0|IV und 1|IV habe ich in Fig. 120 und 121, a, sehr gewöhnliche Beyspiele von Abänderungen gegeben, dergleichen sich auch auf noch zusammengesetztere Arten bey 0|V, 1|V, 0|VI, 1|VI, 0|VII u. s. f. zeigen können. Es verbreiten sich hierbey die Schwingungen nur quer durch die Scheibe und rings um den Rand, und zwey beträchtliche Stellen bleiben ohne Bewegung, so daß der Sand daselbst ruhig bleibt, aber sich nicht so anhäuft, wie auf den Knotenlinien. 0|IV, 0|V, u. s. w. habe ich nie anders gesehen, 1|IV erscheint aber auch eben so oft wie Fig. 121, b oder c; eben so kann sich auch 1|V und 1|VI bisweilen regelmäßiger zeigen.

Noch weit mehrere Schwingungsarten einer runden Scheibe habe ich in meiner Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges, erwähnt und abgebildet. Ich füge hier nur noch die Bemerkung hinzu, daß auch, wenn noch mehrere Kreise vorhanden sind, die durchgehenden Linien gewöhnlich eben die Gestalten annehmen, wie in den hier abgebildeten Figuren mit weniger Kreisen, z. B. bey 2|IV, 2|V, und 2|VI, wie in Fig. 117; bey 3|IV, 3|V und 3|VI, wie in Fig. 118. u. s. w.

Die meisten dieser zusammengesetzten Figuren wird man zwar nicht immer nach Willkühr hervorbringen können, jedoch wird man an hinlänglich großen und dünnen Scheiben durch kleine Veränderungen des Haltens, Berührens, Anstemmens, und Streichens jede dieser Klangfiguren unvermuthet erhalten können. Nur ist hierbey zu bemerken, daß in allen Fällen, wo das Halten und Streichen gewisser Stellen auf Hervorbringung mehr als einer Schwingungsart würken kann, man genau beobachten muß, bey welchem Tone die verlangte Figur sich zeigen will, und sobald dieser Ton gehört wird, ihn durch die gehörige Art des Bogenstrichs zu verstärken, andere Töne aber, die sich mit hinein mengen wollen, so viel als möglich, zu verhindern suchen muß. Hat man etwa an einer Scheibe eine interessante Figur hervorgebracht, die man ein andermahl wieder zu erhalten wünscht, so wird es rathsam seyn, die Stellen, welche gehalten und gestrichen worden sind, auf irgend eine Art zu bezeichnen.

139.

Die Zahlen der Biegungen, welche die Kreise bey jeder Schwingungsart annehmen, werden sich in folgender Tabelle am besten übersehen lassen.

Zahl der durchgehenden Linien:

| Zahl der Kreise: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II | 5 selten 6 | 6 | 6 | 7 | | 7 | 8 | 8 | 8 |
| III | 8 selten 9 | 9 selt. 10 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| IV | 12 | 12 | 13 | 13 | 13 | 14 | 14 | | |
| V | 15 | 15 | 15? | 16 | | | | | |
| VI | 18? | 18 | 19 | 19 | | | | | |
| VII | 21 | | | | | | | | |

In den meisten Fällen haben, wie man aus dieser Tabelle ersehen wird, die Zahlen der durchgehenden Linien gegen die Biegungen der Kreise kein solches Verhältniß, daß eine Zahl durch die andere, oder beyde gemeinschaftlich durch eine gewisse Zahl könnten dividirt werden, es kann also keine vollkommene Symmetrie bey solchen Figuren Statt finden; z. B. bey 2|III Fig. 117, a, sind 9 Biegungen; es vertheilen sich diese so, daß auf der einen Seite zwischen zwey Enden von Linien sich $2\frac{1}{2}$ und auf der andern 2 Krümmungen befinden; so sind bey 3|III Fig. 118, a und b 10 Biegungen, die sich so vertheilen, daß immer auf einer Seite sich eine halbe Biegung mehr als auf der andern zwischen zwey Enden von Linien befindet, u. s. w. Dieses erschweret die Zeichnung der Figuren; wollte man nähmlich den durchgehenden Linien auf jeder Seite genau einerley Lage geben, so würden die Biegungen der Kreise an Größe allzu ungleich werden; wollte man aber den Biegungen genau einerley Größe geben, so würde die Lage der durchgehenden Linien allzu unsymmetrisch werden, und in beyden Fällen würde die Figur anders ausfallen, als sie gewöhnlich ist, wo jede Knotenlinie der andern ein wenig nachgiebt, so daß jeder schwingende Theil die erforderliche Größe behält, um mit allen den übrigen in einerley Geschwindigkeit zu schwingen, weshalb auch solche Figuren gemeiniglich symmetrischer aussehen, als man sie bey genauerer Untersuchung findet.

140.

Eine runde Scheibe, deren tiefster Ton bey der Schwingungsart, wo sich zwey durchgehende Linien in kreuzförmiger Gestalt zeigen, (oder 2|0), Fig. 99, das 8 füßige oder große C wäre, würde bey ihren übrigen Schwingungsarten, soweit sie von mir sind beobachtet worden, ungefähr folgende Töne geben:

Zahl der durchgehenden Linien:

| Zahl der Kreise: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Fig. 99<br>C | 100<br>d | 101<br>c | 102<br>g..gis | cis | fis | 103<br>b |
| I | F. 104<br>Gis | 105<br>b | 106<br>g | 107<br>d..dis | 108<br>gis | cis | e..f | g | |
| II | 109<br>gis + | 110<br>e + | 111<br>b | 112<br>dis | 113<br>g | 114<br>b..h | cis | dis | |
| III | 115<br>b..h | 116<br>e + | 117<br>gis..a | 118<br>c | 119<br>dis | fis | gis + | b | |
| IV | 120<br>a | 121<br>cis | f | g..gis | b | h..c | cis | | |
| V | f | gis | h | cis | | | | | |
| VI | h | d | e | f + | | | | | |
| VII | e | | | | | | | | |

Diese Tonverhältnisse kommen ungefähr mit den Quadraten folgender Zahlen überein:

Zahl der durchgehenden Linien:

| Zahl der Kreise: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
| I | 2 | 3 | 4– | 5– | 6– | 7–– | 8–– | 9–– | |
| II | 4+ | 5+ | 6 | 7– | 8– | 9– | 10–– | 11–– | |
| III | 6+ | 7+ | 8+ | 9 | 10– | 11– | 12– | 13–– | |
| IV | 8++ | 9+ | 10+ | 11+ | 12 | 13– | 14– | | |
| V | 10++ | 11++ | 12+ | 13+ | | | | | |
| VI | 12++ | 13++ | 14++ | 15+ | | | | | |
| VII | 14++ | | | | | | | | |

So wie schon mehreremahl geschehen ist, so zeigt auch hier ein hinzugesetztes + an, daß der Ton ein wenig höher, und ein – daß er ein wenig tiefer sey; ein doppeltes + zeigt an, daß er noch etwas höher, und ein doppeltes –, daß er noch etwas tiefer sey, als da, wo bey ebenderselben Zahl ein einfaches + oder – hinzugefügt ist. Wenn nähmlich bey einerley Zahl der durchgehenden Linien die Zahl der Kreise sich vergrößert, so ist jedes Intervall etwas größer, und wenn bey einerley Zahl der Kreise die Zahl der durchgehenden Linien sich vergrößert, so ist jedes Intervall etwas kleiner, als die Verhältnisse der Quadrate dieser Zahlen. Die Reihe von Tönen, welche bey denen Schwingungsarten Statt findet, wo nur durchgehende Linien, aber keine Kreise vorhanden sind, kommt unter sich (wiewohl mit einiger Verminderung der Intervalle) mit den Quadraten von 2, 3, 4, 5 u. s. überein, paßt aber gar nicht in die übrigen Tonfolgen, welches ich auch durch Einschließung dieser Zahlen in () angezeigt habe. Will man die kleinen Erweiterungen und Verengerungen der Intervalle bey Anwesenheit mehrerer durchgehenden Linien oder mehrerer Kreise nicht achten, so ist, wenn L die Zahl der durchgehenden Linien, und K die Zahl der Kreise bedeutet, das Tonverhältniß einer jeden Schwingungsart einer runden Scheibe $= (L+2K)^2$.

Anm. Wenn ich hier das tiefste C des Klaviers als den tiefsten Ton einer runden Scheibe bey 2!o angenommen habe, so ist es nicht etwa so zu verstehen, als ob man sich würklich einer Scheibe bedienen könne, welche diese so tiefen Töne sowohl wie auch alle die übrigen höhern gäbe. Es würden nähmlich an einer Scheibe, die groß und dünn genug wäre, um die höchsten hier erwähnten Töne zu geben, die tiefern Töne entweder gar nicht, oder nur mit vieler Mühe, und sowohl in Ansehung der Figur, als in Ansehung der Töne nur sehr unvollkommen können hervorgebracht werden. Man bediene sich also zu Hervorbringung der einfachern Schwingungsarten kleinerer, und zu Hervorbringung der mehr zusammengesetzten Schwingungsarten größerer Scheiben, und transponire die Töne gehörig, indem hier nicht von absoluter Höhe derselben, die bey jeder Scheibe anders seyn kann, sondern von den Verhältnissen der Töne unter einander die Rede ist. Die größten von mir untersuchten Scheiben hatten etwa 2 Rheinländische Fuß, und die kleinsten nur wenige Zoll im Durchmesser.

141.

Außer den bisher erwähnten Schwingungsarten, wo eine runde Scheibe als ganz frey anzusehen ist, sind, wie ich es auch schon an einer Quadratscheibe §. 117. gezeigt habe, noch andere möglich, die in die Reihen der vorigen gar nicht gehören, und von denselben eben so verschieden sind, wie die Schwingungen eines Stabes, dessen eines Ende aufgestemmt ist (§. 81.) von den Schwingungen eines freyen Stabes (§. 82). Einige dergleichen Klangfiguren habe ich von Fig. 122 bis 126. abgebildet, und die Stelle, wo man die Scheibe anstemmen muß, durch die oberwärts nach dem Rande zu befindlichen Punkte, welche den sich daselbst eben sowohl wie auf den Knotenlinien anhäufenden Sand vorstellen, die Stelle, wo man die Scheibe mit der Spitze des Daumen und noch eines Fingers hält, durch n und die Stelle, wo man streicht, durch p bezeichnet. Fig. 122. ist in ihrer Art eben das, was an einem Stabe, dessen eines Ende an einen festen Körper angestemmt ist, die erste Schwingungsart Fig. 22. ist; der Ton ist ungefähr um eine große Sexte tiefer als bey Fig. 99. Bey Fig. 123. ist der Ton fast um eine Octave und einen ganzen Ton, bey Fig. 124. um etwas mehr als eine Octave und eine Quinte, bey Fig. 125. beynahe um zwey Octaven und eine große Terz, bey Fig. 126. um 2 Octaven und eine kleine Sexte höher, als bey Fig. 122.

## V. Ueber elliptische Scheiben.

142.

An elliptischen Scheiben haben die Schwingungsarten, wenn beyde Durchmesser der Scheibe nur wenig verschieden sind, viele Aehnlichkeit mit den Schwingungen einer runden

Scheibe; bey einer beträchtlichern Verschiedenheit beyder Durchmesser erhalten sie aber etwas mehrere Aehnlichkeit mit den Schwingungen einer Rectangelscheibe. Es können Knotenlinien in die Quere gehen, die gewöhnlich einwärts gebogen (und zwar die äußern mehr als die innern) und Hyperbeln, die ihre convexe Seite der Mitte zukehren, sehr ähnlich sind; es kann auch eine Knotenlinie in die Länge gehen, von Querlinien durchschnitten; es können sich aber auch Knotenlinien zeigen, die einen oder mehrere in die Länge gezogene Kreise vorstellen, und diese können allein, oder von einer in die Länge gehenden Linie, oder auch von Querlinien durchschnitten seyn. Jeden Kreiß kann man, um die Schwingungsarten gehörig zu ordnen, füglich als zwey in die Länge gehende, und wegen der länglich runden Gestalt der Scheibe etwas nach außen gebogene Linien betrachten, wie sich denn an etwas langen Ellipsen die Kreise auch würklich so zeigen, und überhaupt immer weit mehr, als die Scheibe selbst, in die Länge gestreckt sind. Es möchte also wohl folgende Art, die Schwingungen einer elliptischen Scheibe zu ordnen, der Natur am gemäßesten seyn:

1) Schwingungsarten, wo blos Querlinien vorhanden sind, und zwar bey der einfachsten solchen Schwingungsart zwey, bey der folgenden drey, bey den übrigen vier oder mehrere Querlinien, Fig. 179—182.

2) Schwingungsarten, wo eine Linie der Länge nach geht, die von einer Querlinie, oder von zweyen, dreyen oder mehreren durchschnitten seyn kann, Fig. 183—187.

3) Schwingungsarten, wo ein Kreiß vorhanden ist, (der auch als zwey der Länge nach gehende Linien angesehen werden kann), entweder allein, oder mit 1, 2, 3 oder mehreren Querlinien, Fig. 188—193.

4) Schwingungsarten, wo ein Kreiß, und eine in dem längern Durchmesser gehende Linie sich zeigen, welche als drey in die Länge gehende Linien zu betrachten sind. Diese können ebenfalls allein, oder von 1, 2, 3 oder mehreren Querlinien durchschnitten seyn, Fig. 194—199.

5) Schwingungsarten, wo zwey Kreise, oder nach gegenwärtiger Art sie zu betrachten, vier der Länge nach gehende Linien vorhanden sind, entweder allein (Fig. 200.) oder von Querlinien durchschnitten.

Eben so können zwey Kreise und eine im längern Durchmesser befindliche Linie (Fig. 201.) (oder, welches ebendasselbe ist, 5 der Länge nach gehende Linien), oder drey Kreise (welche als sechs Linien in die Länge angesehen werden können), oder drey Kreise und eine im

längern Durchmesser befindliche Linie, (welche sieben in der Länge gehenden Linien gleich sind), vorhanden seyn, u. s. f. In allen diesen Fällen können auch Linien in die Quere gehen, die gewöhnlich eben die Gestalt beybehalten, als ob keine Kreise, oder keine der Länge nach gehende Linien vorhanden wären, wie man auch bey Betrachtung der hier gegebenen Figuren sehen kann.

Der Kürze wegen werde ich die Schwingungsarten (fast so wie vorher an Rectangelscheiben) so bezeichnen, daß die Zahl der Querlinien und der in die Länge gehenden Linien (wo ich immer einen Kreiß als zwey Linien in die Länge ansehe) durch einen senkrechten Strich unterschieden, und zwar die Zahl der Querlinien vor den Strich, die Zahl der in die Länge gehenden Linien aber hinter denselben gesetzt wird.

Anm. Da vielleicht manchem Leser, der etwa Versuche an elliptischen Scheiben machen wollte, es nicht bekannt seyn möchte, wie eine Ellipse von jeder beliebigen Größe, und von jedem Verhältnisse der beyden Durchmesser gegen einander zu zeichnen ist, (wie ich denn selbst bildende Künstler angetroffen habe, denen dieses unbekannt war) so wird es wohl nicht überflüßig seyn, einige Anleitung hierzu zu geben. Man zieht (Fig. 178.) zwey Linien rechtwinklich mit einander, die eine p q, so groß wie der längere Durchmesser, und die andere, c d, so wie der kürzere Durchmesser seyn soll. Hierauf nimmt man mit einem Zirkel die Hälfte des langen Durchmessers, setzt ihn am Ende eines kurzen Durchmessers ein, und in die Punkte m und n, wo ein mit dem Zirkel gezogener Bogen den langen Durchmesser durchschneidet, (welches die beyden Brennpunkte der Ellipse sind), schlägt man Stifte ein, befestigt an diese einen Faden so, daß dieser die gehörige Ausdehnung hat, um vermittelst eines daran geführten Bleystifts oder andern Zeichenmaterials die Enden der Durchmesser zu berühren; die krumme Linie, die sich auf diese Art vermittelst des gespannten Fadens ziehen läßt, ist die verlangte Ellipse. Die Ursache dieses Verfahrens beruht auf der wesentlichen Eigenschaft einer Ellipse, daß in jedem Punkte die Summe der Entfernungen von beyden Brennpunkten gleich groß ist.

143.

Um die erste Reihe von Schwingungsarten, wo blos in die Quere Knotenlinien gehen, oder 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. (Fig. 179—182.) hervorzubringen, hält man die Scheibe mitten auf einer der äußersten solchen Linien, mit den Spitzen des Daumen und noch eines Fingers, und streicht mit dem Violinbogen am nächsten Ende des langen Durchmessers. Der Klang ist bey diesen Schwingungsarten gewöhnlich etwas rauh, und ohne Nachhall, weil so wie überhaupt bey Schwingungsarten, wo man nur auf einer Linie, nicht aber an einer Stelle, wo zwey Linien sich schneiden, halten kann, die der Haltungsstelle benachbarten schwingenden Theile durch die Berührung ein wenig in ihren Schwingungen gehindert werden.

Zu Hervorbringung der Schwingungsarten, wo eine in dem längern Durchmesser befindliche Knotenlinie von Knotenlinien, die in die Quere gehen, durchschnitten wird, oder 1|1, 2|1, 3|1, u. s. w. (Fig. 183—187.) hält man die Scheibe an einer Stelle, wo die der Länge nach gehende Linie von einer Querlinie durchschnitten wird, also bey der ersten solchen Schwingungsart Fig. 183. in der Mitten, bey den übrigen aber an einer der äußersten solchen Stellen, und streicht zwischen zwey Enden von Querlinien, oder, welches in manchen Fällen noch besser ist, zwischen den Enden der letzten Querlinien, und der in die Länge gehenden Linie. Wenn viele Linien in die Quere gehen sollen, kann man außerdem zu noch mehrerer Bestimmtheit auch die folgende Stelle, wo eine Querlinie die der Länge nach gehende Linie durchschneidet, mit der Spitze eines andern Fingers berühren. Diese Reihe von Schwingungsarten hat, eben so wie die vorher erwähnten, an langen Ellipsen die größte Aehnlichkeit mit dergleichen Klangfiguren an einer Rectangelscheibe.

Bey der folgenden Reihe von Schwingungsarten, zeigt sich ein noch mehr als die Ellipse selbst in die Länge gezogener Kreiß, entweder allein, oder von Querlinien durchschnitten (Fig. 188—193.) Da ein Kreiß als zwey der Länge nach gehende Knotenlinien anzusehen ist, und an langen Ellipsen sich auch würklich so zeigt, bezeichne ich sie durch 0|2, 1|2, 2|2, 3|2 u. s. w. Bey der einfachsten solchen Schwingungsart, wo keine Querlinie vorhanden ist, hält man an einer Stelle des Kreises; wobey es vortheilhaft seyn wird, noch eine Stelle desselben mit der Spitze eines andern Fingers zu berühren, und streicht ungefähr mitten an einer Seite. An langen Ellipsen ist gewöhnlich an jedem Ende, wo die 2 der Länge nach gehenden Linien zusammenkommen, (und noch mehr bey solchen Schwingungsarten, wo mehrere Linien der Länge nach gehen, ohne Querlinien, oder 0|3, 0|4, 0|5 u. s. w.) eine beträchtliche Stelle, welche unbeweglich bleibt, indem sich die Schwingungen nur über die Mitte der Scheibe verbreiten; in diesem Falle wird es am besten seyn, wenn man die Scheibe an irgend einer nicht gar zu weit von dem einen Ende entfernten Stelle hält, und noch eine Stelle der Knotenlinie weiter nach der Mitte einer Seite mit noch einer Fingerspitze unterstützt, und nicht weit davon, ungefähr in der Mitte einer Seite mit dem Violinbogen streicht. Zu Hervorbringung der Schwingungsarten, wo Querlinien den Kreiß, oder die zwey in die Länge gehenden Linien durchschneiden, hält man die Scheibe an einem solchen Durchschnittspunkte und streicht zwischen zwey Enden von Linien. Am schicklichsten wird es seyn, einen der äußersten Durchschnittspunkte zu halten, und weiter nach dem nächsten Ende der Scheibe zu streichen.

Es versteht sich hierbey von selbst, daß, je mehrere Querlinien erscheinen sollen, desto mehr die Haltungsstelle dem einen Ende der Scheibe sich nähern muß.

Um die Schwingungsart, wo ein in die Länge gezogener Kreiß, und eine in dem längern Durchmesser gehende Linie, oder drey der Länge nach gehende Linien, ohne Querlinien sich zeigen, Fig. 194, oder wie ich es hier kürzer ausdrücke, o|3 hervorzubringen, hält man die Scheibe nahe an dem einen Ende, da wo die Linien sich schneiden, und streicht ungefähr in der Mitte einer Seite. Zu Hervorbringung der Schwingungsarten, wo die drey der Länge nach gehenden Linien von Querlinien durchschnitten werden, Fig. 195—199, so wie auch der übrigen Schwingungsarten, wo zwey Kreise (oder 4 Linien in die Länge), zwey Kreise und eine im längern Durchmesser gehende Linie (oder 5 Linien in die Länge) u. s. w. entweder allein, oder von Querlinien durchschnitten sich zeigen, verfährt man ungefähr eben so, wie ich es bey den Schwingungsarten mit einem Kreise gezeigt habe, nur mit dem Unterschiede, daß die Stellen, wo man halten, oder wo man die Scheibe außerdem noch zu mehrerer Bestimmtheit der Figur mit einer Fingerspitze berühren kann, desto weiter nach außen befindlich sind, je zusammengesetzter die Schwingungsart ist, welche man hervorbringen will.

144.

Bey den nachherigen Bemerkungen über elliptische Scheiben von verschiedenen Verhältnissen der beyden Durchmesser gegen einander werde ich eine Scheibe, die wenn sie ganz rund ist, die §. 140. angegebenen Töne giebt, so betrachten, daß der eine Durchmesser, oder die Länge, unverändert bleibt, aber der andere Durchmesser, oder die Breite, immer mehr vermindert wird.

Die erste im 142sten §. erwähnte Reihe von Schwingungsarten, wo blos Querlinien vorhanden sind, und die zweyte, wo eine der Länge nach gehende Linie von Querlinien durchschnitten wird, sind beyde an einer elliptischen Scheibe eben das, was an einer runden Scheibe die Schwingungen mit durchgehenden Linien (§. 135.) waren, nur mit dem Unterschiede, daß an einer runden Scheibe es einerley ist, in welchen Durchmessern die Linien gehen, aber bey einer elliptischen Scheibe sowohl die Figuren als die Töne bey gleicher Anzahl von Knotenlinien sehr verschieden seyn können, nachdem entweder alle diese Linien in die Quere, oder eine davon im längern Durchmesser geht. Wenn die beyden Durchmesser nur wenig verschieden sind, so ist dieser Unterschied wenig oder gar nicht zu bemerken, indem die Figuren meistens zu

undeutlich erscheinen, als daß sich genau bestimmen ließe, ob eine Linie im längern Durchmesser gehe oder nicht, und man durch einige Veränderung der Stellen des Haltens und Streichens leicht die Lage der Linien verrücken kann, ohne Veränderung des Tones. Die Figuren, wo viele Linien vorhanden sind, erscheinen an solchen Scheiben meistens ungefähr wie Fig. 202, so daß blos am Rande sich die Enden der Knotenlinien deutlich zeigen, aber in der Mitte der größere Theil der Scheibe ohne Bewegung, und der Sand dort ruhig bleibt. Wenn nach und nach die Breite der Scheibe mehr vermindert wird, so fangen erst die einfachern und sodann bey noch mehrerer Verminderung auch die übrigen Schwingungsarten an sich in Beziehung auf die eine oder auf die andere Reihe in Ansehung der Figur sowohl, wie in Ansehung des Tones genauer zu unterscheiden.

Die Schwingungsarten einer runden Scheibe, wo blos kreißförmige Knotenlinien vorhanden sind, können auch an einer elliptischen Scheibe sich nur auf einerley Art zeigen. Wenn aber die kreißförmigen Knotenlinien von durchgehenden Knotenlinien durchschnitten sind, so kann jede solche Schwingungsart einer runden Scheibe sich an einer elliptischen, eben so wie die vorhererwähnten, auf zwey verschiedene Arten zeigen, nachdem entweder alle durchgehenden Linien in die Quere gehen, oder eine davon sich in dem längern Durchmesser befindet.

Aus den Klangfiguren einer runden Scheibe entstehen also folgende an einer elliptischen:

Aus 2|0, Fig. 99, entweder 2|0, Fig. 179, oder 1|1, Fig. 183;
Aus 3|0, Fig. 100, entweder 3|0, Fig. 180, oder 2|1, Fig. 184;
Aus 4|0, Fig. 101,a, entweder 4|0, Fig. 181, oder 3|1, Fig. 185; u. s. w.
Aus 0|I, Fig. 104, entsteht 0|2, Fig. 188.
Aus 1|I, Fig. 105, entweder 1|2, Fig. 189, oder 0|3, Fig. 194;
Aus 2|I, Fig. 106, entweder 2|2, Fig. 190, oder 1|3, Fig. 195;
Aus 3|I, Fig. 107, entweder 3|2, Fig. 191, oder 2|3, Fig. 196; u. s. w.
Aus 0|II, Fig. 109, entsteht 0|4, Fig. 200.
Aus 1|II, Fig. 110,a, entweder 1|4 oder 0|5 u. s. w.

145.

Die merkwürdigsten Verhältnisse des längern Durchmessers einer elliptischen Scheibe zum kürzern sind 5 zu 3; 11 zu 3; 14 zu 3; 17 zu 3; 20 zu 3, u. s. f. oder überhaupt, wenn n

entweder o oder irgend eine ganze Zahl bedeutet, wie 5 + n3 zu 3. Bey dergleichen Scheiben vereinigen sich die außerdem sehr mannigfaltigen Töne aller Schwingungsarten, die erste Reihe wo blos Querlinien vorhanden sind, oder 2|o, 3|o, 4|o u. s. w. ausgenommen, (welche ganz für sich besteht, und fast nur von dem längern Durchmesser abhängt), in eine einzige Reihe, indem alle Schwingungsarten, wo, wenn Q die Zahl der Querlinien und L die Zahl der Linien in die Länge, (einen Kreiß zu zwey solchen Linien gerechnet) bedeutet, die Summe von Q + (n + 2) L ebendieselbe ist, auch einerley Ton geben.

Ueber dieses sonderbare Naturgesetz, welches nachher durch mehrere Beyspiele wird erläutert werden, habe ich sehr mühsame Untersuchungen an weit größern Scheiben, als die von andern Verhältnissen waren, angestellt, und es immer bestätigt gefunden. Nur, wenn die Scheibe nicht überall gleich dick ist, oder nicht ganz die gehörigen Verhältnisse hat, zeigen sich einige Abweichungen.

146.

Wenn die Töne einer runden Scheibe so angenommen werden, wie sie §. 140. angegeben sind, und man verkleinert dieselbe Scheibe zu einer Ellipse so, daß der eine Durchmesser unverändert bleibt, und sich zu dem kürzern Durchmesser wie 1 zu $\frac{8}{9}$ verhält, so wird sie ungefähr folgende Töne geben können:

Zahl der Knotenlinien in die Quere:

| Zahl der in die Länge gehenden Knotenlinien, einen Kreiß zu 2 Linien gerechnet: | o | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| o | | | D | f | $\bar{d}$ + | $\bar{b}$ | $\bar{\bar{dis}}$ .. $\bar{e}$ |
| 1 | | D + | f | $\bar{d}$ + | $\bar{b}$ | $\bar{\bar{dis}}$ .. $\bar{e}$ | |
| 2 | H − | $\bar{c}$ − | $\bar{b}$ | $\bar{f}$ − | $\bar{b}$ | | |
| 3 | $\bar{d}$ | $\bar{b}$ | $\bar{f}$ | $\bar{b}$ + | $\bar{\bar{dis}}$ | | |
| 4 | $\bar{\bar{cis}}$ − | $\bar{\bar{fis}}$ .. $\bar{g}$ | $\bar{c}$ + | | | | |
| 5 | $\bar{\bar{gis}}$ + | $\bar{\bar{cis}}$ + | $\bar{\bar{fis}}$ | | | | |

Hier hat sich die erste Reihe von Schwingungsarten, wo blos Querlinien vorhanden sind, von der zweyten, wo Querlinien von einer in die Länge gehenden Linie durchschnitten werden, noch nicht abgesondert, indem (wie §. 144. bemerkt worden) die Lage der Knotenlinien sich noch sehr unbestimmt zeigt, und sie sich leicht ohne Veränderung des Tones verrücken lassen. Allenfalls läßt sich bey der ersten Schwingungsart etwas mehrere Höhe des Tones bemerken, wenn die eine Linie im längern Durchmesser geht. Die übrigen Schwingungsarten beyder Reihen aber, z. B. 3|0 von 2|1, 4|0 von 3|1 u. s. w. sind weder in Ansehung der Figur noch in Ansehung des Tones von einander zu unterscheiden.

Manche Schwingungsarten, wie 4|1, 2|2, und 1|3, die ganz oder beynahe einerley Ton geben, können, (so wie es an Rectangelscheiben §. 120. ist angezeigt worden), durch mancherley Verzerrungen in einander übergehen.

147.

Wenn der kürzere Durchmesser wieder etwas mehr vermindert wird, so daß die Durchmesser in dem Verhältnisse wie 1 zu $\frac{4}{5}$ stehen, sind die Töne eben derselben Scheibe ungefähr folgende:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | D + | fis – | $\bar{e}$ – | $\bar{h}$ – | $\bar{\bar{e}}$ .. $\bar{\bar{f}}$ |
| 1 | | E | fis | $\bar{e}$ – | $\bar{h}$ – | $\bar{\bar{e}}$ .. $\bar{\bar{f}}$ | |
| 2 | cis .. d | $\bar{cis}$ | $\bar{b}$ + | $\bar{\bar{fis}}$ – | $\bar{\bar{h}}$ | $\bar{\bar{e}}$ | |
| 3 | $\bar{f}$ | $\bar{\bar{cis}}$ | $\bar{\bar{g}}$ | $\bar{\bar{c}}$ + | $\bar{\bar{f}}$ | | |
| 4 | $\bar{\bar{e}}$ | $\bar{\bar{a}}$ | $\bar{\bar{d}}$ | | | | |
| 5 | $\bar{\bar{c}}$ | | | | | | |

148.

Die Töne ebenderselben Scheibe bey dem Verhältnisse der Durchmesser wie 1 zu $\frac{3}{4}$ werden ungefähr seyn:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Dis – | fis | $\bar{e}$ | $\bar{h}$ + | $\bar{\bar{f}}$ |
| 1 | | F – | fis + | $\bar{e}$ | $\bar{h}$ + | $\bar{\bar{f}}$ | |
| 2 | dis + | $\bar{d}$ + | $\bar{h}$ – | $\bar{\bar{fis}}$ – | $\bar{\bar{h}}$ + | $\bar{\bar{e}}$ + | |
| 3 | $\bar{g}$ – | $\bar{\bar{d}}$ + | $\bar{\bar{gis}}$ – | $\bar{\bar{eis}}$ – | $\bar{\bar{f}}$ | | |
| 4 | $\bar{\bar{fis}}$ – | $\bar{\bar{h}}$ – | $\bar{\bar{dis}}$ + | | | | |
| 5 | $\bar{\bar{d}}$ | | | | | | |

Noch sind die beyden ersten Reihen von Schwingungsarten nicht ganz von einander abgesondert, so daß nur ungefähr bey den zwey ersten Schwingungsarten dieser Reihen der Unterschied bemerkbar ist.

149.

Bey dem Verhältnisse des längern Durchmessers zum kürzern wie 1 zu $\frac{2}{3}$ werden die Töne ebenderselben Scheibe ungefähr folgende seyn:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Dis − | fis + | f̄ − | c̿ | fis .. g |
| 1 | | Fis + | gis | f̄is − | cis̿ − | g̿ | |
| 2 | fis + | f̄ − | c̿ | fis̿ .. g̿ | e̿ | f̿ | |
| 3 | b̄ + | f̿ − | b̿ + | dis̿ | g̿ | | |
| 4 | a̿ | c̿ + | | | | | |
| 5 | f̿ + | | | | | | |

Nun sind die beyden ersten Reihen von Schwingungsarten sowohl in Ansehung der Figuren, als in Ansehung der Töne, schon merklich von einander abgesondert.

Bey gegenwärtigem Verhältnisse der Durchmesser können wieder verschiedene Uebergänge einer Schwingungsart in eine andere, die ebendenselben Ton giebt, durch verzerrte Figuren Statt finden. Einer der gewöhnlichsten Uebergänge zeigt sich zwischen 3|0 und 0|2, welche einerley Ton geben, und fast an jeder solchen Scheibe durch Fig. 203. repräsentirt werden können, welche sich öfters durch Verrückungen der Stellen, wo man hält und streicht, nach und nach in drey regelmäßige Querlinien, oder auch in zwey der Länge nach gehende auswärts gebogene Linien verwandeln läßt.

Die Reihe von Schwingungsarten, wo 2 Linien in die Länge gehen (oder sich als ein länglicher Kreiß zeigen), 0|2, 1|2, 1|3, 1|4 u. s. w. giebt hier ungefähr ebendieselben Töne, wie die erste Reihe, wo blos Querlinien vorhanden sind, von der zweyten Schwingungsart, oder 3|0 an gerechnet. Auch ist zu bemerken, daß 0|2 ziemlich genau um eine Octave höher ist, als 1|1.

150.

Das Verhältniß der Durchmesser wie 5 zu 3, oder 1 zu $\frac{3}{5}$ ist die erste Stufe, auf welcher die Töne aller Schwingungsarten, diejenigen, wo blos Querlinien vorhanden sind,

ausgenommen, nach §. 145. in eine einzige Reihe zusammentreffen. Ebendieselbe Scheibe, wie vorher, wird ungefähr folgende Töne geben:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Dis | g | f | cis | g | | | |
| 1 | | Gis + | a + | g − | d − | gis − | cis − | f + | a − | c |
| 2 | a + | g − | d − | gis − | cis − | f + | a − | c | | |
| 3 | d − | gis − | cis − | f + | a − | c | | | | |
| 4 | cis − | f + | a − | c | | | | | | |
| 5 | a − | c | | | | | | | | |

Alle Schwingungsarten, wo, wenn Q die Zahl der Querlinien, und L die Zahl der in die Länge gehenden Linien, einen Kreiß für zwey solche Linien gerechnet, bedeutet, Q + 2L einerley Summe giebt, geben hier einerley Ton, wie sich aus folgender Tabelle wird ersehen lassen, wo die Schwingungsarten, welche in Ansehung des Tones mit einander übereinkommen, senkrecht unter einander gesetzt sind:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1\|1 | 2\|1 | 3\|1 | 4\|1 | 5\|1 | 6\|1 | 7\|1 | 8\|1 | 9\|1 |
| | 0\|2 | 1\|2 | 2\|2 | 3\|2 | 4\|2 | 5\|2 | 6\|2 | 7\|2 |
| | | | 0\|3 | 1\|3 | 2\|3 | 3\|3 | 4\|3 | 5\|3 |
| | | | | | 0\|4 | 1\|4 | 2\|4 | 3\|4 |
| | | | | | | | 0\|5 | 1\|5 |
| Summe von Q+2L: 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 u. s. w. |
| Töne: Gis + | a + | g − | d − | gis − | cis − | f + | a − | c |

Die Töne kommen nicht etwa, wie man hätte vermuthen können, mit den Quadraten dieser Summen überein, sondern sind weiter aus einander; etwas mehr nähern sie sich den Quadraten von 2, 3, 4, 5 u. s. w., es sind aber die Intervalle ein wenig kleiner, als diese Verhältnisse.

Ein sehr gewöhnlicher Erfolg von dieser Uebereinkunft mehrerer Schwingungsarten in Ansehung des Tones ist der, daß an dergleichen Scheiben, eben so wie auch an Scheiben, wo die beyden Durchmesser in den Verhältnissen 8 : 3, 11 : 3 u. s. w. stehen, die meisten Figuren sich sehr verzerrt zeigen, und öfters einen Uebergang aus einer Schwingungsart in die andere andeuten. Die Figuren, wo mehrere Querlinien von Linien, die in die Länge gehen, durchschnitten werden, zeigen sich meistens so, daß die Enden der Querlinien in der Mitte der einen Seite nahe zusammenkommen, nach der andern Seite aber desto mehr divergiren.

151.

Wenn an ebenderselben Scheibe die Durchmesser sich wie 1 zu $\frac{1}{2}$ verhalten, so wird sie ungefähr folgende Töne geben können:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Dis + | g + | fis | d |
| 1 | | H + | c | a + | e | a |
| 2 | dis + | c − | fis − | h − | e − | gis − |
| 3 | g + | c .. cis | f − | gis | | |
| 4 | fis | a .. b | c + | | | |
| 5 | d | | | | | |

Hier giebt die Reihe von Schwingungsarten, wo blos Linien in die Länge gehen, oder o|2, o|3, o|4 u. s. w. ebendieselben Töne, wie die Reihe, wo blos Linien in die

Quere gehen, oder 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w. nur um zwey Octaven höher, die Töne dieser Reihen verhalten sich hier also wie die umgekehrten Quadrate der Durchmesser, von welchen sie abhängen; in andern Fällen sind die Verhältnisse dieser beyden Reihen etwas anders.

152.

Bey dem Verhältnisse der Durchmesser wie 8 zu 3, oder 1 zu $\frac{3}{8}$ treffen die Töne bey allen Schwingungsarten, diejenigen wo blos Querlinien vorhanden sind, ausgenommen, wie vorher bey dem Verhältnisse 5 : 3, wieder in eine Reihe zusammen, nur mit dem Unterschiede, daß das Zusammtreffen allemahl um eine Stufe später geschieht, und hier diejenigen Schwingungsarten einerley Ton geben, bey welchen (nach §. 145.) Q + 3L einerley Summe giebt. Die Töne sind an ebenderselben Scheibe, wie vorher, ungefähr folgende:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Dis + | g + | fis | d + | | | | |
| 1 | | d | d + | h − | f | b + | dis | g | h − | d |
| 2 | h − | f | b + | dis | g | h − | d | | | |
| 3 | dis | g | a − | d | | | | | | |
| 4 | d | | | | | | | | | |

Hier geben also folgende senkrecht unter einander gestellte Schwingungsarten einerley Töne:

| | 1\|1 | 2\|1 | 3\|1 | 4\|1 | 5\|1 | 6\|1 | 7\|1 | 8\|1 | 9\|1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 0\|2 | 1\|2 | 2\|2 | 3\|2 | 4\|2 | 5\|2 | 6\|2 |
| | | | | | | 0\|3 | 1\|3 | 2\|3 | 3\|3 |
| | | | | | | | | | 0\|4 |
| Summe von Q+3L: | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 u. s. w. |
| Töne: | d | d + | h − | f | b + | dis | g | h − | d |

Die Zahlenfolge, mit welcher die Töne übereinkommen mögen, weiß ich nicht zu bestimmen, sie nähert sich aber bey den folgenden Stufen 11 : 3, 14 : 3, u. s. f., in den tiefern Tönen immer mehr der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4 u. s. w.

153.

Die Töne derselben Scheibe, wenn der längere Durchmesser zum kürzern sich wie 1 zu $\frac{1}{3}$ verhält, sind ungefähr:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Dis + | g + | fis + | dis − |
| 1 | | fis | fis | d − | gis − | cis + |
| 2 | e | b − | d − | fis + | b | |
| 3 | gis | h − | cis + | e − | | |
| 4 | g | | | | | |

Hierbey ist nur dieses zu bemerken, daß die Töne der Schwingungsarten, wo blos Linien in die Länge gehen, um 3 Octaven (und nur ein klein wenig mehr, vielleicht, weil der kürzere Durchmesser fast unmerklich zu klein seyn mochte) höher waren, als die Töne der Schwingungsarten mit bloßen Querlinien.

154.

Bey dem Verhältnisse der Durchmesser wie 1 zu $\frac{1}{11}$ treffen wieder alle Schwingungsarten, die mit bloßen Querlinien ausgenommen, in eine Reihe zusammen, und zwar wieder um eine Stufe später, als bey dem Verhältnisse 1 zu $\frac{1}{8}$, indem die Schwingungsarten, wo (nach §. 145.) $Q + 4L$ einerley Summe giebt, in Ansehung der Töne mit einander überein-

kommen. Ebendieselbe Scheibe, wie vorher, wird bey diesem Verhältnisse der beyden Durchmesser ungefähr folgender Töne fähig seyn:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Dis + | g + | g − | dis | a + | dis | gis | | | | |
| 1 | | a | a | e .. f | b + | dis + | gis − | c | dis | fis | gis .. a | h | cis |
| 2 | b + | dis + | gis − | c | dis | fis | gis .. a | h | cis | | | | |
| 3 | dis | fis | gis .. a | h | cis | dis | | | | | | | |
| 4 | cis | dis | | | | | | | | | | | |

Folgende senkrecht unter einander gestellte Schwingungsarten kommen also mit einander in Ansehung des Tones überein:

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 \| 1 | 2 \| 1 | 3 \| 1 | 4 \| 1 | 5 \| 1 | 6 \| 1 | 7 \| 1 | 8 \| 1 | 9 \| 1 | 10 \| 1 | 11 \| 1 | 12 \| 1 |
| | | | | 0 \| 2 | 1 \| 2 | 2 \| 2 | 3 \| 2 | 4 \| 2 | 5 \| 2 | 6 \| 2 | 7 \| 2 | 8 \| 2 |
| | | | | | | | | 0 \| 3 | 1 \| 3 | 2 \| 3 | 3 \| 3 | 4 \| 3 |
| Summe | | | | | | | | | | | | | 0 \| 4 |
| von Q + 4L: | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
| Töne: | a | a | e .. f | b + | dis + | gis − | c | dis | fis | gis .. a | h | cis | |

u. s. w.

155.

Wenn die beyden Durchmesser sich wie 1 zu $\frac{3}{4}$ verhalten, werden die Töne ebenderselben Scheibe ungefähr seyn:

Zahl der Querlinien:

| Zahl der Linien in die Länge: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | Dis + | g + | $\bar{g}$ − | $\bar{\bar{dis}}$ |
| 1 | | b . . h | $\bar{b}$ . . $\bar{h}$ | $\bar{\bar{fis}}$ − | $\bar{\bar{c}}$ | $\bar{\bar{f}}$ − |
| 2 | $\bar{\bar{\bar{cis}}}$ . . $\bar{\bar{d}}$ | $\bar{\bar{\bar{fis}}}$ | $\bar{\bar{b}}$ | $\bar{\bar{\bar{cis}}}$ + | $\bar{\bar{e}}$ + | $\bar{\bar{\bar{g}}}$ |
| 3 | $\bar{\bar{\bar{\bar{fis}}}}$ | $\bar{\bar{a}}$ − | $\bar{\bar{h}}$ | $\bar{\bar{\bar{\bar{cis}}}}$ − | | |
| 4 | $\bar{\bar{\bar{f}}}$ − | $\bar{\bar{\bar{\bar{fis}}}}$ + | | | | |

156.

Ueber das Zusammentreffen der Schwingungsarten, wo eine oder mehrere Knotenlinien in die Länge gehen, bey den Verhältnissen der Durchmesser 5 + n3 zu 3 habe ich die Untersuchungen an noch längern Scheiben noch weiter fortgesetzt, wobey sich dasselbe Naturgesetz allemahl bestätigt hat. Die erste Reihe von Schwingungsarten, wo blos Querlinien vorhanden sind, giebt immer fast ebendieselben Töne (wie hier Dis +, g +, $\bar{g}$ −, $\bar{\bar{dis}}$, $\bar{a}$ + u. s. w.) nur wird die Höhe derselben, wenn die Scheibe immer schmäler wird, etwa noch um einen halben Ton zunehmen; bey allen übrigen Schwingungsarten treffen die Töne so zusammen, daß bey dem Verhältnisse der Durchmesser wie 14 zu 3 die Schwingungsarten, wo (nach §. 145.) Q + 5L; bey den Verhältnissen 17 zu 3 die, wo Q + 6L; bey den Verhältnissen 20 : 3 die, wo Q + 7L u. s. w. einerley Summe geben, auch in Ansehung des Tones mit einander übereinkommen. Die Reihen dieser Töne werden, wenn ich alles auf die vorher angenommene Tonhöhe reducire, und die Schwingungsarten, welche einerley Ton geben, unter einander setze, ungefähr folgende seyn:

## Bey dem Verhältnisse der Durchmesser 1 : $\frac{3}{14}$.

| | 1\|1 | 2\|1 | 3\|1 | 4\|1 | 5\|1 | 6\|1 | 7\|1 | 8\|1 | 9\|1 | 10\|1 | 11\|1 | 12\|1 | 13\|1 | 14\|1 | 15\|1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 0\|2 | 1\|2 | 2\|2 | 3\|2 | 4\|2 | 5\|2 | 6\|2 | 7\|2 | 8\|2 | 9\|2 | 10\|2 |
| | | | | | | | | | | 0\|3 | 1\|3 | 2\|3 | 3\|3 | 4\|3 | 5\|3 |
| Summe von | | | | | | | | | | | | | | | 0\|4 |
| Q + 5L: | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Töne: | cis + | cis + | gis + | d – | fis | b + | d | f..fis | gis | b..h | cis..d | dis..e | fis – | g..gis | a |

u. s. w.

## Bey dem Verhältnisse 1 : $\frac{3}{17}$.

| | 1\|1 | 2\|1 | 3\|1 | 4\|1 | 5\|1 | 6\|1 | 7\|1 | 8\|1 | 9\|1 | 10\|1 | 11\|1 | 12\|1 | 13\|1 | 14\|1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 0\|2 | 1\|2 | 2\|2 | 3\|2 | 4\|2 | 5\|2 | 6\|2 | 7\|2 | 8\|2 |
| Summe von | | | | | | | | | | | | 0\|3 | 1\|3 | 2\|3 |
| Q+6L: | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Töne: | e + | e + | h + | e + | gis..a | c..cis | e – | g | b | c..cis | dis | f | g – | gis..a |

u. s. w.

## Bey dem Verhältnisse 1 : $\frac{3}{20}$.

| | 1\|1 | 2\|1 | 3\|1 | 4\|1 | 5\|1 | 6\|1 | 7\|1 | 8\|1 | 9\|1 | 10\|1 | 11\|1 | 12\|1 | 13\|1 | 14\|1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | 0\|2 | 1\|2 | 2\|2 | 3\|2 | 4\|2 | 5\|2 | 6\|2 | 7\|2 |
| Summe von | | | | | | | | | | | | | | 0\|3 |
| Q + 7L: | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| Töne: | g | g | d | g | h | dis- | fis | a | c – | d + | e + | fis + | gis | a..b |

u. s. w.

Es wird nicht nöthig seyn, die Untersuchungen solcher Verhältnisse gegenwärtig noch weiter fortzusetzen, da aus dem bisher gesagten das Naturgesetz selbst sich hinlänglich ergiebt.

157.

Die bisherigen Angaben der Tonverhältnisse elliptischer Scheiben zeigen:

1) daß die erste Reihe von Schwingungsarten, wo blos Querlinien vorhanden sind, sich bey allmählicher Verminderung des einen Durchmessers nur nach und nach von der zweyten Reihe, bey welcher eine Linie in die Länge geht, und zwar in den tiefern Tönen zuerst, absondert, und daß bey dieser ersten Reihe, von der runden Gestalt einer Scheibe an gerechnet, bis zu der größten Verminderung des einen Durchmessers die Höhe der Töne nur ungefähr um eine große Terz zunimmt. Die Tonverhältnisse dieser Reihe, welche an einer runden Scheibe mit den Quadraten von 2, 3, 4, 5 u. s. w. übereinkommen, gehen hier etwas weiter aus einander.

2) daß die Tonverhältnisse der zweyten Reihe 1|1, 2|1, 3|1, u. s. w. welche anfangs ebendieselben waren, wie bey der ersten Reihe, bey zunehmender Verminderung des einen Durchmessers nach und nach etwas enger werden, und endlich anfangs in den tiefern, nachher auch immer weiter in den höhern Tönen in die Verhältnisse der natürlichen Zahlenfolge übergehen. Bey dem Verhältnisse der Durchmesser 11 : 3 waren die beyden ersten Töne, bey dem Verhältnisse 14 : 3 die drey ersten, bey 17 : 3 die vier ersten, bey 20 : 3 die fünf ersten Töne mit dieser Zahlenfolge übereinstimmend, die übrigen aber weiter aus einander. Eigentlich könnte man wohl annehmen, daß hier sowohl, als auch bey Rectangelscheiben, wo diese Reihe in die drehenden Schwingungen eines Stabes (§. 133.) übergeht, der kürzere Durchmesser in Verhältniß gegen den längern unendlich klein seyn müßte, wenn alle Töne dieser Reihe mit der natürlichen Zahlenfolge genau übereinstimmen sollten. Bey sehr langen und schmalen Ellipsen, wie z. B. wo die Durchmesser sich wie 17 : 3, oder 20 : 3 verhielten, oder auch noch mehr von einander verschieden waren, so wie auch bisweilen an sehr langen und schmalen Rectangelstreifen, schienen mir die erstern Töne dieser Reihe noch etwas näher beysammen zu seyn, als die Verhältnisse der natürlichen Zahlenfolge.

Der erste Ton dieser Reihe, bey welchem ein Kreuz sich zeigt, 1|1, nimmt allemahl beynahe in ebendemselben Verhältnisse an Höhe zu, in welchem der eine Durchmesser vermindert wird.

3) daß bey den Schwingungsarten, wo blos in die Länge gehende Knotenlinien, einen Kreiß zu zwey Linien gerechnet, vorhanden sind, oder 0|2, 0|3, 0|4 u. s. w. bey

Verminderung des einen Durchmessers die Höhe der Töne um weit mehr, als die Verminderung selbst, jedoch weniger als die Quadrate derselben zunimmt; das wahre Verhältniß weiß ich nicht genauer anzugeben. Unter sich haben diese Töne ungefähr eben die Verhältnisse, wie die Töne der Schwingungsarten mit bloßen Querlinien, nur sind sie allemahl weit höher. Wenn die beyden Durchmesser um etwas mehr als 5 : 4 und etwas weniger als 4 : 3 verschieden sind, werden die Töne der Reihe 0|2, 0|3, 0|4 u. s. w. um eine Octave höher seyn, bey einer Verschiedenheit der Durchmesser wie 2 : 1 um zwey Octaven höher, bey einer Verschiedenheit der Durchmesser, die um etwas weniges geringer, als 3 : 1 ist, um drey Octaven höher, und wenn die Durchmesser um etwas mehr als 4 : 1 verschieden sind, um vier Octaven höher seyn, als die Töne der Reihe 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w.

4) daß die Töne aller Schwingungsarten, bey welchen Knotenlinien in die Länge gehen, bey den Verhältnissen der Durchmesser 5 : 3, 8 : 3, 11 : 3 u. s. w. mit höhern Tönen der Reihe, wo eine Knotenlinie in die Länge geht, zusammentreffen, und zwar so, daß bey jedem Gliede dieser Progression dieses Zusammentreffen um eine Stufe weiter anfängt.

5) Merkwürdig ist auch bey dem Verhältnisse der Durchmesser wie 3 : 2 das Zusammentreffen der Töne bey den Schwingungsarten, wo ein länglicher Kreiß vorhanden ist, oder 0|2, 1|2, 2|2, 3|2 u. s. w. mit den Tönen der Schwingungsarten mit bloßen Querlinien, von der zweyten solchen Schwingungsart an gerechnet, oder 3|0, 4|0, 5|0 u. s. w. Vielleicht giebt es an Scheiben von manchen Verhältnissen der Durchmesser, die ich noch nicht untersucht habe, noch mehrere Fälle des Zusammentreffens anderer Reihen mit der Reihe von Schwingungsarten mit bloßen Querlinien.

Anm. An Scheiben, die in Ansehung der Gestalt nicht ganz regelmäßig, und nicht überall von gleicher Dicke waren, habe ich am meisten bey den Schwingungsarten mit bloßen Querlinien, wie auch sonst bey den etwas einfachern Schwingungsarten 1|1, 0|2 u. s. w. merkliche Abweichungen von den hier angegebenen Tonverhältnissen gefunden, besonders wenn die Scheiben so groß und dünn waren, daß die tiefern Töne nur mit vieler Mühe darauf hervorgebracht werden konnten. Außerdem glaube ich bey der angewendeten Genauigkeit nicht, daß Andere bey anzustellenden Versuchen an hinlänglich regelmäßigen Scheiben Abweichungen bemerken werden, die etwas über einen halben Ton betragen könnten.

## VI. Schwingungen einer gleichseitig sechseckigen Scheibe.

158.

Die meisten Klangfiguren einer gleichseitig sechseckigen Scheibe haben einige Aehnlichkeit mit den Figuren einer runden Scheibe, sie beziehen sich nähmlich auch auf eine gewisse Zahl von durchgehenden, und von kreißförmigen Knotenlinien. Da ich manche Figuren nicht mit Gewißheit auf diese Art zu bestimmen weiß, so ordne ich sie hier nach der Tiefe und Höhe der Töne, werde aber der Kürze wegen die Figuren, welche sich nach der Zahl der durchgehenden und der kreißförmigen Knotenlinien bestimmen lassen, so bezeichnen, daß ich, wie vorher bey runden Scheiben, die Zahl der durchgehenden Linien von der Zahl der Kreise durch einen dazwischen gesetzten senkrechten Strich absondere, und erstere durch gewöhnliche Ziffern, letztere durch römische Zahlen anzeige.

159.

Unter allen Schwingungsarten, welche an einer sechseckigen Scheibe möglich sind, giebt die, wo sich zwey durchgehende Knotenlinien kreutzförmig durchschneiden, oder 2|o, den tiefsten Ton. Es kann sich diese Schwingungsart regelmäßig, wie Fig. 127. zeigen, es lassen sich aber durch Veränderungen der Stellen, wo man die Scheibe hält, und streicht, die Linien ohne Veränderung des Tones so verrücken, daß ihre Richtung keine Beziehung auf die Seiten der Scheibe hat. Ich werde den Ton dieser Schwingungsart als ungestrichen c ansehen, und die Töne der übrigen Schwingungsarten auf dieselbe Tonhöhe beziehen.

o|I, Fig. 128. giebt einen Ton, der ungefähr um eine kleine Septime höher ist, als der vorige, also b.

Bey 3|o können die Knotenlinien in der Mitte der Seiten Fig. 129, oder auch an den Ecken sich endigen, Fig. 130; im ersten Falle wird der Ton $\bar{d}$, im andern $\bar{f}$ seyn.

Bey 1|I kann die den Kreiß durchschneidende Linie entweder von der Mitte einer Seite zur andern, Fig. 131, oder von einer Ecke zur entgegengesetzten, Fig. 132, oder auch in jeder andern beliebigen Richtung gehen, ohne Veränderung des Tones, welcher $\bar{c}$ ist.

4|o, welches $\bar{\bar{cis}}$ giebt, zeigt sich gewöhnlich wie Fig. 133, die Linien können aber auch nach andern beliebigen Richtungen gehen.

Fig. 134. scheint eine Verzerrung von 5|o zu seyn, der Ton fällt zwischen gis und a.

Fig. 135, welche 2|I, und Fig. 136, welche o|II (wo die Einbiegungen des äußern Kreises sich an den Ecken der Scheibe befinden), vorstellt, geben ganz einerley Ton, nähmlich b; es lassen sich diese beyden Figuren, welches ich kaum vermuthet hätte, so verzerren, daß ein Uebergang von der einen zur andern Statt findet.

Fig. 137, welche 6|o ist, und Fig. 138. geben ganz einerley Ton, nähmlich d. Ich mag nicht entscheiden, ob Fig. 138. eine Verzerrung von Fig. 137. ist, oder etwa 3|I mit Linien, die sich in der Mitte der Seiten befinden.

Fig. 139. und 140. stellen allem Ansehn nach o|II auf andere Art, als in der 136sten Figur vor, nähmlich so, daß sich die Einbiegungen des äußern Kreises in der Mitte der Seiten befinden, der Ton ist dis.

1|II zeigt sich auf zweyerley Art, es kann nähmlich die durchgehende Linie von einer Ecke zur andern, Fig. 141, oder von der Mitte einer Seite zur entgegengesetzten, Fig. 143, gehen; im ersten Falle ist der Ton f, im zweyten a. Von Fig. 143, welche überhaupt selten etwas regelmäßig erscheint, ist Fig. 144. die gewöhnlichste Verzerrung.

3|I mit Linien, die sich an den Ecken der Scheibe endigen, Fig. 142, giebt fis.

Ob Fig. 145 und 146, welche nur als Abänderung von einander verschieden sind, etwa 8|o oder 4|I vorstellen, mag ich nicht entscheiden; der Ton ist etwas höher, als h.

2|II, Fig. 147, und deren gewöhnliche Verzerrung Fig. 148. geben d.

Fig. 149, deren Ton e ist, soll vielleicht 9|o vorstellen.

Fig. 150. ist vielleicht 3|II, wo die durchgehenden Linien sich in der Mitte einer jeden Seite endigen, der Ton ist f.

Fig. 151, welche sich auch bisweilen wie Fig. 152. oder 153. zeigt, ist 3|II auf eine solche Art, daß die durchgehenden Linien sich an den Ecken der Scheiben endigen, der Ton ist g.

Ebenderselbe Ton findet auch Statt bey 6|I, Fig. 154, welche sich auch öfters wie Fig. 155. zeigt; ingleichen bey Fig. 156, welche letztere ich nicht gehörig zu ordnen weiß.

Weiter habe ich die Figuren und Töne sechseckiger Scheiben nicht beobachtet. Die Töne der Schwingungsarten 2|o, 3|o, (mit Linien, die in der Mitte der Seiten endigen, Fig. 129.) 4|o, 5|o, u. s. w. scheinen unter sich ebensowohl wie an runden Scheiben in den Verhältnissen der Quadrate von 2, 3, 4, 5 u. s. w. zu stehen. Die Töne der Schwingungsarten, bey welchen ein Kreiß vorhanden ist, oder o|I, 1|I, 2|I, 3|I mit Linien, die sich an den Ecken endigen, u. s. w. haben unter sich ebenfalls ungefähr die Verhältnisse der Quadrate von 2, 3, 4, 5 u. s. f. Bey den Schwingungsarten, wo 1 Kreiß, oder 2 Kreise (Fig. 136.) u. s. w. vorhanden sind, scheinen die Töne sich wie die Quadrate von 1, 2, 3 u. s. w. zu verhalten. Alles dieses ist ungefähr, wie bey runden Scheiben, nur mit dem Unterschiede, daß meistens der Ton tiefer ist, wenn Knotenlinien sich nicht an den Ecken endigen, als wenn bey eben so vielen Linien die Enden derselben sich an den Ecken befinden, weil im ersten Falle die Hervorragungen der Scheibe mitschwingen, im zweyten aber nicht.

An sechseckigen Scheiben sind nur sehr wenige Klangfiguren so beschaffen, daß sie, wenn man mehrere zusammensetzt, (so wie §. 118. an einer Quadratscheibe gezeigt worden), zusammenhängende Muster bilden.

Anm. Die Art, wie eine jede von diesen Schwingungsarten einer gleichseitig sechseckigen Scheibe hervorzubringen ist, habe ich, um nicht allzuweitläuftig zu seyn, nicht besonders gezeigt; es wird aber denen, die das, was über die Hervorbringung der Schwingungsarten an andern Scheiben bisher gesagt worden ist, gehörig gefaßt haben, nicht schwer werden, auch hier die Stellen zu finden, wo die Scheibe gehalten und wo sie gestrichen werden muß. Das Halten muß hier eben so, wie an andern Scheiben, so viel als möglich, an einer solchen Stelle geschehen, wo sich zwey oder mehrere Knotenlinien durchschneiden, und bey denen Schwingungsarten, wo keine solche Stelle vorhanden ist, wird die Haltung mit den äußersten Fingerspitzen auf einer bloßen Linie geschehen müssen, und diese Schwingungsarten werden sich weit schwerer hervorbringen lassen. In einigen Fällen wird es auch vortheilhaft seyn, auf einer Knotenlinie noch eine andere Stelle, als die gehaltene, mit einer Fingerspitze zu berühren. Das Streichen geschieht auch hier allemahl an einer der Haltungsstelle benachbarten schwingenden Stelle des Randes, am besten an einer Stelle, wo eine Einbiegung der Knotenlinien ist. Bey einiger Uebung wird man leicht auf

einer Scheibe, an welcher man Versuche anstellen will, die in den Kupfertafeln dargestellten Figuren, noch ehe man sie hervorbringt, als gegenwärtig sich vorstellen, und so die Stellen des Haltens und Streichens bestimmen können.

## VII. Schwingungen einer halbrunden Scheibe.

160.

Bey den Schwingungsarten einer halbrunden Scheibe zeigen sich die Knotenlinien so, daß sie entweder als durchgehende Linien, (welche auf einen Halbmesser der Scheibe Beziehung haben, wenn sie sich auch etwas verzerrt zeigen), oder als Halbkreise anzusehen sind. Die meisten Figuren, besonders die, wo Halbkreise sich zeigen, sind so beschaffen, daß, wenn man zwey gleiche Figuren an gleich großen Scheiben zusammenstelit, eine Figur erscheint, die sich auch auf einer ganz runden Scheibe darstellen läßt, wie sich bey Vergleichung der auf der neunten Kupfertafel abgebildeten Figuren mit den verwandten Figuren einer runden Scheibe leicht wird ersehen lassen.

161.

Die Tonverhältnisse halbrunder Scheiben sind, wenn ich den tiefsten Ton, welchen die Scheibe bey Fig. 209. geben kann, als ungestrichen c ansehe, bey deren verschiedenen Schwingungsarten, soweit ich solche beobachtet habe, ungefähr folgende:

Zahl der Knotenlinien, welche auf Halbmesser Beziehung haben:

| Zahl der Halbkreise: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | Fig. 204 f | 205 dis + | 206 c − | 207 fis | 208 h |
| 1 | Fig. 209 c | 210 dis + | 211 e + | 212 gis | 213 d − | g | h | |
| 2 | 214 d + | 215 b | 216 e | 217 a | 218 cis + | f | | |
| 3 | f | b | d + | fis | | | | |
| 4 | dis | g | | | | | | |

Ich vermuthete anfangs, daß auch eine Schwingungsart möglich seyn möchte, wo sich nur 2 durchgehende (oder auf Halbmesser Beziehung habende) Linien zeigten, ungefähr so, wie Fig. 211. seyn würde, wenn der Halbkreiß nicht zugegen wäre, ich habe aber eine dergleichen Schwingungsart nie erhalten können.

Die Töne der Schwingungsarten, wo blos auf Halbmesser sich beziehende Knotenlinien vorhanden sind, Fig. 204—208. sind von den Quadraten der Zahlen 3, 4, 5, 6 u. s. w. nicht sehr verschieden. Wenn man sich diese Reihe (so wie bey einer runden Scheibe) ganz von den übrigen abgesondert vorstellt, so nähern sich die Töne der übrigen Schwingungsarten, wenn L die durchgehenden Linien, und K die Halbkreise bedeutet, den Verhältnissen der Quadrate von $L + 2K$, jedoch mit einiger Erweiterung der Intervalle durch überwiegenden Einfluß der Halbkreise, und Verengerung derselben durch Anwesenheit mehrerer durchgehenden Linien.

162.

Auch an Scheiben, deren Gestalt ein Quadrant, oder ein Sextant, oder überhaupt ein Theil einer runden Scheibe ist, zeigen sich viele Figuren so, daß sie einen Theil derjenigen ausmachen, die sich auf einer runden Scheibe hervorbringen lassen. Die Figuren haben meistens auch Beziehung auf Theile von Kreisen, und auf Linien, die im Durchmesser oder im Halbmesser gehen.

## VIII. Schwingungen gleichseitig dreyeckiger und noch einiger andern Arten von Scheiben.

163.

Manche Klangfiguren einer gleichseitig dreyeckigen Scheibe ließen sich allenfalls nach der Zahl der Linien ordnen, die mit der Grundlinie beynahe eine parallele Richtung haben, und solcher Linien, welche gegen diese normal gehen; da aber viele Figuren nicht in diese oder in eine andere Art sie zu ordnen, passen wollen, so erwähne ich die von mir beobachteten Schwingungsarten nach der Tiefe und Höhe ihrer Töne.

Den tiefsten Ton giebt Fig. 219, welche sich auch eben so leicht als Fig. 220. zeigt. Ich werde diesen Ton, in Beziehung auf die übrigen, als eingestrichen c ansehen. Bey Fig. 223, welche auch leicht in Fig. 222. sich umändern läßt, ist der Ton etwas höher als cis;

es findet aber von Fig. 219. zu Fig. 223. ein Uebergang Statt durch Fig. 220, 221, 222; der Ton, welcher besonders bey der in Fig. 221. abgebildeten Stufe des Ueberganges sehr rauh klingt, und sich auf diese Art nur mit einiger Schwierigkeit hervorbringen läßt, wird immer höher, je mehr die Klangfigur sich Fig. 223. und immer tiefer, je mehr sie sich Fig. 219. nähert, der größte Unterschied beträgt über einen halben Ton.

Bey Fig. 224 und 225, welche nur als Abänderungen von einander verschieden sind, wird der Ton etwas höher als $\overline{\overline{\text{dis}}}$ seyn;

bey Fig. 226. ist er ungefähr $\overline{\overline{\text{f}}}$;

bey Fig. 227, $\overline{\overline{\text{a}}}$;

bey Fig. 228, welche sich auch wie Fig. 229. oder 230. zeigen kann, ist er $\overline{\overline{\text{d}}}$;

bey Fig. 231, und deren Verzerrungen Fig. 232 und 233. ist er $\overline{\overline{\text{dis}}}$;

bey Fig. 234 und 235, $\overline{\overline{\text{g}}}$;

bey Fig. 236, 237, 238, welche nur als Abänderungen verschieden zu seyn scheinen,

ingleichen bey Fig. 239. ist er $\overline{\overline{\text{b}}}$;

bey Fig. 240, 241, 242, ist er $\overline{\overline{\text{dis}}}$;

bey Fig. 243, $\overline{\overline{\text{g}}}$.

164.

Alle Klangfiguren gleichseitig dreyeckiger Scheiben bilden bey gehöriger Zusammenstellung mehrerer mit einerley Klangfigur versehenen Scheiben zusammenhängende bisweilen sehr sonderbare Muster. Manche zusammengesetztere Klangfiguren lassen sich auch darstellen, wenn man vier mit einer einfacheren Klangfigur versehene kleinere Scheiben so zusammenstellt, daß sie ein größeres gleichseitiges Dreyeck bilden, wie es in der 244sten Figur gezeigt ist. So kann z. B. Fig. 229. auch durch Zusammensetzung von 4 kleinern Scheiben, die mit Fig. 219. versehen sind, und Fig. 243. durch Zusammenstellung von 4 Scheiben, worauf sich Fig. 226.

befindet, entstehen. So erscheint z. B. Fig. 237. auch, wenn man eine Scheibe, worauf Fig. 226. befindlich ist, in die Mitte, und drey andere, worauf sich Fig. 223. befindet, um diese herum legt. Theile eines gleichseitigen Dreyecks geben meistens Figuren, die als Theile der Figuren eines solchen Dreyecks anzusehen sind, nur behalten solche Figuren nicht unter sich eben dieselben Tonverhältnisse. An einer Scheibe, deren Gestalt ein Trapezium ist, welches durch Wegnahme des vierten Theils von einem gleichseitigen Dreyecke entsteht, (Fig. 245.) fand ich die Figuren fast eben so, wie an einem solchen Dreyecke, nur ohne den Theil der Figur, welcher sich an der einen Spitze desselben befindet. Scheiben, deren Gestalt ein rechtwinklich Dreyeck ist, welches entsteht, wenn man ein gleichseitiges Dreyeck gegen eine Seite normal schneidet, Fig. 246, geben ebenfalls verschiedene Figuren, welche die Hälfte derer sind, die sich auf einem gleichseitigen Dreyecke hervorbringen lassen. Manche Figuren, die sich bey Zusammensetzung zweyer gleichseitigen mit einerley Klangfigur versehenen Dreyecke zeigen, lassen sich auch auf einer eben so gestalteten rhombenförmigen Scheibe, Fig. 247, darstellen. Von den vorher erwähnten Klangfiguren einer gleichseitig sechseckigen Scheibe lassen sich nur äußerst wenige durch eine Zusammenstellung von 6 gleichseitig dreyeckigen Scheiben hervorbringen, nähmlich nur

Fig. 136 durch eine 6mahlige Zusammenstellung von Fig. 219,
= = 139 = = = = = = = = = 222,
= = 150 = = = = = = = = = 237.

## IX. Noch etwas über musicalisch practischen Gebrauch der Scheiben.

165.

In unsern Gegenden werden meines Wissens Scheiben auf keine andere Art zu musicalischen Absichten angewendet, außer daß man bisweilen etwas breitere rectangelförmige Streifen von Holz, Metall oder Glas zu der schon in der Anmerkung zu §. 82. erwähnten Strohfiedel (carrillon oder claquebois) anwendet, welche mit 2 Klöppeln in ihrer Mitte geschlagen oder auch, wenn man will, mit einer Tastatur gespielt werden können. Die Schwingungsart ist dabey wie bey Fig. 47, oder wie es an einem Stabe in der 24sten Figur ist gezeigt worden. In China bedient man sich eines musicalischen Instrumentes, welches King genennt wird, und aus 16 oder mehreren Scheiben von einer schiefrigen Steinart besteht, die wie Fig. 248,

gestaltet sind. Die Verhältnisse der Dimensionen solcher Scheiben sind folgende: cd = 2, be = 3, ab = 6, ac = 9. Es wird eine Linie gezogen, die mit ca parallel geht, in einer Entfernung, welche die Hälfte von cd beträgt, und eine andere Linie mit ab parallel, in einer Entfernung, welche die Hälfte von eb beträgt; an der Stelle n, wo die beyden Linien sich durchschneiden, wird ein Loch durchgebohrt, an welchem die Scheibe aufgehängt wird. An der mit g bezeichneten Stelle werden die Scheiben mit Klöppeln geschlagen. In den Mémoires concernant les Chinois, tom. VI. redigé par Amiot, p. II. p. 255. etc. wie auch im Anhange: Essai sur les pierres sonores wird dieses Instrument weitläuftiger beschrieben; und in der dritten und 28sten Kupfertafel abgebildet; auch in der Histoire générale de la Chine, tom. XIII. redigé par Grossier, Par. 1785. p. 300, und in der dabey befindlichen Abhandlung von der Chinesischen Musik S. 772. finden sich weitere Nachrichten davon. An Glasscheiben von derselben Gestalt fand ich, daß die Knotenlinien sich so, wie bey Fig. 249. zeigten, es ist also das Loch, woran die Scheibe aufgehängt wird, ganz an der rechten Stelle; auch die, wo das Anschlagen geschieht, ist die schicklichste dazu.

## Achter Abschnitt.

### Schwingungen einer Glocke, und überhaupt einer gekrümmten Fläche.

166.

Die Schwingungen einer Glocke oder eines runden Gefäßes sind ganz so beschaffen, wie die im 135sten §. beschriebenen Schwingungen einer runden Scheibe, bey welchen sich sternförmige Figuren zeigen. Es kann sich nähmlich eine Glocke in 4, 6, 8 oder nachdem sie groß und dünn genug ist, überhaupt in eine gerade Zahl von schwingenden Theilen eintheilen, welche durch Knotenlinien von einander getrennt sind, die sich alle oben, wo der Stiel oder der Hals der Glocke ist, durchschneiden.

167.

Bey dem Anschlagen einer Glocke hört man vorzüglich den tiefsten Ton, dessen sie fähig ist, aber außerdem auch bey gehöriger Aufmerksamkeit gewöhnlich noch ein Gemisch von höhern, meistens sehr unharmonischen Tönen; man kann aber jeden Ton, der an einer Glocke Statt findet, einzeln hervorbringen, wenn man eine oder mehrere Stellen, auf welche bey der verlangten Bewegungsart eine Knotenlinie fallen muß, mit den Fingern oder auf eine andere Art hält oder dämpft, und in der Mitte eines schwingenden Theils mit dem Violinbogen in der Richtung des Durchmessers streicht. Um die Beschaffenheit der Schwingungsart sichtbar zu machen, ist das vorher erwähnte Aufstreuen des Sandes nicht recht brauchbar, weil die Fläche nicht gerade, sondern gekrümmt ist, es wird also zu dieser Absicht besser seyn, wenn man die Glocke oder das Gefäß mit Wasser zum Theil anfüllt, welches, nachdem man die erste oder die zweyte, oder irgend eine andere Schwingungsart hervorbringt, von vier, von sechs, oder mehreren schwingenden Theilen nach innen gestoßen wird. Es zeigt sich diese Erschütterung der Oberfläche des Wassers auch nach außen, wenn die Glocke in einem geräumigern Gefäße unterwärts in Wasser eingetaucht ist. Wenn man auf die Oberfläche des Wassers etwas Hexenmehl (pulvis lycopodii) streuet, so läßt sich dadurch die Würkung der Schwingungen auf eine bleibendere Art sichtbar machen, und es entsteht eine Figur, welche auf die Zahl der Theile, in welche sich die Glocke eintheilt, Beziehung hat.

168.

Die einfachste Schwingungsart, welche den tiefsten Ton giebt, läßt sich am besten ohne Beymischung anderer hervorbringen, wenn man die Glocke oder das Gefäß an zwey gegen einander über befindlichen Stellen mit den Spitzen der Finger hält, und an einer Stelle, die von den gehaltenen Stellen um 45 oder 135 Grade entfernt ist, in der Richtung des Durchmessers mit dem Violinbogen streicht. Z. B. wenn die Glocke Fig. 250. bey m und n gehalten, oder auch zugleich an einer Stelle auf der Linie pq berührt wird, so muß nach der Richtung cf oder gh gestrichen werden. Die 4 Quadranten qfn, ngp, pcm, mhq schwingen, wie ich es schon an einer Scheibe gezeigt habe, so, daß zugleich zwey gegen einander über befindliche sich nach innen, die beyden andern aber nach außen bewegen, und so umgekehrt, wobey also die Linien mn und pq ruhig bleiben, und die Rundung der Glocke sich abwechselnd wie Fig. 251. a und b verändert. Wenn eine Glocke oder ein Gefäß zum Theil

mit Wasser angefüllt ist, so zeigt sich die Erschütterung des Wassers durch die 4 schwingenden Quadranten auf der Oberfläche desselben wie Fig. 252.

169.

Eine Harmonika-Glocke, die sich um ihre Axe dreht, und durch Anhalten eines nassen Fingers oder einer andern hierzu tauglichen Materie in eine schwingende Bewegung gesetzt wird, oder auch ein anderes rundes gläsernes Gefäß, das auf diese Art nicht weit vom Rande in der Richtung seines Umkreises gerieben wird, theilt sich ebenfalls in vier schwingende Theile ein, welche aber jeden Augenblick ihre Stelle verändern, und sich um den ganzen Umfang der Glocke fortschieben. Die Schwingungsart und der Ton sind also ebendieselben, als wenn die Glocke geschlagen, oder so, wie ich es jetzt erwähnt habe, mit dem Violinbogen gestrichen würde, aber in Ansehung der Stelle, wo die Bewegung hervorgebracht wird, zeigt sich ein Unterschied. Bey der vorher erwähnten Art, den Klang hervor zu bringen, ist da, wo das Streichen mit dem Violinbogen oder das Anschlagen geschieht, ungefähr die Mitte eines schwingenden Theils, und die festen Linien sind ungefähr 45 Grad davon entfernt; aber bey dieser Art der Reibung in der Richtung der Peripherie ist da, wo der Finger oder überhaupt die reibende Materie angehalten wird, eine feste Linie; es wird nähmlich das Stück der Glocke Fig. 253, wo die Reibung nach der Richtung m n geschieht, dadurch genöthigt, abwechselnd die Lagen f g und p q anzunehmen. Wenn eine Harmonica-Glocke ihren Klang gehörig geben soll, und man wollte sie an mehr als einer Stelle zugleich berühren, so dürfte diese Berührung nur an Stellen, die einander gegenüber, oder die um 90 Grad von einander entfernt sind, geschehen, indem sonst entweder gar kein Klang, oder nach Beschaffenheit der Umstände ein anderer Klang erfolgen würde.

Anm. Nur solche Glocken oder runde Gefäße, die aus Glas, oder einer glasähnlichen Materie, z. B. Porcellan, bestehen; oder die wenigstens eine glasartige Oberfläche haben, können durch Reibung mit nassen Fingern in schwingende Bewegung gesetzt werden. An metallenen Glocken oder Gefäßen, wenn sie auch noch so glatt sind, ist doch die Oberfläche nicht so beschaffen, daß ein nasser Finger auf diese Art gehörig haften könnte. Wollte man eine metallene Glocke auf diese Art zu schwingen nöthigen, so müßte die äußere Oberfläche nahe am Rande so glatt als möglich seyn, und nicht benetzt, sondern sowohl wie die reibende Materie mit Geigenharz oder andern Harzstaube bestrichen werden; bey solchem Verfahren würde aber der Klang weit rauher ausfallen, als bey dem Reiben einer gläsernen Glocke mit nassen Fingern.

170.

Der Bau einer Harmonika wird öfters dadurch sehr erschwert, daß viele Glocken nicht genau an allen Stellen einerley Ton geben, wovon der Grund an einer Ungleichheit der Dicke, oder an einer Schiefheit u. s. w. liegen kann. Es ist nähmlich der Ton ganz anders, wenn die Stelle, wo der Fehler sich befindet, in der Mitte eines schwingenden Theiles ist, als wenn auf diese Stelle eine feste Linie fällt. Am besten läßt sich dieses erläutern, wenn man eine porzellanene Tasse, die einen Henkel hat, mit dem Violinbogen in der Richtung des Durchmessers streicht. Geschieht das Streichen an der Stelle, wo der Henkel ist, oder ihm gegenüber, oder an einer um 90 Grad davon entfernten Stelle, so theilt sich dieses Gefäß wie Fig. 254, und es schwingt der Henkel mit aus und einwärts, der Ton ist also tiefer, als wenn man an einer Stelle streicht, welche 45 oder 135 Grade von dem Henkel entfernt ist, wobey sich das Gefäß wie bey Fig. 255. abtheilt, und an der Stelle des Henkels eine feste Linie ist. Der Unterschied kann bey einer gewöhnlichen Porzellan-Tasse etwa einen halben Ton, oder auch etwas mehr betragen; bey einer fehlerhaften Harmonika-Glocke ist er zwar weit geringer, aber doch hinlänglich, um wegen des abwechselnd zu hörenden höhern und tiefern Tones, welcher bey jeder Umdrehung der Glocke um ihre Axe 8mahl abwechselt, eine sehr unangenehme Schwebung zu bewürken. Oefters läßt sich dieser Fehler durch Abschleifung gewisser Stellen wegschaffen.

Anm. Wenn an Glocken, die zum Läuten oder Anschlagen gebraucht werden, sich ein Fehler dieser Art zeigt, so können sie doch einen reinen Klang geben, wenn man die Einrichtung trift, daß der Klöppel oder Hammer nur an solche Stellen anschlagen kann, wo entweder der etwas höhere oder der etwas tiefere Ton deutlich gehört wird, wobey man auch an einer schicklichen Stelle, etwa 45 oder 135 Grade von der, wo die Glocke angeschlagen wird, Dämpfungen anbringen kann, um sowohl das Mitklingen des andern Tones, als auch das Mitklingen der nachher zu erwähnenden Töne, bey welchen sich die Glocke in mehrere Theile theilt, zu verhindern.

Wenn eine zum Läuten oder Anschlagen bestimmte Glocke einen Riß bekommen hat, so werden durch die Aufhebung des unmittelbaren Zusammenhanges, noch mehr aber durch die Stemmungen der getrennten Theile gegen einander die Schwingungen sehr erschwert, und es entsteht ein unreiner, und schwirrender Klang; in den meisten Fällen läßt sich diesem Uebel abhelfen, wenn man die Stelle, wo der Riß ist, bis zu dessen Ende ausfeilt, wodurch meistens ein wo nicht immer ganz vollkommener, doch wenigstens brauchbarer Klang hergestellt wird.

171.

Außer der jetzt erwähnten Schwingungsart sind an Glocken oder runden Gefäßen noch mehrere möglich, in so weit nähmlich deren Größe und Dünnheit solches verstattet. Bey der zweyten Schwingungsart, wo der Ton gewöhnlich ungefähr um eine Octave und einen ganzen Ton höher ist, als bey der ersten, theilt sich die Glocke in sechs schwingende Theile, eben so wie eine runde Scheibe bey ihrer zweyten Schwingungsart, Fig. 100. Zu Hervorbringung dieses Klanges streicht man die Glocke mit dem Violinbogen in der Richtung ihres Durchmessers an einer Stelle, die ungefähr 90 Grade von einer durch Haltung oder Berührung bestimmten festen Linie entfernt ist; man kann auch zwey Stellen, die etwa 60 Grade von einander entfernt sind, zugleich berühren. Die Glocke schwingt dabey abwechselnd so, wie es Fig. 256. a und b gezeigt ist. Wenn man die Glocke zum Theil mit Wasser angefüllt hat, zeigt sich die Würkung der Schwingungen auf der Oberfläche desselben, wie Fig. 257. An einer etwas großen Harmonika-Glocke läßt sich diese Schwingungsart darstellen, wenn man sie an zwey Stellen, welche 60 Grade von einander entfernt sind, zugleich mit nassen Fingern berührt. Bey der dritten Schwingungsart theilt sich die Glocke in 8 Theile ein, so wie es an einer runden Scheibe bey Fig. 101. a gezeigt ist, der Ton ist ungefähr um eine Septime höher als der zweyte; man muß, wenn er zum Vorschein kommen soll, zwey Stellen, die um den 8ten Theil der Peripherie von einander entfernt sind, zugleich berühren oder dämpfen, und an einer schicklichen Stelle streichen. So kann sich eine Glocke oder ein dergleichen Gefäß auch in 10, 12 oder in mehrere schwingende Theile eintheilen. Die Folge der möglichen Töne bey diesen Schwingungsarten verhält sich gewöhnlich, wie die Quadrate der Zahlen 2, 3, 4, 5 u. s. w. Wenn ich also das ungestrichene c als den tiefsten Ton einer Glocke ansehe, so werden die möglichen Töne gewöhnlich folgende seyn:

| Zahl der Theile, in welche sich die Glocke eintheilt: | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Töne: | c | $\bar{d}$ | $\bar{\bar{c}}$ | $\bar{\bar{\bar{gis}}}$ – | $\bar{\bar{\bar{d}}}$ – | |
| Zahlen, mit deren Quadraten die Töne übereinkommen: | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | u. s. w. |

Jedoch ist diese Tonfolge wegen Verschiedenheiten der Gestalt der Glocken oder Gefäße, wie auch wegen Verschiedenheiten der Dicke nach dem Halse oder weiter nach dem Rande zu manchen Veränderungen unterworfen, so daß z. B. der zweyte Ton von dem ersten bey manchen klingenden Körpern dieser Art kaum um eine Octave, bey andern auch wohl um eine Decime oder etwas mehr verschieden seyn kann, in welchen Fällen auch die Abstände der übrigen Töne von einander verhältnißmäßig mehr oder weniger verengert oder erweitert werden. Bey den meisten Glocken oder runden Gefäßen zeigen sich aber die Töne in den hier angegebenen Verhältnissen ohne beträchtliche Abweichung.

Anm. Die Folge der Töne, welche an einer Glocke oder an einem runden Gefäße Statt finden, und die Art, wie sich die Eintheilung in 4, 6, oder mehrere Theile durch Wasser sichtbar machen läßt, habe ich in meiner Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges zuerst bekannt gemacht. L. Euler behauptet in einem Aufsatze de sono campanarum in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. X. daß die Töne einer Glocke sich verhalten sollen wie 1, $\sqrt{6}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{105}$, $\sqrt{196}$ u. s. w. Golovin hat in Act. Acad. Petrop. pro anno 1781. P. II. die Bemerkungen Eulers über die Töne eines Ringes auf Harmonika-Glocken angewendet, und darzuthun gesucht, daß wenn der Grundton einer Glocke, wo sie sich in 4 schwingende Theile eintheilt = 1 sey, die übrigen Töne mit den Quadraten von 2, 3, 4, 5 u. s. w. übereinkommen sollen. Die Erfahrung widerspricht aber allen diesen Behauptungen, indem die letztere Tonfolge zwar an sich richtig ist, der Grundton aber nicht mit 1, sondern mit der Quadratzahl von 2 übereinkommt. Ueberhaupt ist die ganze Voraussetzung, auf welche sich diese Untersuchungen gründen, nicht der Natur gemäß, indem diese und manche andere Schriftsteller die Schwingungen der Glocken aus den Schwingungen der Ringe zu erklären gesucht haben, wobey sie annehmen, als ob jeder dieser unendlich vielen Ringe einen andern Ton gebe, der Ton des äußersten Ringes aber der tiefste und stärkste sey, und die ganze Harmonie (oder vielmehr äußerste Disharmonie) dieser unendlich vielen Töne gewissermaßen einen Ton ausmache. Auch an Ringen werden die Resultate dieser Untersuchungen, wie schon bemerkt worden, nicht von der Erfahrung bestätigt, und auch die wahre §. 100. angegebene Tonfolge an einem Ringe ist von der Tonfolge an Glocken und runden Gefäßen gänzlich verschieden. Sollte man dahin gelangen wollen, die Schwingungen einer Glocke auf dem Wege der Theorie zu bestimmen, so müßte man erst die (nicht durch krumme Linien, sondern durch Flächenkrümmungen auszudrückenden) Schwingungen einer runden Scheibe, wo sie durch Knotenlinien, die im Durchmesser gehen, in 4, 6, 8 oder mehrere Theile getheilt wird, Fig. 99, 100, 101 a, 102 a, zu bestimmen wissen, und sodann erst die durch die Schwingungen entstehenden Krümmungen einer solchen geraden Fläche auf eine, die in ihrem natürlichen Zustande schon gekrümmt ist, anzuwenden suchen.

172.

Wenn n die einer jeden Schwingungsart zukommende Zahl, D die Dicke der Glocke, L den Durchmesser, R die Steifigkeit, G die Schwere derselben bedeutet, so

verhalten sich die Töne solcher Glocken oder Gefäße, die an Gestalt ganz einander ähnlich sind, wie $\frac{n^2 D}{L^2} \sqrt{\frac{R}{G}}$, wie solches schon §. 86. im Allgemeinen erwähnt ist. Die Töne sind also desto höher, je dicker die aus einerley Materie bestehenden Glocken sind, und bey Verschiedenheit der Größe nimmt die Tiefe im Verhältnisse der Quadrate der Durchmesser zu. Wenn an Glocken oder Gefäßen von einerley Materie alle Dimensionen in gleichem Verhältnisse zu oder abnehmen, so verhalten sich die Töne umgekehrt wie die Cubicwurzeln der Schwere.

173.

Außer Glocken und runden Gefäßen sind noch unendlich viele andere Arten von krummen Flächen möglich, deren Schwingungen aber noch ganz unbekannt sind. Es müßte wohl interessant seyn, z. B. die möglichen Schwingungen einer hinlänglich großen und dünnen Kugelfläche oder Cylinderfläche u. s. w. zu wissen, aber Untersuchungen dieser Art würden viel zu schwierig seyn, als daß man sie entweder auf dem Wege der Theorie oder der Erfahrung erwarten dürfte.

## Neunter Abschnitt.

### Von einem Beysammenseyn mehrerer Schwingungsarten.

174.

Mehrere oder auch allenfalls alle Schwingungsarten, die ein elastischer Körper einzeln anzunehmen im Stande ist, können auch zugleich an demselben Statt finden, ohne daß eine die andere hindert, wobey auch bey gehöriger Aufmerksamkeit die mit diesen Schwingungsarten übereinkommenden Töne, aber schlechterdings keine andern, hörbar sind. Es ist aber ein solches Beysammenseyn mehrerer Schwingungsarten und Töne nichts nothwendiges, denn man kann bey allen denen Schwingungsarten, wo gewisse Puncte oder Linien des klingenden

Körpers ruhig bleiben, durch Berührung oder überhaupt durch Dämpfung dieser Stellen alle andere Schwingungsarten, bey welchen eine dieser Stellen in Bewegung seyn müßte, leicht verhindern, und dadurch die verlangte Schwingungsart, und den ihr zukommenden Ton ohne Beymischung anderer darstellen.

175.

Bey der einfachsten transversalen Schwingungsart einer Saite ist dieses Beysammenseyn mehrerer Schwingungsarten und Töne am bekanntesten. Während die ganze Saite sich bewegt, kann auch zugleich jede Hälfte, jeder dritte, vierte, oder überhaupt jeder aliquote Theil seine Schwingungen machen, und man hört alsdenn außer dem Grundtone, der als 1 anzusehen ist, auch die mit den Zahlen 2, 3, 4, 5 u. s. w. übereinkommenden Töne. Die einer jeden Schwingungsart zukommende Krümmung der Saite hat sodann nicht auf eine gerade Richtung der Saite, sondern auf die schon vermöge anderer Schwingungsarten in jedem Augenblicke vorhandene Krümmung derselben ihre Beziehung. Diese Verbindung mehrerer Arten von Krümmungen werde ich hier durch drey aus dem Anhange der Schrift des Grafen Giordano Riccati delle corde ovvero fibre elastiche nebst einigen Bemerkungen entlehnte Beyspiele erläutern.

176.

Wenn man die zwey Krümmungen Fig. 5, $BDF_2DA$ und $BGC_2GA$, wovon die erste der einfachsten Schwingungsart einer Saite (Fig. 1.) und die andere der folgenden, wo beyde Hälften schwingen, (Fig. 2.), zukommt, beysammen sich vorstellen will, so verlängere man die dem willkührlich angenommenen Puncte H zukommende Ordinate HD soweit als nöthig ist, gegen den Punct E, mache $DE = GH$, und lasse die Krümmung $BEF_2EA$ durch alle auf gleiche Art zu bestimmenden Puncte gehen; diese krumme Linie wird die Saite bey ihrem ersten Zustande der Ruhe annehmen.

Nach dem vierten Theile einer Schwingung der ganzen Saite hat jede Hälfte eine halbe Schwingung vollbracht, und in dem Augenblick hat die Saite eine Gestalt wie $BDF_2DA$. Nach einer halben Schwingung der ganzen Saite, und einer ganzen Schwingung jeder Hälfte hat sie eine Krümmung wie $BGC_2GA$, aber in einer umgekehrten Lage. Hierauf nimmt sie, wenn $\frac{3}{4}$ einer Schwingung der ganzen Saite und $1\frac{1}{2}$ Schwingungen jeder Hälfte vorüber sind, wieder eine Gestalt an, wie $Bdf_2da$. Endlich wenn eine Schwingung

der ganzen und zwey Schwingungen der in zwey Theile getheilten Saite vorüber sind, so daß die Saite nun in den zweyten Zustand der Ruhe gekommen ist, hat sie die Gestalt Bef2eA, welche entsteht, wenn man de = HG macht, oder wenn man die Krümmung BEF2EA erst diesseits, und sodann jenseits der Axe nimmt.

Die Eigenschaft, daß in den beyden Zuständen der Ruhe die Krümmungen eine abwechselnde Lage annehmen, so daß BEF2EA = A2efeB ist, äußert sich in allen den Fällen, wo mit der ersten Schwingungsart einer Saite eine oder mehrere verbunden sind, die mit den geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 u. s. w. übereinkommen. In diesen Fällen gehen auch nie alle Puncte der Saite zugleich durch die gerade Linie BCA, indem, wenn der Punct F in C gekommen ist, der Punct E schon über den Punct H durch die Weite HG hinausgegangen ist, und hingegen der Punct 2E noch nicht bis 2H gelangt, sondern um die Weite 2H2G zurückgeblieben ist.

177.

Soll, Fig. 6 und 7, die erste Schwingungsart einer Saite BDF2DA mit der dritten, wo die Saite sich in drey Theile theilt, BGS2G2S3GA verbunden seyn, so kann diese letztere zwey verschiedene Lagen haben, entweder so wie in der 6ten, oder so wie in der 7ten Figur. Man ziehe durch irgend einen willkührlich angenommenen Punct H die Ordinate HD, welche soweit es nöthig ist, verlängert wird, mache DE = HG, so wird der Punct E und alle auf gleiche Art bestimmten Puncte die Krümmung BEN2E2N3EA bilden, welche der Saite in ihrem ersten Zustande der Ruhe zukommt.

Nach der Zeit einer halben Schwingung der 3 Theile hat die Saite eine Gestalt wie BDF2DA. Wenn eine halbe Schwingung der ganzen Saite, und anderthalbe Schwingung der in drey Theile getheilten Saite vorüber ist, so befindet sich die Saite in der geraden Richtung BCA, es gehen also alle ihre Puncte zu gleicher Zeit durch die Axe, und dieses geschieht bey jeder Verbindung der ersten Schwingungsart mit solchen, wo sich die Saite in 3, 5, oder überhaupt in eine ungerade Zahl von gleichen Theilen eintheilt. Wenn $\frac{1}{2}$ Schwingungen der drey Theile vorüber sind, nimmt die Saite wieder die Gestalt Bdf2dA an, und endlich, wenn die ganze Saite eine Schwingung, und die in drey Theile getheilte Saite unterdessen drey Schwingungen gemacht hat, befindet sich die Saite in ihrem zweyten Zustande der Ruhe, und hat die Gestalt Ben2e2n3eA, welche BEN2E2N3EA gleich ist,

welches allemahl Statt findet, wenn mit der ersten Schwingungsart andere, wo sich die Saite in eine ungerade Zahl von Theilen theilt, verbunden sind.

178.

So wie nun aus den beyden Krümmungen Fig. 1. und 2. die Krümmungen Fig. 5. BEF2EA, und Bef2eA entstehen, welche eine Mischung der mit den Zahlen 1 und 2 übereinkommenden Töne geben, so entstehen durch die Verbindung dieser krummen Linien mit der, welche der dritten Schwingungsart zukommt Fig. 3, wieder neue krumme Linien, welche der Verbindung des ersten, zweyten und dritten Klanges zukommen, und so ließen sich durch Verbindung dieser neugefundenen Krümmungen mit der, welche der vierten Schwingungsart zukommt, Fig. 4, diejenigen finden, bey welchen die Saite zugleich die Töne 1, 2, 3, 4 giebt. Auf diese Art kann man überhaupt einen Uebergang machen zu immer zusammengesetztern krummen Linien, wo immer mehrere mit der natürlichen Zahlenfolge übereinkommende Töne mit dem Grundtone verbunden sind.

Wenn nach Taylor, Daniel Bernoulli und Grafen Giordano Riccati für die erste Schwingungsart einer Saite (§. 55.) $y = A \sin. \frac{\pi x}{L}$, für die zweyte Schwingungsart $y = B \sin. \frac{2\pi x}{L}$, für die dritte $y = C \sin. \frac{3\pi x}{L}$ ist, so wird der allgemeine Ausdruck für eine jede Art der Krümmung bey Verbindung mehrerer Schwingungsarten seyn $y = A \sin. \frac{\pi x}{L} + B \sin. \frac{2\pi z}{L} + C \sin. \frac{3\pi x}{L}$ u. s. w. und wenn die anfängliche Krümmung der Saite durch diese Gleichung sich ausdrücken läßt, so ist in dem Augenblicke, da eine Schwingung der ganzen Saite sich endigt $y = -A \sin. \frac{\pi x}{L} + B \sin. \frac{2\pi x}{L} - C \sin. \frac{3\pi x}{L} + D \sin. \frac{4\pi x}{L}$ u. s. w. und diese Krümmung ist eben so beschaffen, wie die anfängliche, nur in einer umgekehrten Lage; x bedeutet hier eine beliebige Abscisse, y die dazu gehörige Ordinate, L die Länge der Saite, $\pi$ die halbe Peripherie des Zirkels, dessen Radius 1 ist; die Coefficienten A, B, C, D und so weiter, welche nach Willkühr positiv oder negativ angenommen werden können, bedeuten die größten Applicaten in der Mitte eines jeden schwingenden Theils bey der 1sten, 2ten, 3ten, 4ten Schwingungsart u. s. w. Wenn nach Euler und einigen Andern eine

schwingende Saite noch andere nicht in dieser Gleichung enthaltene Gestalten annehmen kann, so findet doch, wie Euler in Mém. de l'Acad. de Berlin 1753. p. 96. §. 42. bemerkt, ebensowohl eine Verbindung mehrerer Schwingungsarten Statt.

179.

Bisher war die Rede von der Verbindung des Grundtones einer Saite mit andern Klängen, bey welchen sich die Saite in aliquote Theile theilt, es ist aber noch etwas zu erwähnen übrig von dem Falle, wo zwey Schwingungsarten, bey denen sich die Saite in aliquote Theile theilt, zugleich vorhanden sind.

Wenn Fig. 8. I. die krummen Linien BDC2DA und BGS2G2S3GA, welche den Eintheilungen der Saite in 2 und 3 Theile zukommen, mit einander sollen verbunden seyn, so mache man DE = HG, und beschreibe eben so die Krümmung BEN2E2N3EA, welche der Verbindung der zweyten und dritten Schwingungsart zukommt. Wenn die Saite bey der Eintheilung in 2 Theile eine Schwingung gemacht hat, so hat die in drey Theile getheilte Saite unterdessen anderthalbe Schwingung vollbracht, die Saite hat also die Gestalt BDC2DA, aber auf der andern Seite der Axe. Dieses ist noch kein Zustand der Ruhe, weil die in drey Theile getheilte Saite noch in Bewegung ist, da sie die eine Schwingung erst halb vollbracht hat. Es ist zu einem Zustande der Ruhe erforderlich, daß die Saite bey ihrer Eintheilung in zwey Theile 2 Schwingungen, und bey ihrer Eintheilung in 3 Theile 3 Schwingungen vollendet habe, da sie alsdenn die Krümmung Fig. 8. II, Ben2e2n3eA annimmt; es ist übrigens nur zu Vermeidung der Undeutlichkeit Fig. 8. II. von Fig. 8. I. abgesondert.

Wenn die Saite von einem Zustande der Ruhe zum andern gelangen soll, so daß unterdessen wieder jede Hälfte 2, und jedes Drittheil 3 Schwingungen macht, so ist dazu eben die Zeit erforderlich, in welcher die ganze Saite eine Schwingung machen würde; man würde also bey dieser, so wie auch bey andern Verbindungen mehrerer Schwingungsarten auch den mit der Zahl 1 übereinkommenden Grundton mithören. Wenn indessen nur solche Schwingungsarten beysammen wären, deren Zahlen ein größeres gemeinschaftliches Maaß haben, so würde man nicht den Grundton, sondern den mit diesem größten gemeinschaftlichen Maaße übereinkommenden Ton hören, z. B. bey einem Beysammenseyn des 4ten, 6ten und 8ten Tones den, welcher mit der Zahl 2 übereinkommt. Ist der tiefste Ton selbst das größte gemeinschaftliche Maaß der übrigen, z. B. bey 2, 4, 6, 8, so würde man keinen neuen Ton mithören.

180.

Bey dem Grundtone einer Saite giebt es kein Mittel, um das Mitklingen höherer Töne zu verhindern, weil nirgends ein Schwingungsknoten ist, und man also die Saite nirgends berühren oder dämpfen darf. Hingegen bey allen denen Schwingungsarten, wo sich die Saite in gleiche Theile theilt, lassen sich, wie ich solches schon im Allgemeinen erwähnt habe, durch Berührung der Schwingungsknoten alle diejenigen Töne ausschließen, bey welchen die berührte Stelle mitschwingen müßte, durch welches Mittel man also jeden Ton ganz rein ohne Beymischung irgend eines andern darstellen kann. Wahrscheinlich liegt der Grund, warum die Flageolettöne auf dem Violoncell oder andern Geigeninstrumenten sanfter klingen, als ebendieselben Töne, wenn sie auf die gewöhnliche Weise gegriffen werden, hauptsächlich darin, weil dabey nicht so leicht eine Beymischung anderer Töne Statt findet.

181.

Eine Orgelpfeife oder ein anderes Blasinstrument giebt auch bisweilen mehr als einen Ton zugleich, wenn die Art des Anblasens zwischen denen, welche zu genauer Hervorbringung des einen und des andern Tones erfordert werden, ungefähr die Mitte hält. An einer offenen Pfeife können nur solche Töne beysammen seyn, die mit den geraden Zahlen und an einer gedeckten nur solche, die mit den ungeraden Zahlen übereinkommen.

Eben so wie eine longitudinale Luftschwingung durch die andere nicht gehindert wird, so findet auch ebendasselbe Statt bey den Longitudinalschwingungen eines Stabes oder einer Saite, wo auch bisweilen mehr als ein Ton zugleich vorhanden seyn kann.

182.

An einem transversal schwingenden Stabe können keine mit der natürlichen Zahlenfolge übereinstimmenden, sondern nur solche Töne beysammen seyn, die sehr unharmonische Verhältnisse gegen einander haben. Wenn (§. 80.) der Stab an dem einen Ende befestigt, und an dem andern frey ist, so wie z. B. die Stifte an der Eisenvioline sind, so verhält sich der Grundton, wo der ganze Stab sich bewegt, zu dem nächstfolgenden wie 4 : 25 und von diesem an gerechnet verhält sich die Tonfolge, wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. mithin wenn man den Grundton als 1 ansehen will, so ist die Folge derer Töne, welche zugleich hörbar seyn können, 1, $6\frac{1}{4}$, $17\frac{1}{36}$, $34\frac{1}{36}$, $56\frac{1}{4}$ u. s. w. In den kleinsten ganzen Zahlen

würde die Tonfolge seyn: 36, 225, 525, 1225, 2025 u. s. w. es würde also nicht öfter, als bey jeder 36sten Schwingung des ganzen Stabes eine gemeinschaftliche Endigung der Schwingungen möglich seyn. Bey dem Grundtone, wo der ganze Stab schwingt, läßt sich ein Mitklingen höherer Töne nicht verhindern, weil kein Schwingungsknoten vorhanden ist, den man berühren könnte, jedoch ist ein solches Mitklingen wegen des so beträchtlichen Abstandes der höhern Töne von dem Grundtone, wo der nächste schon um zwey Octaven und eine übermäßige Quinte höher ist, weniger bemerkbar, als bey andern klingenden Körpern, wo die höhern Töne dem Grundtone näher sind. Jeden höhern Ton eines solchen Stabes kann man, so wie überhaupt alle andere Schwingungsarten, wo Schwingungsknoten vorhanden sind, durch deren Berührung oder Dämpfung rein darstellen. Ein Stab, der an dem einen Ende aufgestemmt und an dem andern frey ist, (§. 81.), wie auch einer, der an dem einen Ende ganz fest und an dem andern nur aufgestemmt ist, (§. 85.), würde keine andern Töne zugleich können hören lassen, als die in den Verhältnissen der Quadrate von 5, 9, 13, 17 u. s. w. stehen; ein Stab, dessen beyde Enden fest sind, (§. 84.), nur solche, die mit den Quadraten von 3, 5, 7, 9 u. s. w.; einer, dessen beyde Enden aufgestemmt sind, (§. 83.), nur solche, die mit den Quadraten der Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w. übereinkommen. An einem Stabe, der an beyden Enden frey ist, (§. 82.), sind nur solche Töne zugleich möglich, die in den Verhältnissen der Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. stehen; am besten wird sich ein solches Beysammenseyn mehrerer Töne vernehmen lassen, wenn man einen solchen Stab ganz locker in seiner Mitte hält, oder an einem Faden aufhängt, und ihn anschlägt, es nimmt sodann der Stab gewöhnlich mehrere von denen Schwingungsarten zugleich an, wo ein Schwingungsknoten in der Mitte ist, und man hört ein unharmonisches Gemisch von Tönen, die sich unter einander wie die Quadrate von 5, 9, 13, 17 u. s. w. verhalten.

An einem gabelförmig gebogenen Stabe (§. 99.) ist es bey dem Grundtone unmöglich, ein Mitklingen höherer Töne zu verhindern, weil dabey außer der Mitte, wo bey jeder Schwingungsart eine feste Stelle ist, weiter keine Stelle berührt werden darf. Da nun der Grundton sich zu dem zweyten wie 4 zu 25 verhält, und von dem zweyten an gerechnet die Töne sich wie die Quadrate von 3, 4, 5, 6 u. s. w. verhalten, so wird man gewöhnlich die Töne zugleich hören, welche mit den Zahlen 36, 225, 400, 525, 900, 1225 u. s. w. oder wenn der Grundton durch 1 ausgedrückt wird, mit den Zahlen 1, $6\frac{1}{4}$, $11\frac{1}{9}$, $17\frac{3}{36}$, 25, $34\frac{1}{36}$ u. s. w. übereinkommen, es findet also nur bey jeder 36sten Schwingung

beyder Schenkel der Gabel ein Zusammentreffen aller Arten von Schwingungen Statt. Demohngeachtet aber wird ein Ton einer Gabel, z. B. einer Stimmgabel, rein und angenehm klingen können, weil schon der zweyte Ton so sehr von dem ersten entfernt ist, daß man ein solches Mitklingen nicht so leicht bemerket.

183.

An Scheiben von mancherley Art können auch mehrere Schwingungsarten und Töne zugleich zugegen seyn, es werden aber die Töne, welche man zugleich hören kann, nie andere Verhältnisse haben, als die im 7ten Abschnitte angegeben sind. Wenn man eine Scheibe, sie sey gestaltet, wie man wolle, an einer beliebigen Stelle hält und anschlägt, so hört man gewöhnlich ein Gemisch von mehreren unharmonischen Tönen; auch bey dem Streichen mit dem Violinbogen hört man öfters mehr als einen Ton zugleich, wenn nähmlich die feste Stelle, wo man hält, und die sich bewegende Stelle, wo man streicht, mehr als einer Schwingungsart zukommen; es erscheint sodann keine bestimmte Figur, bis man noch eine oder mehrere Stellen zugleich berührt, die bey der einen, aber sonst bey keiner andern Schwingungsart in Ruhe seyn können. Am leichtesten wird dieses Beysammenseyn mehrerer Töne sich bemerken lassen, wenn man eine runde Scheibe blos in der Mitte hält, und an einer beliebigen Stelle des Randes streicht; es wird nähmlich dieses Streichen nicht nur auf die erste, sondern auch auf manche andere Schwingungsarten zugleich würken und man wird meistens nicht eher einen reinen Ton und eine bestimmte Figur erhalten, als bis man durch Berührung einer oder mehrerer Stellen die andern Schwingungsarten und Töne ausschließt.

184.

An einer Glocke würkt das Anschlagen eben so, wie es jetzt an einer blos in der Mitte gehaltenen runden Scheibe gezeigt worden ist, nicht blos auf die erste Schwingungsart, sondern ebensowohl auch auf jede folgende, man wird also gewöhnlich außer dem Grundtone auch noch ein Gemisch von höhern Tönen wahrnehmen können, deren Verhältnisse (§. 140.) ungefähr mit den Quadraten von 2, 3, 4, 5 u. s. w. übereinkommen, jedoch läßt sich dieses Mitklingen höherer Töne durch Dämpfungen, die auf einer Knotenlinie angebracht werden, verhindern.

185.

Die besten Bemerkungen über das Beysammenseyn mehrerer Schwingungsarten an einem klingenden Körper finden sich in einigen Aufsätzen von Daniel Bernoulli in Mém. de l'Acad. de Berlin 1753. und 1765. und in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. XV. und XIX, wie auch in der Schrift des Grafen Giordano Riccati, delle corde ovvero fibre elastiche im Anhange zu Schediasm. IV., und in Matthew Young's Enquiry into the principal phaenomena of sounds and musical strings, Part. II. Schon Mersenne hat das Mitklingen höherer Töne bey dem Grundtone einer Saite gekannt, aber viel unrichtiges darüber gesagt; Cartesius hat in Epist. P. II. im 75sten und im 106ten Briefe es zwar richtig aus einer Verbindung mehrerer Schwingungsarten erklärt, jedoch mit Unrecht behauptet, daß es nur an einer falschen Saite Statt finde.

Anm. Viele musicalische Schriftsteller, die zwar das Mitklingen höherer Töne bey dem Grundtone einer Saite kannten, aber nicht wußten, daß manchen Arten von klingenden Körpern ganz andere Folgen von Tönen zukommen, daß aber keiner andere Töne zugleich kann hören lassen, als die, welche er einzeln zu geben im Stande ist, und daß man durch Dämpfung der Schwingungsknoten jede Beymischung mehrerer Schwingungsarten, und also auch mehrerer Töne verhindern kann, haben behauptet, ein solches Mitklingen der mit der natürlichen Zahlenfolge übereinkommenden Töne sey eine allgemeine Eigenschaft aller klingenden Körper; sie haben also nicht nur das Consoniren und Dissoniren aus dem Mitklingen oder Nichtmitklingen gewisser Töne erklärt, sondern ein Mitklingen der mit den Zahlen 2, 3, 4, 5 übereinkommenden Töne mit einem als 1 anzusehenden Grundtone als den wesentlichsten Unterschied eines Klanges von einem Geräusche angesehen. Diese der Natur so sehr widersprechenden Behauptungen, welche auch schon von Daniel Bernoulli in den vorhererwähnten Aufsätzen, und von La Grange in seinen Recherches sur la nature et la propagation du son Sect. II. §. 64, in Miscell. Taurinens. hinlänglich widerlegt worden sind, finden sich unter andern in Erxlebens Naturlehre, in Sulzers Theorie der schönen Künste, und in so manchen andern Schriften; Rameau und seine Anhänger haben ihr ganzes System der Harmonie darauf gegründet. Das beste dabey ist noch dieses, daß, auf welche Art man auch den Unterschied eines Klanges von einem Geräusche erklären, und was man auch für eine Ursache des Consonirens und Dissonirens angeben möge, doch alle darin übereinstimmen, daß die in den Zahlen 1 bis 6 und ihren Umkehrungen enthaltenen Tonverhältnisse consonirend und die übrigen dissonirend sind, und daß die letztern durch mancherley Combinationen der einfachern Tonverhältnisse entstehen, mithin können diese Schriftsteller doch viel Richtiges und Brauchbares über die Theorie und Ausübung der Harmonie gesagt haben, wenn gleich die ersten Voraussetzungen falsch sind.

Es ist überhaupt gar nicht der Natur gemäß, wenn man die Grundsätze der Harmonie blos von Saiten abstrahiren will, es muß vielmehr dasjenige, woraus man diese Theorie herleiten will, allen klingenden Körpern ohne Ausnahme, und ohne Rücksicht, ob man mehr oder weniger

Gebrauch von ihnen macht, gemeinschaftlich zukommen. Wäre das Mitklingen eines höhern Tones zu dem tiefern die Ursache des Consonirens, so müßten alle die Verhältnisse, welche an Saiten als Consonanzen anzusehen sind, z. B. die Terz und Quinte, an musicalischen Instrumenten, welche aus klingenden Körpern bestehen, die für sich elastisch sind, z. B. an der Harmonika, an meinem Clavicylinder und Euphon, an der Eisenvioline u. s. w. keine Consonanzen seyn, weil diese Töne nicht mitklingen können. Hingegen müßte an einer Harmonika das Verhältniß einer großen None, 4 zu 9, als die vorzüglichste Consonanz anzusehen seyn, weil der Grundton einer Glocke sich zu dem nächsten, der mitklingen könnte, gewöhnlich wie das Quadrat von 2 zum Quadrate von 3 verhält; und so würde sich aus einer solchen Erklärung des Consonirens aus einem Mitklingen gewisser Töne, wenn man consequent seyn will, noch weit mehr unnatürliches folgern lassen.

Am meisten hat denen Schriftstellern, welche die Grundsätze der Harmonie aus einem solchen Mitklingen haben erklären wollen, wie z. B. Rameau, d'Alembert u. s. w. der weiche Dreyklang zu schaffen gemacht, welcher eigentlich nach ihrer Theorie der größte Uebelklang seyn müßte, sie haben daher zu den gezwungensten Hypothesen ihre Zuflucht nehmen müssen, um einigermaßen einen Grund anzugeben, warum er consonirend sey; dahingegen, wenn man die Theorie der Tonverhältnisse blos als einen arithmetischen Gegenstand behandelt, und die Ursache des Consonirens und Dissonirens in dem Gefühle der mehreren oder wenigern Einfachheit der Zeitverhältnisse sucht, in welchen die Schwingungen geschehen, der weiche Dreyklang (nach §. 14. und 15.) sich eben so natürlich, als der harte als consonirend ergiebt.

Noch einiges über diesen Gegenstand ist schon in den Anmerkungen zu §. 5. und 9. gesagt worden.

Durch die Meynung, daß zum Wesen eines Klanges ein Mitklingen anderer Töne gehöre, sind auch die Mixturregister in Orgeln veranlaßt worden. Meines Erachtens taugen alle Mixturregister nichts, indem sie (so wie noch manche andere gewöhnliche Register, die auch füglich wegbleiben könnten) mehr das Geräusch vermehren, als den Klang auf eine angenehme Art verstärken.

## 186.

Das Mitklingen eines tiefern Tones bey dem Angeben zweyer höhern Töne hängt von ganz andern Ursachen ab, und findet an allen Arten klingender Körper Statt. Es empfindet nähmlich das Gehör nicht nur das Verhältniß der Schwingungen bey den zwey angegebenen Tönen, sondern auch außerdem das Zusammentreffen der Schläge auf eben die Art, wie es einen für sich bestehenden Ton empfinden würde, bey welchem die Schwingungen in den Zeitraumen des Zusammentreffens geschähen. Man hört also ein Mitklingen eines tiefern Tones, welcher mit der Zahl 1 übereinkommt, wenn die beyden würklich angegebenen Töne durch die kleinsten ganzen Zahlen ausgedrückt werden. Der Deutlichkeit wegen gebe ich hier ein durch Punkte ausgedrücktes Beyspiel an zwey Tönen, die sich wie 4 zu 5 verhalten; die obere Reihe

zeigt die Schläge des höhern, die mittlere Reihe die Schläge des tiefern angegebenen Tones an, und die untere Reihe das Zusammentreffen der Schläge bey jedem 5ten Schlage des höhern, und jedem 4ten Schlage des tiefern Tones, welches man wieder als einen eigenen Ton, dessen Schwingungen in diesen langsamern Zeiträumen geschehen, empfindet:

Wenn man einen solchen tiefen Ton gehörig vernehmen soll, so müssen die zwey Töne etwas anhaltend, und ziemlich in gleicher Stärke angegeben werden, und entweder ganz rein seyn, oder nur sehr wenig von der wahren Reinigkeit abweichen, es muß auch alles umher still seyn. Am vernehmlichsten ist es bey der großen Terz, wo, so wie in dem hier durch Puncte ausgedrückten Beyspiele, die doppelte Unter-Octave des tiefern Tones mitklingt, wie auch bey der kleinen Terz, wo der mitklingende tiefere Ton um zwey Octaven und eine große Terz tiefer, wenn die kleine Terz aber allzusehr erniedrigt ist, so daß sie sich ungefähr wie 6 zu 7 verhält, um zwey Octaven und eine Quinte tiefer ist, als der tiefste würklich angegebene Ton.

187.

Wenn zwey angegebene Töne in einem solchen Verhältnisse stehen, daß die Schwingungen selten zusammentreffen, so empfindet man dieses Zusammentreffen als einzelne abgebrochene Stöße, die bey einem unrein, oder sehr ungleichschwebend gestimmten Instrumente dem Gehöre beschwerlich fallen. Je mehr ein Intervall durch die Stimmung der arithmetischen Reinigkeit genähert wird, desto unmerklicher werden diese abgesetzten Stöße, und verlieren sich endlich in die Empfindung eines schwach mitklingenden tiefern Tones. Zu einer guten Stimmung wird erfordert, die nothwendige Abweichung von der arithmetischen Reinigkeit besonders bey keinem consonirenden Intervalle so weit zu treiben, daß die Schwebung als abgebrochene Stöße könnte gehört werden.

188.

Dieses Mitklingen eines tiefern Tones ist zuerst von Romieu, welcher der Academie der Wissenschaften zu Montpellier 1753 davon Nachricht gegeben hat, und von Tartini in seinem trattato di Musica secondo la vera scienza dell' Armonia, Padova 1754 bekannt gemacht worden. Die besten Bemerkungen darüber finden sich in den Recherches sur le son,

von la Grange, in Miscellan. Taurinens. tom. I. §. 64. und in Matthew Young's Enquiry into the principal phaenomena of sounds and musical strings, Part. II. Sect. VI. of grave harmonic tones. Kapellmeister Sarti in Petersburg hat diese Erscheinung auf eine sinnreiche Art angewendet, um die Zahl der Schwingungen eines Tones zu bestimmen, wovon sich in Voigts Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde 1. St. S. 102. Nachricht findet.

1. Anm. Tartini hat diesen tiefern Ton um eine Octave höher angegeben, als er würklich ist, wie solches auch von den jetzt erwähnten Schriftstellern und auch von Andern ist richtig bemerkt worden. Er hat auch auf dieses Mitklingen eines tiefern Tones, verbunden mit dem von Rameau fälschlich für eine allgemeine Eigenschaft eines jeden Klanges ausgegebenen Mitklingen höherer Töne, sein ganzes in einer sehr unverständlichen Schreibart vorgetragenes System der Harmonie gegründet. Er glaubt, daß, so wie aus zwey höhern Tönen ein dritter tieferer durch Mitklingen entsteht, eben so ein jeder Ton, den man würklich angiebt, blos durch das Zusammentreffen der Schwingungen der in der natürlichen Zahlenfolge 2, 3, 4, 5 u. s. w. enthaltenen und durch die Schwingungen der aliquoten Theile verursachten Töne entstehe. Aber außerdem, daß aus den bisher vorgetragenen Gesezen der Schwingungen sich ein ganz anderer Begriff von einem Klange ergiebt, und eine Eintheilung in aliquote Theile, so wie auch ein Mitklingen der in der natürlichen Zahlenfolge enthaltenen Töne nicht bey allen klingenden Körpern Statt findet, so ist auch bey zwey stark angegebenen höhern Tönen der mitklingende tiefere Ton, so wie auch bey einem stark angegebenen tiefen Tone das Mitklingen gewisser höhern Töne (in den Fällen, wo sie vorhanden sind) äußerst schwach, so daß es nur mit einiger Anstrengung, wenn alles still ist, deutlich vernommen werden kann, es ist also schon deswegen sehr unnatürlich, die ganze Existenz eines starken Klanges aus dem Zusammentreffen höherer Töne, die äußerst schwach sind, erklären zu wollen. Es würde auch nach seinen Grundsätzen der kleine Dreyklang nicht als consonirend können angesehen werden, weil ein gegen die Quinte desselben sehr dissonirender Ton, nähmlich die große Unterterz des Grundtones, mitklingen würde. Mercadier de Belesta hat das Tartinische System sehr gut widerlegt, in der Vorrede zu seinem Système de Musique, Paris 1776, wo er auch zeigt, daß die von ihm auf die Tonlehre angewendeten geometrischen Grundsätze nicht brauchbar sind, und daß, wenn man ja nach Tartinischer Weise die Tonverhältnisse geometrisch construiren wollte, die Hyperbel weit besser, als der Zirkel sich hierzu würde anwenden lassen.

2. Anm. Herr Abt Vogler macht von diesem Mitklingen eines tiefern Tones bey dem Angeben zweyer höhern Gebrauch, indem er zwey kleinere Orgelpfeifen, deren Töne zu dem Dreyklange eines Grundtones gehören, einer sehr großen, der einen tiefen Ton giebt, substituirt. Er behauptet, daß der mitklingende tiefere Ton noch mehr Würkung thue, als wenn er von einer eigenen für diesen Ton bestimmten Pfeife hervorgebracht würde. Wenn dieses sich würklich so verhält, so würde es sowohl deshalb, als auch wegen der großen Ersparniß an Kosten und an Raum allerdings ein sehr großer Gewinn für die Orgelbaukunst seyn. Indessen kann ich, bis die Nützlichkeit dieser neuen Einrichtung sich durch vielfaltige Erfahrung und durch die Urtheile mehrerer competenten Richter bestätigt, kaum glauben, daß dieser sonst bey einem starken Angeben zweyer höhern

Töne nur ziemlich schwach mitklingende tiefe Ton hier so viele Würkung thun könne, und daß das Gefühl der würklich angegebenen höhern Töne, durch welche das Mitklingen des tiefern Tones veranlaßt wird, so ganz verschwinde, und der Harmonie anderer Töne keinen Eintrag thue. Da die Sache in der Allgem. musikal. Zeitung und auch sonst zur Sprache kommt, und wohl noch viele Bemerkungen dafür und dawider veranlassen wird, so muß es sich wohl bald ausweisen, in wiefern dadurch eine Reform in dem Orgelbau werde bewürkt werden, oder nicht.

## Zehnter Abschnitt.

### Von einem Beysammenseyn schwingender und anderer Bewegungen.

189.

Jede schwingende Bewegung oder auch mehrere zugleich können auch mit andern Arten der Bewegung, nähmlich mit einer drehenden, oder fortschreitenden (§. 1.) auf unendlich verschiedene Weise verbunden seyn, welches von Daniel Bernoulli und von L. Euler im 15ten und 19ten Bande der Nov. Comment. Acad. Petrop. ist erwiesen worden, und auch durch die Erfahrung bestätigt wird. Es findet dieses an allen klingenden Körpern ohne Ausnahme Statt; man würde z. B. eine auf ein Bretchen gespannte Saite, oder einen Stab, eine Gabel, eine Glocke, oder welchen klingenden Körper man will, anschlagen, und während er eine Zeit lang forttönt, ihn um seine Axe drehen und zu gleicher Zeit fortwerfen können, es würde also durch die zugleich vorhandene fortschreitende und drehende Bewegung die zum Klange erforderliche zitternde Bewegung, welche ebenfalls aus mehrern zusammengesetzt seyn könnte, ganz und gar nicht gehindert werden, es würde aber die absolute Bewegung eines jeden Punctes sehr zusammengesetzt und in den meisten Fällen schwer zu bestimmen seyn.

190.

Es zeigen sich Bewegungen, die aus einer schwingenden und einer Kreißbewegung zusammengesetzt sind, sehr häufig an Saiten, und lassen sich besonders an den längsten Saiten eines Klaviers oder eines Fortepiano leicht bemerken. Professor Busse jetzt in Freyberg, hat in seinen kleinen Beyträgen zur Mathematik und Physik S. 137. diese Erscheinung zu weiterer Untersuchung empfohlen; ich erwähne sie, da er sie richtig beschrieben hat, mit dessen eignen Worten: „Der Raum, durch welchen die Saite schwingt, erscheint uns wie eine Fläche,

„deren äußere krummlinige Gränzen vorzüglich stark ins Auge fallen. Weil sich nähmlich die „schwingende Saite an den beyden Gränzen länger als in der Mitte der Fläche aufhält, so hat „man ungefähr das Bild, als ob an den Gränzen zwey Saiten gespannt wären und die da„zwischen fallende Fläche aus einem dünnen Spinngewebe bestände. Berührt man nun die „Saite weit von ihrem Mittelpuncte, so scheint sich zwischen den beyden Saitenbildern an den „Gränzen der Fläche ein drittes Saitenbild langsam hin und her zu bewegen. — — Jenseit „der Mitte bewegt sich das dritte Saitenbild entgegengesetzt, und an andern Stellen scheinen „sich zwey solche Saitenbilder gegen einander zu bewegen u. s. w." In meinen Entdeckungen über die Theorie des Klanges habe ich S. 74. gezeigt, wie sich an einem schwingenden Stabe, der an einem Ende in einen Schraubenstock gespannt ist, ein ähnliches Beysammenseyn einer schwingenden Bewegung und Kreißbewegung beobachten läßt, und zwar so, daß man den Weg, welchen der Stab nimmt, wenn die Bewegung langsam genug geschieht, genau verfolgen kann. Wenn man nähmlich den Stab, wozu jeder gerade Eisendraht von etwa 1 oder ein Paar Linien Dicke sich gebrauchen läßt, in einen ganz unbeweglichen Schraubenstock einspannt, und, nachdem man diesen Stab mit dem Finger ein wenig seitwärts gezogen hat, ihn unter einem gegen die Mündung des Schraubenstocks schiefen Winkel loßschnellen läßt, so muß nothwendig anstatt einer bloßen schwingenden Bewegung eine solche entstehen, die mit einer Kreißbewegung verbunden ist, weil der Stab nach der einen Richtung mehr, als nach den andern von dem Schraubenstocke festgehalten wird, und er sich also bey einem solchen Loßschnellen unter einem schiefen Winkel gegen die Mündung des Schraubenstocks stemmt. Aus eben der Ursache werden auch dergleichen Bewegungen sich am meisten alsdenn an einer Saite zeigen, wenn die Richtung, in welcher man sie aus ihrer ruhigen Lage gezogen hat, und wieder loßschnellen läßt, mit der Richtung des Stegs einen schiefen Winkel macht. Der Weg, welchen der Stab, und allem Ansehen nach auch die Saite bey dieser zusammengesetzten Bewegung beschreibt, ist, wenn man alle Schwingungen gleich weit annimmt, in der 258sten Figur einigermaßen vorgestellt. Wenn man nähmlich den Stab, dessen natürliche Stelle in der Mitte der Figur ist, nach C gebogen hat, und ihn nach der Richtung CD, welche mit der Mündung des Schraubenstocks einen schiefen Winkel macht, loßschnellen läßt, so wird er ungefähr folgenden Weg gehen können: CDxCuDtCsDrCqDpCoDnCmDBCAaBb AcBdAeBfAgBhAiBkA; sodann wird er sich etlichemahl in dem Durchmesser dieser zusammengesetzten Bewegung AB hin und her bewegen, und hernach auf dem Wege, auf dem er vorwärts gegangen ist, wieder rückwärts gehen; wenn er nun durch

BiAkBgAhBeAfBcAdBaAbBDACnDmCpDoCrDqCtDsCxDuC wieder zurückgegangen ist, wird er in dem zweyten Durchmesser dieser Bewegung CD einigemahl hin und her schwingen, und sodann den zuerst beschriebenen Weg CDxCuDtC u. s. w. von neuem antreten u. s. f. In der hier gegebenen Figur machen die beyden Durchmesser der Bewegung, AB und CD mit einander rechte Winkel, sie können aber auch unter jedem andern Winkel einander durchschneiden, und wenn der Winkel = o ist, so ist es eine blos schwingende Bewegung. Bey einem anzustellenden Versuche wird es leicht seyn, durch kleine Verschiedenheiten der Richtung, in welcher man den Stab loßschnellen läßt, zu bewürken, daß diese beyden Durchmesser einander unter jedem beliebigen Winkel von o an bis zu 90 Graden durchschneiden. Wenn das Auge sich in der Richtung des einen Durchmessers AB befindet, so sieht man, während daß sich der Weg des Stabes durch AaBbAcBd u. s. w. diesem Durchmesser nähert, zwey langsam gegen einander sich bewegende Bilder des Stabes, während daß er in dem Durchmesser AB einigemahl hin und her schwingt, scheint er sich gar nicht zu bewegen; während daß er sich von diesem Durchmesser durch BiAkBgAhBeAf u. s. w. entfernt, sieht man zwey sich langsam aus einander bewegende Bilder desselben; so lange die Bewegung sich dem andern Durchmesser CD nähert, und von demselben entfernt, wird man an jeder Gränze dieser Bewegung bey C und D ein Bild des Stabes sehen. Die zwischen beyde scheinbare Bilder des Stabes fallende Fläche erscheint allezeit ungefähr so, als ob sie aus einem dünnen Spinngewebe bestände. In solchen Fällen, wo sich das Auge in einer schiefen Richtung gegen einen Durchmesser befindet, oder wo die beyden Durchmesser mit einander schiefe Winkel machen, wird sich diese Bewegung auf sehr mannigfaltige Art zeigen können. An Stäben, die zu dieser Absicht lang und dünn genug waren, habe ich auch einigemahl auch bey der zweyten, dritten Schwingungsart u. s. w. wahrgenommen, daß die schwingenden Theile sich nach abwechselnden Richtungen auf diese Art bewegten, und die Schwingungsknoten dabey ruhig blieben, eben so kann auch jede andere mögliche Schwingungsart eines Stabes, so wie auch jede mögliche Schwingungsart einer Saite mit einer Kreißbewegung verbunden seyn, und ebendasselbe findet auch bey mehreren mit einander verbundenen Schwingungsarten Statt. Wenn Herr Prof. Busse an dem in der einen Hälfte sich scheinbar bewegenden Saitenbilde eine den jenseit der Mitte befindlichen entgegengesetzte Bewegung beobachtet hat, so liegt der Grund davon unstreitig darin, daß mit der zweyten Schwingungsart der Saite eine solche Kreißbewegung verbunden gewesen ist.

# Dritter Theil,

von

# mitgetheilten Schwingungen,

oder

von der

# Verbreitung des Schalles.

## Erster Abschnitt.

### Von der Verbreitung des Schalles durch die Luft, und durch andere ausdehnbare Flüssigkeiten.

191.

Die Verbreitung des Schalles besteht darin, daß durch die schwingenden Bewegungen eines schallenden Körpers in andern damit in Berührung stehenden Körpern ähnliche Bewegungen veranlaßt werden. So wie im vorigen Theile gezeigt worden ist, daß alle Körper von bestimmter Größe und Gestalt nur auf gewisse Arten, und in gewissen Zeiträumen schwingen können, so ist hier jeder Körper, oder jeder Zusammenhang von Körpern, durch welchen alle Arten des Schalles verbreitet werden, als ein Körper von so beträchtlicher Größe oder von so unbestimmter Gestalt anzusehen, daß er alle ihm mitgetheilten Schwingungen, sie mögen geschehen, in welchen Zeiträumen sie wollen, anzunehmen im Stande ist.

192.

Alle festen und flüssigen Körper können mehr oder weniger einen Schall verbreiten; am gewöhnlichsten aber geschieht dieses durch die athmosphärische Luft. Bey dieser Verbreitung des Schalles durch die Luft, oder überhaupt durch ein ausdehnbar flüssiges Mittel ist der Körper, welcher den Schall hervorbringt, als ein Mittelpunct von unendlich vielen nach allen Richtungen gehenden Schallstralen oder Schalllinien anzusehen; es wird nähmlich eine jede gerade Strecke von Luft durch die Schwingungen des schallenden Körpers so gestoßen, daß sie ihrer Länge nach zusammengedrückt wird und sich wieder ausdehnt. Auch in dem Falle, da die Luft nur nach einer Richtung gestoßen würde, wie es z. B. bey einem

Peitschenschlage geschieht, ist die gestoßene Stelle doch als ein Mittelpunct anzusehen, von dem auch nach den entgegengesetzten Richtungen Schallstralen ausgehen, weil die durch den Stoß zusammengedrückten Theile die umher befindliche Luft nach allen Richtungen pressen.

Anm. Neulich hat ein Naturforscher darzuthun gesucht, daß der Schall nicht in Zitterungen der Luft oder anderer Körper bestehe, sondern in Zitterungen einer äußerst feinen Flüssigkeit, welche die Luft sowohl, als auch andere Körper durchdringe, und daß die Wärmematerie als dieser Schallstoff anzusehen sey!

193.

Diese der freyen Luft mitgetheilten Longitudinalschwingungen sind von den eigenthümlichen Longitudinalschwingungen der in einer Pfeife eingeschlossenen Luft nicht wesentlich verschieden, es ist also die Theorie, welche hier vorgetragen wird, gewissermaßen eine Fortsetzung von dem, was im 4ten Abschnitte des vorigen Theils ist gesagt worden. Es erhellt diese Uebereinkunft unter andern schon daraus, weil weder die Geschwindigkeit noch die übrige Beschaffenheit des Klanges in einer Pfeife (die Stärke ausgenommen) von der Weite derselben abhängt; wenn also eine unbestimmte Erweiterung der Seitenwände hierin nichts verändert, so können auch die Seitenwände ganz hinweggenommen werden, so daß die übrige freye Luft von allen Seiten den Zutritt hat, ohne daß dadurch eine wesentliche Veränderung bewürkt wird, es schwingt also eine Strecke von eingeschlossener und von freyer Luft in einerley Geschwindigkeit, so daß durch eine Strecke von freyer Luft der Schall in ebenderselben Zeit verbreitet wird, in welcher eine eben so lange Strecke von Luft, welche sich in einer Pfeife zwischen zwey festen Gränzen befindet, (oder bey dem tiefsten Tone einer an beyden Enden offenen Pfeife, §. 73. eine Luftstrecke von ebenderselben Länge, die sich in 2 dergleichen Halbtheile eintheilt, Fig. 14.), eine Schwingung macht. Was bey der in einer Pfeife enthaltenen Luft die Schwingungsknoten sind, das sind bey diesen der freyen Luft mitgetheilten Schwingungen die Stellen, wo die Verdichtung der Luft am größten ist; nur sind beyde darin verschieden, daß bey den eigenthümlichen Schwingungen der in einer Röhre eingeschlossenen Luftsäule, wegen der Stemmungen eines schwingenden Theils gegen den andern, oder gegen ein verschlossenes Ende die Schwingungsknoten immer an einer Stelle bleiben, dahingegen in der freyen Luft die Stellen, wo die Verdichtungen am größten sind, immer weiter von dem Körper, welcher den Schall hervorbringt, sich entfernen.

194.

Die Luft, in welcher sich der Schall verbreitet, macht nicht mehr noch weniger Schwingungen, als der Körper, welcher den Schall hervorbringt; sobald dieser aufhört zu schwingen, so hört auch der Schall auf. Es zeigt sich hierin ein großer Unterschied zwischen den eigenthümlichen und mitgetheilten Schwingungen. Bey dem eigenthümlichen Schwingungen hat der schwingende Körper in dem Augenblicke, wo er seine natürliche Gestalt oder Ausdehnung wieder erhält, die Hälfte einer Schwingung vollbracht, und also seine größte Geschwindigkeit erhalten, er muß also die erst zur Hälfte vollbrachte Schwingung fortsetzen; wenn aber eine Schwingung vollendet, und also seine Geschwindigkeit = o ist, so weicht seine Gestalt oder Ausdehnung am meisten von der natürlichen ab, er kann also auch in dieser Lage nicht bleiben, und muß eine neue Schwingung anfangen; es müßten also eigentlich die Schwingungen unaufhörlich fortdauern, wenn solches nicht durch äußern oder innern Widerstand verhindert würde. Hingegen bey den mitgetheilten Schwingungen, oder bey der Verbreitung des Schalles hat jeder Lufttheil während seiner größten Verdichtung und Verdünnung auch seine größte Geschwindigkeit, wenn aber eine Schwingung geendigt und also die Geschwindigkeit = o ist, so hat er seine natürliche Ausdehnung wieder erhalten, es ist also kein Grund vorhanden, warum die Luft noch mehrere Schwingungen machen sollte, außer wenn sie durch Schwingungen des Körpers, welcher den Schall hervorbringt, von neuen gestoßen wird, oder wenn, wie weiter unten wird gezeigt werden, bey einem Echo oder bey einer Resonanz die der Luft mitgetheilten Schwingungen durch äußere Umstände gewissermaßen in eigenthümliche umgeändert werden.

195.

Wenn die Luft, wie es bey einem jeden Klange (und vielleicht auch bey allen andern Arten des Schalles, obgleich weniger regelmäßig) geschieht, mehrere schnell auf einander folgende Stöße erhält, so geschehen in jedem Schallstrale mehrere abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen, die gewöhnlich Schallwellen, (undae sonorae, pulsus sonori) genennt werden. Diese Schallwellen, da sie von dem schallenden Körper nach allen Richtungen gleichförmig ausgehn, kann man sich so verstellen, daß sie diesen Körper so wie concentrische Schalen den Mittelpunct einer Kugel, umgeben. Man findet den Abstand einer solchen Welle von der andern, wenn die Weite, durch welche der Schall in einer gewissen Zeit geht, durch die Hälfte der Schwingungen, welche der klingende Körper in eben der Zeit macht,

dividirt wird. Die Ursache, warum die Schallweite zu dieser Absicht durch die Hälfte der Schwingungen dividirt werden muß, ist, weil die Schwingungen, (d. i. die einzelnen Schläge) eines zitternden Körpers abwechselnde Hingänge und Rückgänge sind, und also abwechselnd durch den einen hinwärtsgehenden Schlag eine Welle oder eine Verdichtung der Luft, durch den folgenden rückwärts gehenden Schlag aber eine Verdünnung bewürkt wird. Wenn man aber, wie Sauveur und Newton gethan haben, jetzt aber nicht üblich ist, einen Hingang und Rückgang zusammengenommen eine Schwingung nennen will, so muß man sagen, daß die Schallweite durch die Zahl der Schwingungen zu dividiren sey. Wird nun der Klang einer offenen Pfeife durch die umher befindliche Luft weiter verbreitet, so beträgt der Abstand der Schallwellen von einander, wie Newton in princip. philos. natur. libr. II. gegen das Ende der 50sten Propositon bemerket, soviel, als die doppelte Länge der Pfeife, oder vielmehr der darin würklich schwingenden Luftsäule.

Man vergleicht gewöhnlich die Schallwellen mit den concentrischen Wellen auf einer Wasserfläche; es kann diese Vergleichung zwar dienen, um sich einigermaßen ein sinnliches Bild davon zu machen; jedoch findet sich darin eine große Verschiedenheit, daß die Wasserwellen nur auf der Oberfläche des Wassers, die Schallwellen aber nach allen körperlichen Richtungen sich verbreiten, und daß die Wasserwellen in transversalen Erhöhungen des Wassers, die Schallwellen aber in longitudinalen Verdichtungen einer jeden Luftstrecke bestehen.

196.

So wie man überhaupt von der Natur der verschiedenen Abänderungen des Schalles z. B. bey der Articulation der Stimme, bey dem Eigenthümlichen des Klanges verschiedener Instrumente, wo bey einerley Schwingungsart, Geschwindigkeit, Dauer und Stärke die Würkung öfters so sehr verschieden ist, (§. 44.) noch gar nichts weiß, eben so unbekannt ist es, wie solche mannigfaltige Modificationen des Schalles durch die Luft oder andere Körper verbreitet werden. L. Euler äußert hierüber sehr sinnreiche Vermuthungen in seinen E'claircissemens sur la génération et sur la propagation du son §. 13. in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1765, wie auch in seiner Abhandlung de motu aëris in tubis §. 36. in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. XVI. Er findet es wahrscheinlich, daß diese Modificationen und Articulationen auf kleinen Verschiedenheiten des Grades der Verdichtung der Luftheile, und der Geschwindigkeit, mit welcher ein jedes aus seiner Lage verrückt wird, (scala celeritatum et densitatum) beruhen.

197.

Der Schall verbreitet sich nicht etwa, wie das Licht, blos nach einer geraden, sondern auch nach jeder krummen Richtung. Weil nähmlich die Luft nach allen Richtungen einerley Elasticität hat, so ist jeder Punct eines Schallstrales wieder als ein neuer Mittelpunct des Schalles anzusehen, aus welchem Schallwellen in alle damit noch nicht erfüllte Räume ausgehen können. Man hört also einen Schall, der hinter einem Berge, oder hinter einer dicken Mauer erregt wird, obwohl etwas schwächer, als wenn er in einer geraden Richtung hätte fortgehen können. Die Ursache, warum ein solcher Schall auch hörbar ist, liegt nicht, wie Manche geglaubt haben, darin, daß etwa der ganze Berg, oder eine sehr dicke Mauer allemahl hinlänglich stark erschüttert würde, um einen solchen Schall weiter zu verbreiten, sondern vielmehr in einer Verbreitung des Schalles in krummen Linien vermittelst neuer Mittelpuncte von Schallstralen.

La Grange hat dieses in den Nouvelles recherches sur le son §. 49. in Mêlanges de philosophie et de mathématique de la societé de Turin tom. II. bemerkt, es sagt auch Gehler in seinem physicalischen Wörterbuche unter dem Artikel: Licht viel richtiges darüber. Newton hat in princ. phil. libr. II. prop. 41 und 42 gezeigt, daß auch die Wellen des Wassers sich auf diese Art bewegen, und daß z. B. wenn ein Wassergefäß durch eine Scheidewand, in welcher sich ein Loch befindet, in zwey Theile getheilt ist, und in dem einen Theile concentrische Wellen erregt werden, diese sich durch das Loch in den andern Theil des Gefäßes so verbreiten, daß das Loch ein neuer Mittelpunct von Wellen wird. Daß eine elastische Flüßigkeit ebensowohl in krummen als in geraden Linien zittern könne, sieht man auch an Orgelpfeifen, die gebogen (oder in der Orgelbauersprache: gekröpft) sind, wie auch an Hörnern, Trompeten u. s. w. wo der Klang eben derselbe ist, als ob sie gerade wären.

198.

So wie an jedem elastischen Körper einerley schwingende Bewegungen zugleich Statt finden, so können auch mehrere Arten des Schalles zugleich durch einerley Luftstrecke verbreitet werden, ohne daß eine dieser Bewegungen die andere hindert oder stört.

Anm. Etwas, das der Verbreitung verschiedener Bewegungen durch die Luft einigermaßen ähnlich ist, bemerkt man auch bey den Wasserwellen. Wenn man nähmlich an zwey Stellen der Oberfläche zugleich Wellen hervorbringt, so durchschneiden sich die Kreise der beyden Arten von Wellen so, daß keine Art durch die andere gestört wird.

Mairan hat in den Mém. de l'Acad. de Paris 1737. den Umstand, daß man in einem Concerte und auch sonst mehrere Töne zugleich hört, auf eine sehr unnatürliche Art erklärt, indem er für jeden Ton eine eigne Art von Lufttheilen, die eine diesem Tone gemäße Elasticität haben sollen, annimmt, so daß seiner Meynung nach jeder Ton bloß gewisse Lufttheilchen in Bewegung setzt. Es ist diese Erklärungsart unter andern von L. Euler in seiner Theoria lucis et colorum §. 60. widerlegt worden.

199.

Die Bewegung des Schalles ist gleichförmig, so daß die Längen der durchlaufenen geraden Luftstrecken sich wie die Zeiten verhalten. Auch wird ein stärkerer oder schwächerer Schall, wie auch ein höherer oder tieferer Ton auf einerley Art und in einerley Geschwindigkeit verbreitet.

200.

Die Geschwindigkeit des Schalles wird aus mechanischen Principien gewöhnlich also bestimmt. Anstatt der Athmosphäre, wie sie würklich ist, und deren Dichtigkeit abnimmt, je weiter man in die Höhe steigt, stellt man sich eine Athmosphäre von gleichförmiger Dichtigkeit vor, welche der würklichen Athmosphäre das Gleichgewicht hielte; die Höhe einer solchen Athmosphäre, die überall so dicht wäre, als die unterste Luft, ist nichts anders, als die Subtangente der logarithmischen Linie, welche bey Höhenmessungen mit dem Barometer gebraucht wird. Die Geschwindigkeit, welche ein schwerer Körper bey einem Falle durch die Hälfte dieser Höhe würde erhalten haben, ist die Geschwindigkeit des Schalles. Wenn man nähmlich diese Höhe, welche ich c nenne, als die Länge eines Pendels ansieht, so geht (nach Newtons princ. phil. nat. l. II. prop. 49.) in eben der Zeit, in welcher ein solches Pendel einen ganzen aus einem Hingange und Rückgange bestehenden Schwung vollenden würde, ein der elastischen Flüssigkeit mitgetheilter wellenförmiger Schlag mit einer immer gleichbleibenden Geschwindigkeit durch einen Raum, welcher der Peripherie eines Zirkels gleich ist, der mit der ganzen Höhe oder Pendellänge c ist beschrieben worden; also wenn man nach jetzt gewöhnlicher Weise jeden einzelnen Pendelschlag eine Schwingung nennt, so geht die Welle während eines solchen einfachen Schlages durch einen Raum, welcher sich zur Pendellänge wie die Peripherie zum Durchmesser verhält, welches Verhältniß gemeiniglich durch $\pi$ ausgedrückt wird. Nun verhält sich aber die Dauer eines ganzen aus zwey Schlägen bestehenden Pendelschwunges zur Dauer eines freyen Falles durch die halbe Pendellänge, wie die Peripherie eines Zirkels zum Radius, und umgekehrt verhält sich die Dauer eines solchen Falles

zu der Dauer eines ganzen aus einem Hingange und Rückgange des Pendels bestehenden Schwunges wie der Radius eines Zirkels zu dessen Peripherie, und also zu der Dauer eines einzelnen Pendelschlages, wie der Durchmesser zur Peripherie. Da also in einer Zeit, die $\frac{1}{\pi}$ oder $\frac{100}{314\ldots}$ eines einzelnen Pendelschlages beträgt, ein schwerer Körper mit einer durch die immer fortwürkende Schwerkraft beschleunigten Geschwindigkeit durch die halbe Pendellänge herabfällt, aber in ebenderselben Zeit ein wellenförmiger Schlag mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen eben so großen Raum durchläuft, und die Geschwindigkeiten sich überhaupt, wie die in einerley Zeit durchlaufenen Räume verhalten, so folgt, daß die Geschwindigkeit des Schalles, und diejenige, welche der Fallhöhe $\frac{1}{2}$ c zugehört, gleich groß sind. Wenn g die Höhe, durch welche ein schwerer Körper in der ersten Secunde herabfällt, oder, welches eben dasselbe ist, die Hälfte der in der ersten Secunde erhaltenen Geschwindigkeit bedeutet, so ist die Geschwindigkeit, welche der Fallhöhe $\frac{1}{2}$ c zukommt $= \sqrt{2cg}$. Es verhält sich c wie die absolute Elasticität der Luft durch die Dichtigkeit dividirt, oder nach einem einfachern Ausdrucke, wie die specifische Elasticität derselben, und also die Geschwindigkeit des Schalles, wie die Quadratwurzel der absoluten Elasticität, und umgekehrt wie die Quadratwurzel der Dichtigkeit, oder überhaupt wie die Quadratwurzel der specifischen Elasticität. Man bestimmt die Höhe c durch die Höhe der Queckfilbersäule im Barometer, welche dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht hält; wenn nähmlich h die Höhe des Queckfilbers in Barometer, m die Dichte des Queckfilbers, und n die Dichte der Luft bedeutet, so ist $c = \frac{hm}{n}$ und also die Geschwindigkeit des Schalles $\sqrt{2cg} = \sqrt{\frac{2ghm}{n}}$.

Nun ist die Fallhöhe g eines schweren Körpers in der ersten Secunde $= 15{,}0957$ Pariser Fuß, h kann man als mittlere Barometerhöhe zu 28 Zoll oder $2\frac{1}{3}$ Fuß annehmen, das Verhältniß der Dichte des Queckfilbers m zu der als 1 angenommenen Dichte der Luft n ist vorzüglich wegen der mehreren oder mindern Ausdehnung der Luft durch verschiedene Grade der Wärme veränderlich; wenn man nun (nach Lambert) bey einem gewissen Grade der Temperatur das Queckfilber 11166mahl schwerer als die Luft, findet, so wird c seyn $= 11166 \cdot 2\frac{1}{3} = 26054$ Pariser Fuß, welche Höhe ungefähr dieselbe ist, welche de Luc bey einer Wärme von $16\frac{3}{4}$ Reaumürischen Graden annimmt. Die einem Falle durch $\frac{1}{2}$ c

oder durch 13027 Fuß zukommende Geschwindigkeit, oder die Geschwindigkeit des Schalles würde also seyn:

$$= V(2 \cdot 26054 \cdot 15{,}0957) = 887 \text{ Pariser Fuß.}$$

Kramp hat in seiner Geschichte der Aerostatik (Strasburg 1784.) in dem (1786. erschienenen) Anhange eine Tabelle über die Veränderungen der Geschwindigkeit des Schalles bey verschiedenen Graden der Temperatur von 30 Grad Reaum. bis zu — 10 Grad gegeben. Er setzt voraus, daß (nach den Beobachtungen von de Luc) c bey einer Temperatur von $16\frac{3}{4}$ Reaumürischen Graden 4342,704 Toisen beträgt, und daß wenn R Reaumürische Grade bedeutet, die Veränderung der specif. schen Elasticität der Luft, oder der Höhe c, wie Mayer und Andere annehmen, dem Bruche $1 + \frac{R}{210}$ proportional ist, und findet also die Geschwindigkeit des Schalles bey 30 Reaumürischen Graden = 151,60 Toisen, oder 909,60 Pariser Fuß, und bey — 10 Graden 138,39 Toisen, oder 830,34 Fuß.

Die Theorie der Geschwindigkeit des Schalles ist zuerst von Newton, und hernach von L. Euler, Lambert, La Grange, Giordano Riccati und Andern in verschiedenen weiter unten zu erwähnenden Schriften bearbeitet worden; so verschiedene Wege sie auch gegangen sind, haben sie doch im Wesentlichen immer ungefähr dieselben Resultate erhalten.

201.

Durch die Erfahrung ist die Geschwindigkeit des Schalles allemahl größer gefunden worden, als durch die Theor[illegible]. Die genauesten Beobachtungen scheinen die von Cassini, Maraldi und la Caille zu seyn, aus welchen sich eine Geschwindigkeit von 1038 bis 1041 Pariser Fuß in einer Secunde ergeben hat, sie sind in den Mém. de l'Acad. de Paris 1738 und 1739 beschrieben; so auch die vom Major Müller in Göttingen vermittelst einer Tertienuhr angestellten Beobachtungen, wo eine Geschwindigkeit von 1040,3 Pariser Fuß in einer Secunde gefunden ward, und bey mehreren Beobachtungen der Unterschied nur 6 Tertien betrug, wovon sich in den Göttingischen Gelehrten Anzeigen 1791. im 159sten Stücke, wie auch in Voigts Magazin für das neueste aus der Physik und Naturgeschichte, VIII. B. 1. Stück, S. 170. Nachricht findet. Andere Beobachtungen von Derham, Flamstead, Bianconi, Condamine u. s. w. geben eine noch etwas größere Geschwindigkeit.

Anm. Wenn man ungefähr 1040 Fuß als die Weite annimmt, durch welche der Schall in einer Secunde geht, kann man die Entfernung der Orte, wo Licht und Schall zugleich entsteht, einigermaßen schätzen, wenn die Zeit, welche zwischen der Lichterscheinung (die man, weil das Licht ungefähr durch 40000 Deutsche Meilen in einer Secunde fortgeht, augenblicklich sieht) und dem Schalle vergeht, nach Secunden, oder noch besser, nach einer Tertien-Uhr abgezählt wird; z. B. bey dem Donner, bey dem Abbrennen eines Geschützes, bey dem Getöse nach dem Zerspringen einer Feuerkugel u. s. w. Wie man aus der Zeit, welche zwischen dem Augenblicke, da man einen Stein in einen Brunnen wirft, und dem, da man den Schall hört, die Tiefe des Brunnens bestimmen könne, lehrt Newton (Arithmet. universal. Probl. 50.) und Kästner in seinen mathematischen Abhandlungen, IV. (Erfurth 1794).

## 202.

Auf die Geschwindigkeit des Schalles hat, wie schon bemerkt worden, die Stärke und Schwäche desselben, wie auch die Höhe oder Tiefe des Tones keinen Einfluß. Auf Bergen oder überhaupt in einer größern Höhe geht der Schall weder schneller noch langsamer fort, als unten, weil bey einer größern oder geringern Höhe die absolute Elasticität und die Dichtigkeit der Luft (vorausgesetzt, daß die Mischung und die Wärme ebendieselbe ist) in gleichem Grade ab- und zunehmen, und also die specifische Elasticität sich nicht verändert. Auch die Richtung, nach welcher der Schall hervorgebracht wird, hat keinen Einfluß auf dessen Geschwindigkeit, man hörte z. B. den Knall einer Kanone nach ebenderselben Zeit, die Mündung mochte hinwärts oder herwärts gekehrt seyn. Der Wind ist nur höchstens um soviel, als seine eigene Geschwindigkeit beträgt, im Stande, die Geschwindigkeit des Schalles zu vermehren oder zu vermindern. Die Art der Witterung und die Tageszeit verändern, soweit es sich beobachten ließ, die Geschwindigkeit des Schalles gar nicht; bey dem stärksten Nebel und Regen hörte man ihn in derselben Zeit, wie bey heiterer Witterung, und bey Tage in ebenderselben Zeit, wie bey Nacht. Nur solche Umstände, durch welche die specifische Elasticität, oder das Verhältniß der absoluten Elasticität zur Dichte verändert wird, verändern auch die Geschwindigkeit des Schalles. Hieher gehört hauptsächlich die Ausdehnung der Luft durch Wärme, wodurch die specifische Elasticität vermehrt wird, weshalb auch nach den Beobachtungen von Bianconi (in Comment. Bonon. Vol. II. p. 365.) der Schall im Sommer schneller, als im Winter fortgeht. Wenn die Mischung der Luft sich verändert, daß sie mehr oder weniger von einer oder der andern Gas-Art enthält, so muß dieses auch zur Veränderung der Geschwindigkeit des Schalles beytragen.

203.

Die Theorie, aus welcher man die Geschwindigkeit des Schalles zu bestimmen pflegt, scheint ohngeachtet der so beträchtlichen Abweichung von der Erfahrung zu sehr der Natur gemäß zu seyn, als daß man ihre Richtigkeit abläugnen könnte, man hat also diese Abweichung auf folgende Arten zu erklären gesucht:

I) „Es möchten wohl in der Luft viele solide oder fremde Theile enthalten seyn, welche „zwar das Gewicht derselben vermehren, aber deren absolute Elasticität nicht verän„dern, und vielleicht den Schall augenblicklich fortleiten; man müsse also auf die Luft, „wie sie ohne diese Theile seyn würde, Rücksicht nehmen." Nun ergiebt sich aber aus allen neuern chemischen Untersuchungen elastischer Flüssigkeiten nichts von einer solchen Beymischung solider Theile, es widerspricht dieser Vermuthung auch der Umstand, daß nach den Erfahrungen der Schall bey dem ärgsten Nebel- und Regenwetter, wo die Luft also viele fremde Theile enthält, in ebenderselben Geschwindigkeit fortgeht, wie bey heiterer Witterung. Uebrigens giebt es allem Ansehen nach keine soliden Körper, die den Schall augenblicklich fortleiten könnten, indem diejenigen soliden Körper, welche den Schall am schnellsten fortleiten, selbst wenn sie eine ganz zusammenhängende Strecke bilden, ihn schwerlich viel über 17mahl schneller als die Luft fortleiten können, wie im nächsten Abschnitte wird gezeigt werden.

II) „Man betrachte gewöhnlich den Schall als einen einzelnen der Luft mitgetheilten Stoß, „wenn aber mehrere auf einander folgen, so werde vielleicht ein jeder durch die nächst„folgenden beschleunigt." Diese Vermuthung äußert Euler in seiner Schrift: conjectura physica circa propagationem soni et luminis, Berl. 1750, sieht sie aber in seiner Abhandlung de la propagation du son §. 42, in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1759. als unrichtig an. Wenn eine solche der ganzen Theorie widersprechende Beschleunigung eines Schalles durch die folgenden Statt fände, so müßten höhere Töne schneller fortgehn, als tiefere, dahingegen aus den Beobachtungen, wo z. B. der Knall eines kleinen Gewehres und einer Kanone zu gleicher Zeit gehört ward, sich eine gleiche Geschwindigkeit ergiebt. So würde man auch bey Anhörung einer entfernten Musik, z. B. bey Trompeten und Pauken, die man wohl in einer zu dergleichen Beobachtungen schon hinreichenden Entfernung noch möchte hören können, ingleichen bey der Russischen Hörnermusik, die man bey gehöriger Stille bisweilen über $\frac{1}{4}$ deutsche Meilen weit noch

vernehmen kann, die zu gleicher Zeit angegebenen tiefern und höhern Töne nicht nach einerley Zeit hören, wovon aber noch niemand etwas hat bemerken können.

III) „Man habe gewöhnlich in der Theorie nur kleine Erschütterungen angenommen, da„hingegen habe ein so starker Schall, wie meistens zu den Beobachtungen ist ange„wendet worden, schneller fortgehn müssen." Nun lehren aber Theorie und Erfahrung, daß die Stärke oder Schwäche eines Schalles auf die Geschwindigkeit, mit welcher er verbreitet wird, keinen Einfluß hat. Sollte ja ein Schall anfangs so übermäßig stark gewesen seyn, daß das Gesetz der Pendelschwingungen etwas wäre verletzt worden, so würde er doch bey weiterer Verbreitung und bey einiger Abnahme der Stärke sich immer mehr diesem Gesetze gemäß einrichten, die Abweichung der Beobachtungen von der Theorie würde also nicht so beträchtlich und so beständig seyn können.

IV) „Es sey bey der theoretischen Bestimmung der Geschwindigkeit des Schalles voraus„gesetzt worden, daß die absolute Elasticität der Luft allemahl der Dichtigkeit propor„tional sey, nun könne man aber vielleicht annehmen, daß sie in einem etwas andern „Verhältnisse sich bey verschiedenen Graden des Druckes verändere." Diese Vermuthung äußert la Grange (in seinen nouvelles recherches sur le son §. 55, in dem 2ten Bande der Mélanges de philosophie et de mathématique de la société de Turin) aus der Ursache, weil verschiedene Physiker wollen gefunden haben, daß wenn die Luft etlichemahl stärker als gewöhnlich zusammengedrückt wird, sie sich in einem geringern Verhältnisse, als dem des Druckes, zusammendrücken lasse. Sulzer hat hingegen in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1753. in seinem nouvel essai sur la mesure des hauteurs par le moyen du baromètre durch viele Versuche zu finden geglaubt, daß die Dichtigkeit in einem größern Verhältnisse, als dem der drückenden Kraft, zunehme, und daß dieses Uebermaß der Dichtigkeit wachse, je dichter die Luft wird. Es wäre doch wohl der Mühe werth, noch genauer zu untersuchen, ob würklich bey einer beträchtlichen Verschiedenheit des Druckes die absolute, Elasticität, wie man gewöhnlich als ausgemacht annimmt, immer ganz dieselbe bleibe oder nicht, und ob die Abweichungen von dem Mariottischen Gesetze, welche manche Naturforscher wollen bemerkt haben, auf Fehlern der Beobachtung, welches wohl möchte zu vermuthen seyn, oder auf der Natur der Sache beruhen. Auch wäre es wohl gut, wenn auch die beyden Bestandtheile der Luft, das Stickgas und Sauerstoffgas in dieser Rücksicht noch genauer untersucht würden.

Meine Meynung, die sich auf einige nachher zu erwähnende Versuche gründet, ist diese, daß die Elasticität und Dichtigkeit einer elastisch flüssigen Materie allein nicht hinreichen, um die Geschwindigkeit, mit welcher der Schall sich darin verbreitet, genau zu bestimmen, sondern daß diese Geschwindigkeit außerdem noch von einer gewissen chemischen Eigenschaft einer solchen Flüssigkeit abhängt, die ich aber weiter nicht zu bestimmen weiß. Es möchte sich wohl der Erfahrungssatz, daß der Schall in der Luft schneller fortgeht, als die Theorie es lehrt, füglich so allgemeiner ausdrücken lassen: Eine (natürliche oder künstliche) Mischung von Stickgas und Sauerstoffgas macht ihre (eigenthümlichen und mitgetheilten) Schwingungen schneller, als es nach der gewöhnlichen Theorie geschehen sollte, und schneller, als jede dieser beyden Flüssigkeiten für sich.

204.

Durch die verschiedenen Gas-Arten sollte der Schall eigentlich nach der Theorie im Verhältnisse der Quadratwurzeln ihrer specifischen Elasticität schneller oder langsamer, als durch die athmosphärische Luft verbreitet werden; wenn also die absolute Elasticität ebendieselbe ist, sollten sich die Geschwindigkeiten des Schalles bey einerley Temperatur umgekehrt wie die Quadratwurzeln der specifischen Schweren verhalten. Nun möchte es wohl unmöglich seyn, eine Strecke von einer solchen Gas-Art zu haben, die hinlänglich lang wäre, um durch die Erfahrung unmittelbar zu erforschen, in welcher Geschwindigkeit der Schall sich durch dieselbe verbreitet; es ist aber ebendasselbe, wenn man untersucht, um wieviel der Ton einer Pfeife, die mit einer Gas-Art angefüllt und umgeben ist, und mit ebenderselben angeblasen wird, bey einerley Schwingungsart höher oder tiefer ist, als der Ton, welchen die athmosphärische Luft in ebenderselben Pfeife giebt, weil wegen der Uebereinstimmung eigenthümlicher und mitgetheilter Schwingungen die Geschwindigkeiten des Schalles in ebendenselben Verhältnissen, wie diese Töne stehen würden. Folgende Versuche dieser Art, welche ich in Voigts Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde im 3ten Stücke des ersten Bandes bekanntgemacht habe, gaben einige von der Theorie etwas abweichende Resultate.

Es ward eine offene zinnerne Orgelpfeife, an welcher die Länge der schwingenden Luftsäule von der Ritze, wo die eingeblasene Luft ausgeht, bis zu dem Ende, etwa 6 Zoll betrug, an dem obern Ende in dem Halse einer gläsernen Glocke, die mit einem Hahne wohl verschlossen werden konnte, befestigt. Bey dem Untertauchen der gläsernen Glocke unter das Wasser

ward also zu Vermeidung aller Beymischung der athmosphärischen Luft zugleich auch die Pfeife mit Wasser angefüllt. An den Hals der Glocke ward eine Blase angeschraubt, die ebenfalls mit einem Hahne versehen war, und vorher, soviel als möglich, zusammengedrückt und ausgesogen ward. Hierauf ward sowohl die Glocke, als auch die an den Hals derselben geschraubte Blase mit dem zu untersuchenden Gas soweit angefüllt, daß das Wasser, womit die Glocke gesperrt war, innerhalb und außerhalb der Glocke gleiche Höhe hatte, so daß der Druck, welchen das Gas erhielt, dem Drucke der Athmosphäre gleich war. Das Anblasen der Pfeife geschah durch Drücken der Blase, es war hierbey alle Behutsamkeit nöthig, um zu verhindern, daß nicht etwa anstatt des tiefsten Tones einer der höhern in der natürlichen Zahlenfolge enthaltenen Töne zum Vorschein kam; es war also ein schwacher und gleichförmiger Druck der Blase erforderlich, welcher aber, so oft man wollte, sich wiederholen ließ, weil bey einem Nachlassen des Drückens das überflüßige Gas wieder in die Blase zurückgieng. Das Verfahren war bey einer Gas-Art, wie bey der andern; auch die Temperatur war bey allen Versuchen ungefähr ebendieselbe, nähmlich so, wie sie an etwas kühlen Frühlingstagen, wo man es allenfalls ohne künstliche Wärme aushalten kann, zu seyn pflegt; nach dem Gefühle schätzte ich sie ungefähr auf 10 bis 12 Reaum. Grade. Zu genauerer Beurtheilung der Töne hatte ich zwey Saiten mit dem Tone, welchen gemeine Luft gab, in den Einklang gestimmt.

Zuvörderst ward, um zu sehen, ob die Geschwindigkeit der Schwingungen bey einer solchen elastischen Flüssigkeit durch die Einschließung derselben in die Glocke vielleicht etwas verändert würde, die Glocke sowohl als die Blase mit gemeiner Luft angefüllt, wobey aber der Ton ebenderselbe war, als wenn die Pfeife in freyer Luft angeblasen ward, nur aber weit schwächer, welches man auch nicht anders erwarten konnte, weil die Schwingungen der in der Glocke eingeschlossenen Luft nur durch die Wände der Glocke und durch das Wasser weiter verbreitet, und der übrigen athmosphärischen Luft mitgetheilt werden konnten. Ohngeachtet aus diesem Grunde der Klang auch bey den übrigen Versuchen etwas schwach war, konnte man ihn doch vollkommen deutlich hören.

In Sauerstoffgas aus Braunstein war der Klang über einen halben Ton oder beynahe einen ganzen Ton tiefer, als in gemeiner Luft. Dieses stimmt nur beynahe mit der Theorie überein, nach welcher der Unterschied etwas weniger als einen halben Ton betragen müßte, wenn die Schwere des Sauerstoffgas zu der Schwere der athmosphäri-

schen Luft sich wie 1,103 zu 1 verhält, und die Töne sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln dieser Schweren verhalten sollen.

Die auffallendste Abweichung von der Theorie zeigte sich bey dem Stickgas. Man sollte nähmlich erwarten, daß die Geschwindigkeit der Schwingungen bey demselben etwas größer, als bey der gemeinen Luft seyn müßte, weil es eine etwas größere specifische Elasticität hat, indem dessen specifische Schwere sich zur Schwere der gemeinen Luft ungefähr wie 0,985 : 1 verhält, die Erfahrung aber lehrte das Gegentheil, indem der Klang vielmehr um einen halben Ton tiefer war. Da man bey einer so unerwarteten Erscheinung vielleicht eine Täuschung hätte vermuthen können, so wurden drey Arten von Stickgas in dieser Absicht untersucht, deren eine durch Schwefelleber, die andere durch ein Gemisch von Eisenfeile und Schwefel, die dritte durch Salpetergas aus der gemeinen Luft abgeschieden war; in allen 3 Arten löschte eine Flamme in einem Augenblicke aus, sie gaben alle drey einerley Ton. Sollte man auch bey dem durch Eisen und Schwefel abgeschiedenen Stickgas eine kleine Beymischung von Wasserstoffgas haben vermuthen können, so hätte wegen der geringern specifischen Schwere desselben der Ton dadurch eher erhöht, als erniedrigt werden müssen, so daß man es also wohl als einen Erfahrungssatz annehmen kann, daß das Stickgas, es sey bereitet, wie man wolle, ohngeachtet seiner geringern specifischen Schwere doch langsamer schwingt, als die athmosphärische Luft.

Eine merkwürdige Erscheinung zeigte sich auch bey einer Mischung von Stickgas und Sauerstoffgas. Man hätte vermuthen sollen, daß das Stickgas als eine leichtere Materie schneller und das Sauerstoffgas als eine schwerere Materie langsamer schwingen müsse, als die athmosphärische Luft, und daß sowohl diese, als auch eine derselben ähnliche künstliche Mischung dieser Gas-Arten ungefähr die Mitte zwischen beyden halten müsse. Die Erfahrung aber lehrt, daß, wie jetzt erwähnt worden, jede dieser Gas-Arten langsamer schwingt, als die athmosphärische Luft, daß aber eine künstliche Mischung dieser beyden Gas-Arten schneller schwingt, als jede derselben für sich, und zwar so, daß sie eben den Ton giebt, wie die athmosphärische Luft, welche etwa 0,73 Stickgas und 0,27 Sauerstoffgas enthält. Die zu dem Stickgas gemischte Quantität von Sauerstoffgas mochte dem Augenscheine nach Anfangs etwa den vierten, und nachher ungefähr den dritten Theil, oder auch etwas mehr, betragen, welches weiter keine beträchtliche Veränderung des Tones verursachte. Wahrscheinlich beruhen die beyden sonderbaren Erscheinungen,

daß eine Mischung dieser Gas-Arten schneller schwingt, als jede derselben einzeln, und daß die Geschwindigkeit des Schalles durch die Erfahrung größer, als durch die Theorie gefunden wird, auf einerley Ursache.

Wasserstoffgas gab weit höhere Töne, als die athmosphärische Luft; bey dem aus Eisen und Schwefelsäure betrug der Unterschied etwas über eine Octave, bey dem aus Zink und Kochsalzsäure beynahe eine Octave und einen ganzen Ton, bey dem aus Wasserdämpfen, die durch eine glühende eiserne Röhre geleitet wurden, etwas über eine Octave und eine kleine Terz. Dieser Unterschied ist aber doch nicht so beträchtlich, als man bey der so geringen Schwere dieses Gas erwarten sollte, deren Verhältniß zu der Schwere der gemeinen Luft man, wenn das Gas ganz rein ist, ungefähr wie 0,084 zu 1 annimmt. Wenn also die Töne sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Schweren verhalten hätten, so müßte bey dem Wasserstoffgas aus Eisen und Schwefelsäure, wenn man es auch nur 6 oder 7mahl leichter annimmt, als athmosphärische Luft, doch der Ton ungefähr um eine Octave und eine große Terz, und bey dem leichtesten Wasserstoffgas ungefähr um eine Octave und eine kleine Septime höher gewesen seyn.

Der Ton des kohlensauren Gas aus Kreide und Schwefelsäure war fast um eine große Terz tiefer, als der Ton der athmosphärischen Luft, welches ziemlich genau mit der Theorie übereinstimmt, da die Schweren dieser Flüssigkeiten sich wie 1, 5 zu 1 verhalten.

Salpetergas aus Salpetersäure und Kupfer war nicht sehr zum Klingen geneigt; es war auch etwas Stärke des Druckes der Blase, und viele Behutsamkeit nöthig, weil sonst anstatt des verlangten tiefsten Tones leicht einer der höhern zum Vorschein kam. Der mit einiger Mühe erhaltene tiefste Ton war ungefähr um einen halben Ton tiefer, als der Ton der athmosphärischen Luft, welches ziemlich mit der Theorie übereinstimmt, da dieses Gas schwerer ist, und die Schweren sich wie 1,195 zu 1 verhalten. Der Ton war also ungefähr ebenderselbe, wie der Ton des Stickgas, ohngeachtet des so beträchtlichen Unterschiedes der Schwere dieser beyden Gasarten.

Wenn nun der Ton, welchen in einer Pfeife von einer gewissen Länge die athmosphärische Luft giebt, das 2 gestrichene c ist, so wird nach diesen Beobachtungen geben: Sauerstoffgas zwischen 1 gestrichen b und h; Stickgas 1 gestrichen h; eine Mischung von Stickgas

und Sauerstoffgas eben so, wie die athmosphärische Luft, 2 gestrichen c; Wasserstoffgas, nachdem es leichter ist, zwischen 3 gestrichen c und c; kohlensaures Gas ungefähr 1 gestrichen gis; Salpetergas 1 gestrichen h. Was also die Geschwindigkeiten betrift, mit welchen der Schall eines andern schwingenden Körpers durch diese Gasarten würde verbreitet werden, so würden sie sich allem Ansehen nach wie die hier angegebenen Töne verhalten, es würde also bey einerley Drucke und bey einer von 10 bis 11 Reaumürischen Graden nicht allzusehr verschiedenen Temperatur der Schall in einer Secunde durch folgende Weiten gehen:

In athmosphärischer Luft, wie auch in einer ihr ähnlichen künstlichen Mischung von Sauerstoffgas und Stickgas ungefähr durch = = 1038 Par. Fuß.
In Sauerstoffgas ungefähr durch = = = = 950 bis 960 Fuß.
In Stickgas = = = = = = = 990 Fuß.
In Wasserstoffgas = = = = = = = 2100 bis 2500 Fuß.
In kohlensaurem Gas = = = = = = = 840 Fuß.
In Salpetergas = = = = = = = 980 Fuß.

Die nach der gewöhnlichen Theorie auf die §. 169. angegebene Art zu findenden Geschwindigkeiten würden davon beträchtlich abweichen; sie würden nähmlich seyn, wenn man die vorher angegebenen Verhältnisse der specifischen Schwere annimmt, bey der athmosphärischen Luft ungefähr 887 Fuß, bey dem Sauerstoffgas 844,57, bey dem Stickgas 893,7, bey dem Wasserstoffgas, wenn es ganz rein ist, 3060, bey dem kohlensauren Gas 724,2, bey dem Salpetergas 811,4.

Es ist also wohl außer Zweifel, daß die Geschwindigkeit der Schwingungen einer elastischen Flüssigkeit nicht von der specifischen Elasticität allein, sondern noch außerdem von einer andern chemischen Eigenschaft derselben abhängt, die wohl eine noch weitere Untersuchung verdiente.

Wenn bey gegenwärtigen Versuchen Wasserstoffgas mit gemeiner Luft, oder Stickgas mit Sauerstoffgas gemischt ward, so war es nicht eher möglich, einen bestimmbaren Ton zu erhalten, als bis die Mischung der beyden elastischen Flüssigkeiten durch mehrmalige Uebergänge aus der Blase in die Glocke und so umgekehrt, an allen Stellen des eingeschlossenen Raumes war gleichförmig geworden; es konnte nähmlich, während daß die Mischung sich veränderte, unmöglich eine Gleichzeitigkeit der Schwingungen Statt finden, in welcher der

wesentliche Unterschied eines Klanges von einem Geräusche besteht. Eben so bemerkt man bisweilen in einem Musiksale, daß ohngeachtet aller Geschicklichkeit und Aufmerksamkeit der Musiker die Töne der Blasinstrumente oder auch der menschlichen Stimme doch bisweilen etwas unrein klingen; der Grund davon ist nicht etwa, wie man gewöhnlich glaubt, weil die Luft durch Athmen, Ausdünstung, Wärme u. s. w. verdorben oder verändert ist, sondern weil sie durch dergleichen Umstände in Ansehung ihrer Mischung und Ausdehnung verändert wird, und also während des Fortganges dieser Veränderung unmöglich eine jede Schwingung mit der nächstfolgenden ganz genau von gleicher Dauer seyn kann. Der Grund, warum es so schwer war, bey dem Salpetergas einen bestimmbaren Ton zu erhalten, war ebenfalls kein anderer, als weil der Zutritt der athmosphärischen Luft sich nicht so ganz genau verhindern ließ, daß nicht irgend ein Theil dieses Gas hätte können in salpetersaure Dämpfe umgeändert werden, so daß also die in der Blase und Glocke enthaltene elastische Flüssigkeit nicht immer an allen Stellen gleichförmig war.

Eine Beobachtung, welche den hier erwähnten Versuchen analog ist, findet sich in der Bibliotheque britannique, No. 79, 80, pag. 347. und in Voigts Magazin für Naturkunde 2. B. 1. St. S. 118, wie auch in Gilberts Annalen der Physik, 2. B. 2. St. S. 200. Maunoir athmete bey Paul in Genf Wasserstoffgas aus Scherz ein, und empfand keine Unbequemlichkeit. Als er aber sprechen wollte, hatte seine Stimme einen so grellen Klang (grêle et fluté), daß er erschrak. Paul wiederholte den Versuch mit demselben Erfolge.

1. Anm. Da ich nicht selbst den zur gegenwärtigen Versuchen erforderlichen Apparat besitze, so ersuchte ich bey einem Aufenthalte in Wien den Herrn Professor von Jacquin darum, welcher auch so gefällig war, alles mit vielem Eifer zu veranstalten. Es waren außerdem noch zwey einsichtsvolle Physiker zugegen, Herr Professor Remigius Döttler, und Herr Hauptmann von Tihavsky, welcher sich durch die Vernichtung der Ruprecht-Tondischen Erdmetalle vortheilhaft bekannt gemacht hat; beyde werden es bezeugen können, daß diese Versuche mit aller Genauigkeit sind angestellt worden, und daß dabey schwerlich eine Täuschung möchte Statt gefunden haben. Es wäre zu wünschen, daß mehrere Naturforscher Versuche dieser Art bey höhern und niedern Graden der Temperatur anstellten. Die §. 206. zu erwähnenden Versuche Anderer über den Schall in verschiedenen Gasarten betreffen nicht die Geschwindigkeit, sondern die Stärke des Schalles.

2. Anm. Da bey drey verschiedenen Sorten Wasserstoffgas der Ton nach Verschiedenheit ihrer mehrern oder mindern Reinigkeit etwas höher oder tiefer war, so thut Herr von Armin in Gilberts Annalen der Physik 3. B. 2. St. S. 200. den Vorschlag, die Güte des Wasserstoffgas, was bisher fast unmöglich war, zu messen, und zwar in einem solchen Apparate, wie hier

beschrieben ist, (Hydrogenometer) durch die Höhe des angegebenen Tones. Er vermuthet, daß auch ein brauchbares Eudiometer und Manometer für luftförmige Flüssigkeiten sich möchten darnach einrichten lassen.

3. Anm. Nach neuern Versuchen, besonders von Prony, im Journal polytechnique, IV. Cahier, weicht das Stickgas in Ansehung seiner Ausdehnbarkeit durch die Wärme sehr von den andern Gasarten ab, auch ist die Ausdehnbarkeit der Mischung desselben mit Sauerstoffgas, oder der gemeinen Luft sehr von der Ausdehnbarkeit einer jeden von diesen beyden Gasarten für sich verschieden. Vielleicht findet sich hierin einige Analogie mit der vorher erwähnten verschiedenen Geschwindigkeit der Schwingungen beyder Gasarten, und einer Mischung derselben. Diese Verschiedenheit der Eigenschaften läßt allem Ansehen nach auf eine mehr chemische als blos mechanische Verbindung beyder Gasarten schließen; es möchte aber eine Beobachtung des Hrn. Prof. Remigius Döttler in Wien, welche von andern Naturforschern wiederholt zu werden verdient, vielmehr das Gegentheil vermuthen lassen. Er ließ eine über 5 Fuß lange und $1\frac{1}{2}$ Zoll weite gläserne Röhre, die mit gemeiner Luft angefüllt und an beyden Enden wohl verstopft war, über ein Jahr lang senkrecht unverrückt stehen, da sich denn die Bestandtheile der Luft nach ihrer verschiedenen specifischen Schwere einigermaßen von einander abgesondert hatten, so daß in dem oben befindlichen Stickgas eine Flamme verlöschte, in dem unten befindlichen schwerern Sauerstoffgas aber stärker, als in gemeiner Luft, brannte.

## 205.

Die Stärke, mit welcher ein Schall durch die Luft verbreitet wird, hängt ab:

I) Von der Größe des schallenden Körpers; je größer nähmlich die Fläche dieses Körpers ist, welche bey den Schwingungen die damit in Berührung stehende Luft erschüttert, desto stärker werden auch diese Schwingungen der Luft mitgetheilt; so z. B. wird eine Saite, die auf einen Resonanzboden gespannt ist, die Luft stärker erschüttern, als ebendieselbe Saite, wenn sie blos auf eine schmale Leiste gespannt ist, die mit keinen andern festen Körpern in Berührung steht.

II) Von der Stärke der Schwingungen des schallenden Körpers; je stärker er nähmlich schwingt, d. i. je weitere Excursionen er bey seinen Schwingungen macht, desto mehr werden die Lufttheile, welche mit demselben in Berührung stehen, und mithin auch alle übrigen aus ihrer natürlichen Lage verrückt, es wird also die Luft bey den Schallwellen desto mehr verdichtet und verdünnt.

III) Von der Zahl der Schwingungen; es wird nähmlich, wenn schnellere oder langsamere Schwingungen so geschehen, daß jede einzelne Schwingung die Luft mit einerley

Kraft in Bewegung setzt, ein hoher Ton wegen der größern Zahl der in einerley Zeit geschehenden Schwingungen mehrere Würkung auf das Gehör äußern, als ein tiefer. Wenn nun beyde gleiche Würkung thun sollen, so müssen die Kräfte, welche jede einzelne Schwingung äußert, sich umgekehrt wie die Zahlen der Schwingungen verhalten. Die besten Bemerkungen sowohl hierüber, als auch über das, was bey Saiten- und Blasinstrumenten zu Bewürkung einer gleichförmigen Stärke erforderlich ist, finden sich in dem Werke des Grafen Giordano Riccati delle corde ovvero fibre elastiche, Schediasm. VI.

IV) Von der kleinern oder größern Entfernung; der gewöhnlichen Theorie nach vermindert sich die Stärke des Schalles, (so wie die Stärke einer jeden aus einem gemeinschaftlichen Mittelpuncte nach allen Richtungen ausgehenden Bewegung) wie die Quadrate der Entfernung von dem Orte, wo die Bewegung hervorgebracht wird. Andere behaupten, die Verminderung geschehe in dem Verhältnisse der Entfernungen selbst, welches erst noch durch anzustellende Versuche auszumachen wäre.

V) Von der Dichtigkeit der Luft; man nimmt gewöhnlich an, daß die Stärke des Schalles in deren geradem Verhältnisse zu- und abnimmt. Einen im luftleeren Raume hervorgebrachten Schall würde man nicht hören, wenn man verhindern könnte, daß die zitternde Bewegung nicht etwa durch die Unterlage, worauf der schallende Körper ruht, oder wenn er etwa an einem Faden aufgehängt ist, dadurch, daß dieser den Wänden die Schwingungen mittheilt, könnte weiter verbreitet werden. So fand auch Zanetti, daß in einem offenen Gefäße, worin die Luft erwärmt, und also deren Dichtigkeit ohne die Elasticität zu ändern, vermindert ward, der Schall viel schwächer war. (Hawksbee exper. T. II. p. 323.) Ein Beyspiel von einer Verstärkung des Schalles durch Verdichtung der Luft findet sich in Gilberts Annalen der Physik, im ersten Stücke des 9ten Bandes S. 50., wo Roebuck, da er sich in dem Windgewölbe der Devoner hohen Oefen eine Zeitlang aufhielt, bemerkt hat, daß in der durch die Blasebälge sehr zusammengedrückten Luft bey dem Sprechen, oder auch, wenn an etwas geschlagen ward, der Schall beträchtlich stärker war, als gewöhnlich.

VI) Von der Richtung, nach welcher der schallende Körper die angränzende Luft stößt. So hört man z. B. den Klang einer senkrecht gehaltenen gläsernen oder metallenen Scheibe, die mit dem Violinbogen gestrichen wird, stärker, wenn man sich in einer

gegen die Fläche gekehrten Richtung befindet, als in einer solchen, die mit der Scheibe in einer Ebene ist. Auch vernimmt man alles was gesprochen wird, stärker und deutlicher, wenn der Redende herwärts, als wenn er abwärts spricht. Bey einer entfernten Kanonade kann man die hin- oder herwärts gehenden Schüsse durch das Gehör leicht unterscheiden, worüber ich im Jahre 1796. zu Heidelberg bey Annäherung der französischen Armee einige Bemerkungen zu machen Gelegenheit hatte. Es verbreitet sich nähmlich der Schall aus einem gemeinschaftlichen Mittelpuncte zwar nach allen Richtungen, jedoch ist der Grad der Verdichtung, welchen die Luft erhält, nach der Richtung, in welcher sie gestoßen wird, stärker, als nach den andern.

VII) Von der Richtung des Windes; es scheint nähmlich, als ob der Wind gewissermaßen eine Umbiegung vieler Schallstralen, die sonst seitwärts gegangen wären, bewürkte, so daß also, wenn er von dem schallenden Körper herwärts geht, mehrere Schallstralen zum Ohre gelangen, als wenn er abwärts geht.

Anm. zu n. V. Der Schall muß sich also auch wohl mehr von unten nach oben, als von oben nach unten verbreiten, weil die Bewegung der untern dichtern Luft mehr Würkung auf die obere dünne, als eine Bewegung der dünnern auf die dichtere äußern muß. Bey einer Besteigung des Münsterthurmes zu Ulm bemerkte ich, daß in einer ziemlichen Höhe alle Fußtritte der unten vorübergehenden, und jedes andere unten erregte Geräusch auffallend deutlich zu hören waren.

206.

Die Stärke, mit welcher der Schall in verschiedenen Gasarten sich verbreitet, soll nach Priestley (in Observ. et exper. sur différentes branches de la Physique Tom. III. p. 355.) blos von der Dichtigkeit derselben, und nicht von einem chemischen Bestandtheile abhängen. Er hat zu seinen Versuchen sich einer Klingel mit einem Hammer bedient, welche unter eine mit der zu untersuchenden Gasart angefüllte Glocke gestellt war, und hat beobachtet, in welcher Entfernung der Schall noch konnte vernommen werden. In Wasserstoffgas fand er den Schall fast so wenig hörbar, als im luftleeren Raume; in kohlensaurem Gas lauter als in gemeiner Luft, so daß er fast um die Hälfte weiter zu hören war; in Sauerstoffgas ebenfalls lauter, als in gemeiner Luft, und zwar, wie er glaubt, mehr, als man in Ansehung der Dichtigkeit erwarten sollte. Die Versuche, welche Perolle fast auf ebendieselbe Art vermittelst einer Glocke, die in einem mit der Gasart angefüllten gläsernen Recipienten durch ein Uhrwerk angeschlagen ward, anstellte, gaben etwas andere Resultate. Er

hat seine Beobachtungen erst in den Mém. de l'Académie de Toulouse 1781, und nachher ausführlicher in den Mém. de l'Acad. de Turin 1786—1787. bekannt gemacht. In kohlensaurem Gas (aus Kreide und schwacher Salpetersäure) war der Klang ein wenig tiefer und dumpfer, als in gemeiner Luft, und weniger weit zu hören. Daß der Ton der Glocke etwas tiefer war, kommt meines Erachtens daher, weil durch den Widerstand dieser Gasart, welche die übrigen an Dichtigkeit sehr übertrift, die Schwingungen der damit umgebenen Glocke etwas verzögert werden mußten, so wie dieses in weit höherem Grade bey einem unter Wasser getauchten klingenden Körper geschieht. In Sauerstoffgas, wie auch in Salpetergas war der Schall etwas deutlicher als in athmosphärischer Luft, und weiter zu hören. In Wasserstoffgas (aus Schwefelsäure und Eisenfeile) sehr undeutlich, so daß es mehr ein schwaches dumpfes Geräusch war, als ein bestimmter Klang, fast wie ein schwacher Schlag auf einen wenig elastischen Körper, er war auch nicht weit zu hören. Stickgas ist weder von ihm, noch von Priestley untersucht worden. Perolle bestimmt die Fähigkeit der verschiedenen Gasarten, den Schall zu verbreiten, so, daß wenn die Leitungsfähigkeit der gemeinen Luft = 1 angenommen wird, die des Sauerstoffgas = 1,135, des Salpetergas = 1,23, des kohlensauren Gas = 0,82, und des Wasserstoffgas = 0,234 ist.

Bey meinen §. 204. erwähnten Versuchen über die Geschwindigkeit der Schwingungen verschiedener Gasarten habe ich keine auffallende Verschiedenheit der Stärke bemerkt, außer daß der Klang des Wasserstoffgas schwächer, und des Salpetergas (weil ein Theil desselben bey einem Hinzukommen von etwas weniges athmosphärischer Luft sich in salpetersaure Dämpfe zu verwandeln anfieng) am schwächsten und unvollkommensten war. Soviel ich mich erinnere, war der Klang des Sauerstoffgas noch etwas lauter, als der Klang der athmosphärischen Luft.

Anm. Meine im 204ten §. und zuerst im Voigtischen Magazine beschriebenen Versuche sind im Pariser Bulletin des sciences (Pluviose, an 6.) und in dem Journal de Physique (Messidor 1, an 6.) sehr unvollkommen, und mitunter etwas unrichtig erwähnt worden. Dadurch ward Perolle veranlaßt, in einem Schreiben an Delamétherie im 5ten Theile des Journal de physique S. 455. meinen Behauptungen zu widersprechen, wobey er sich auf die von ihm angestellten und im gegenwärtigen §. erwähnten Versuche beruft. Diesen nur auf einem bloßen Mißverständnisse beruhenden Widerspruch hat Herr von Arnim in Gilberts Annalen der Physik, im 2ten Stücke des 3ten Bandes S. 193. u. f. vollkommen gut berichtigt. Meine Versuche dienen dazu, um die Geschwindigkeit der Schwingungen einer Gasart zu erforschen; die Versuche von Priestley und Perolle aber betreffen die Stärke, mit welcher die Schwingungen eines andern elastischen Körpers durch diese Gasarten fortgeleitet werden. In beyden Arten von Versuchen findet sich auch nicht das mindeste, was bey gehöriger Beurtheilung derselben einander widersprechen

könnte; denn bey den Versuchen von Priestley und Perolle hängt der Ton oder die Geschwindigkeit der Schwingungen von der Zahl der Eindrücke ab, welche die angeschlagene Glocke, oder ein anderer klingender Körper der umher befindlichen elastischen Flüssigkeit giebt, und durch die Dichtigkeit dieser Flüssigkeit wird die Stärke bestimmt, mit welcher der Schall fortgeleitet wird, so daß nothwendig (einige auf chemischen Eigenschaften der Flüssigkeit beruhende Abweichungen nicht mit gerechnet) in einer dichtern Flüssigkeit der Schall stärker seyn muß, als in einer dünnern. Bey meinen Versuchen hingegen hängt der Ton oder die Geschwindigkeit der Schwingungen bey einerley Länge der Pfeife von der Dichtigkeit der elastischen Flüssigkeit ab, so, daß eine dünnere Flüssigkeit (weil bey einerley absoluter Elasticität weniger Masse in Bewegung gesetzt wird) nothwendig schneller, als eine dichtere schwingen muß, und zwar (einige Abweichungen wegen chemischer Eigenschaften nicht mit in Anschlag gebracht) im umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln der Dichtigkeit. Beyde Arten von Versuchen zusammengenommen lehren, daß, wie man auch vorher vermuthen konnte, eine leichtere Gasart (mit Ausnahme einiger Abweichungen) den Schall schneller, aber auch mit weniger Stärke, eine schwerere Gasart hingegen langsamer, jedoch mit mehrerer Stärke fortleitet.

207.

Die Weite, in welcher man einen durch die Luft verbreiteten Schall hören kann, hängt hauptsächlich von der Stärke ab, mit welcher er verbreitet wird, mithin von allen den §. 205. erwähnten Umständen, durch welche die Stärke desselben bestimmt wird. Besonders hat die Richtung des Windes vielen Einfluß darauf. Auch können verschiedene Nebenumstände, z. B. die Richtung der Gebürge zu der Hörbarkeit des Schalles in einer größern oder geringern Weite beytragen. Sehr viel kommt auch darauf an, ob sonst alles umher still ist.

Bey einer Belagerung von Genua konnte man die Schüsse 90 Italiänische Meilen weit (philosoph. transact. n. 113.) und bey der Belagerung von Manheim 1795. konnte man sie zu Wallerstein und zu Nördlingen, also in einer Entfernung von ungefähr 21 deutschen Meilen noch sehr deutlich hören. Unter den musikalischen Klängen ist die Russische Hörnermusik, von welcher J. C. Hinrichs in einer zu Petersburg 1796. herausgekommenen Schrift die besten Nachrichten giebt, am weitesten zu hören, wenn alles still ist, wohl 5 bis 7 Werste, also fast eine deutsche Meile weit.

Ein gewöhnliches Mittel, um einen sehr entfernten Schall deutlicher zu hören, ist, wenn man sich mit dem Ohre dicht an die Erde legt, wovon im Felde öfters Gebrauch gemacht wird. Franklin (in Experiments and observations, London 1774, p. 445.) versichert, den Schall zweyer Steine, die auf einander geworfen wurden, fast so deutlich gehört zu haben, als ob es dicht vor seinem Ohre geschähe. Die Ursache, warum man auf diese Art

z. B. eine entfernte Kanonade, oder den Marsch einer Armee, oder das Fahren des Geschützes über eine Brücke in einer sonst ungewöhnlichen Entfernung vernehmen kann, ist, weil die Oberfläche der Erde rings umher etwas mit erschüttert wird, und also gewissermaßen als Resonanzboden dient. Eine solche Erschütterung der Erdoberfläche ist unter manchen Umständen, selbst in sehr festgebauten Häusern z. B. bey schnellem Vorüberfahren eines Wagens bisweilen nicht nur hörbar, sondern auch sonst fühlbar.

203.

Um in einer größern Weite, als gewöhnlich, die menschliche Stimme hörbar zu machen, bedient man sich eines Sprachrohres. Soll dieses gehörig eingerichtet seyn, so müssen die durch das Hineinsprechen erregten Verdichtungen der Luft, welche ohne dasselbe nach allen Richtungen würden verbreitet werden, sich gegen dessen Wände so stemmen, daß sie bey ihrem weiteren Fortgange eine so viel als möglich, mit der Axe des Rohres parallele Richtung annehmen, und dadurch den nach dieser Richtung ausgehenden Schall verstärken. Ein Rohr von cylindrischer oder prismatischer Gestalt, oder überhaupt eins, das überall gleiche Weite hat, würde diese Absicht nicht erfüllen; wenn nähmlich Fig. 259. ein solches Rohr vorstellt, so werden Schallstralen, die von dem Munde bey C nach den Richtungen F und G ausgehen, und ohne dasselbe sich nach diesen Richtungen zerstreuen würden, zwar zusammengehalten, und innerhalb des Rohres mehremahl gebrochen, bey dem Herausgehen aber würden sie sich nach den Richtung M und N und so überhaupt nach allen Richtungen zerstreuen; man würde also durch ein solches Rohr weiter nichts gewinnen, außer, daß der Schall ungeschwächt, und noch etwas klingender bey L eben so gehört würde, als ob er an diesem Ende des Rohres wäre hervorgebracht worden. Ein solches Rohr würde also nur dazu am brauchbarsten seyn, daß, wenn es sehr lang wäre, und der Hörende das eine Ende an das Ohr hielte, zwey Personen bey einem sehr leisen Sprechen sich einander in einer beträchtlichen Entfernung verständlich machen könnten, ohne daß ein dritter etwas davon vernähme. Es wird ein dergleichen Rohr deshalb auch weit schicklicher ein Communicationsrohr, als ein Sprachrohr genennt. Die Eigenschaft einer überall gleich weiten Röhre, den Schall, weil er sich nicht weiter ausbreiten kann, ungeschwächt zu erhalten, bemerkte auch Kircher in einer alten römischen Wasserleitung, in welcher er den Schall 600 Fuß weit mit gleicher Stärke hörte. Nach andern Nachrichten soll die Wasserleitung des Claudius den Schall mehrere Italiänische Meilen weit verbreiten. Um aber den Schall in der Entfernung verstärkt

hören zu lassen, ist es nothwendig, daß das Rohr nach dem Ende zu, welches von dem Munde abwärts gekehrt ist, weiter sey. Die vortheilhafteste Gestalt eines Sprachrohres ist, wie Lambert gezeigt hat, ein abgekürzter Kegel, es werden nähmlich in demselben alle an dessen Seitenwände anstoßenden Schallstralen so gebrochen, daß sie nach einer oder mehreren Brechungen, Fig. 260, mit der Axe parallel werden, oder wenigstens nicht sehr davon abweichen. Nennt man den Kegelwinkel p und den ersten Einfallswinkel eines Schallstrahls q, so sind dessen Einfallswinkel $q$, $q-p$, $q-2p$, $q-3p$ u. s. f. bis diese Reihe bey weiterer Fortsetzung würde anfangen negativ zu werden, es wird also die Abweichung von der Axe bey jeder Brechung kleiner. Ein paraboliſches Rohr thut weniger Würkung, als ein kegelförmiges von gleicher Länge. Alle solche Figuren, welche bey ihrer Erweiterung ihre Convexität der Axe zukehren, dergleichen man bey Blasinstrumenten mit Vortheil anwendet, taugen zu dieser Absicht nicht, weil sie den Schall zu sehr zerstreuen. Ein elliptisches Rohr thut nach den Beobachtungen des Prof. Huth keine vortheilhafte Würkung.

Einige behaupten, ein Sprachrohr müsse, um den Klang noch mehr durch seine eigenen Schwingungen zu verstärken, aus einer sehr elastischen Materie bestehen, andere hingegen, es müsse die Materie so unelastisch, als möglich, seyn, damit durch die Schwingungen des Rohres der Schall nicht undeutlich werde. Wahrscheinlich hat aber dieser Umstand wenig Einfluß auf die Verstärkung des Schalles; es könnte nähmlich ein solches Mitzittern des Rohres den Schall wohl deshalb nicht sehr nach der verlangten Richtung verstärken, weil es ihn auch nach außen verbreiten würde; es könnte aber auch wohl schwerlich den Schall viel undeutlicher machen, weil die Erfahrung lehrt, daß feste Körper ebensowohl, wie die Luft, auch einen articulirten Schall fortzuleiten im Stande sind. Auf die Beschaffenheit der innern Oberfläche, ob sie nähmlich rauh oder glatt ist, möchte wohl nur wenig ankommen.

Man beurtheilt gewöhnlich die Veränderungen der Richtung des Schalles auf eben die Art, wie die Zurückbrechungen der Lichtstralen von einer Spiegelfläche, wo der Brechungswinkel dem Einfallswinkel gleich ist. Es scheint diese Vorstellungsart nicht ganz der Natur gemäß zu seyn, indem die Bewegung des Schalles darin von der Bewegung des Lichtes abweicht, 1) daß die Rückwürkung des Lichtes, wenn es auf eine Fläche fällt, von der Beschaffenheit eines jeden einzelnen Punctes derselben, die Rückwürkung des Schalles aber von der Gestalt der Fläche, gegen welche sich die zusammengedrückte Luft stemmt, im Ganzen abhängt, 2) daß der Schall wegen neuer Mittelpuncte von Schallstralen nach allen möglichen

Richtungen, ungefähr so wie die Wellen des Wassers in die damit noch nicht erfüllten Räume geht; es möchten also dergleichen Veränderungen der Richtung des Schalles wohl mehr Aehnlichkeit mit denen Bewegungen haben, welche auf der Oberfläche des Wassers geschehen, wenn eine Welle an ein festes Hinderniß anstößt, es gehen nähmlich die dadurch neuerregten Wellen von der Stelle des Anstoßens so aus, daß ihr Mittelpunct eben so weit hinter dieser Fläche sich befinden würde, als der Punct, von welchem die anstoßende Welle ausgieng, sich vor derselben befindet. Es würde aber diese Vorstellungsart ungefähr eben dieselben Resultate in Ansehung der Würkung eines Sprachrohrs geben, wie die gewöhnliche Reflexionstheorie.

Anm. Für den Erfinder des jetzt gewöhnlichen Sprachrohrs hält man gewöhnlich den Ritter Samuel Morland, welcher 1670. eines, das wie eine Trompete gestaltet war, erst aus Glas, und sodann aus Kupfer verfertigen ließ, und in einer Schrift: An account of a speaking trumpet, by Sam. Morland, London 1671, wovon sich ein Auszug in den Philosoph. transact. n. 79. p. 3056. befindet, davon Nachricht gab. Bald darauf behauptete Athanasius Kircher, solche Werkzeuge schon früher verfertigt zu haben, aber was er in seinen früher herausgekommenen Schriften darüber sagt, so wie auch das, was anderere Schriftsteller, auf die sich Kircher beruft, über dergleichen Werkzeuge gesagt haben, betrift nicht Sprachröhre, sondern Hörröhre. Sodann beschäftigte sich (der durch seine Spiegeltelescope bekannte) Cassegrain damit, und gab ihm eine hyperbolische Gestalt, (s. Journal des Savans in der Holländischen Ausgabe tom. III. p. 131.) hierauf Conyers (philos. transact. 1678. num. 141. p. 1027.) und in Deutschland Sturm (s. dessen Collegium curiosum Norimberg. 1701. p. II. pag. 142.), welcher über Sprachröhre von mancherley Gestalten Versuche anstellte, und Joh. Matth. Hase, welcher (in s. Abhandlung de tubis stentoreis, Lips. 1719. 4.) elliptische und parabolische Gestalten empfiehlt.

Am besten ist die Theorie der Sprachröhre von Lambert in seiner Abhandlung sur quelques instrumens acoustiques in den Mémoires de l'Acad. de Berlin 1763. untersucht worden, nur ist dieses nicht zu billigen, daß er §. 9 — 12. dem Schalle blos eine solche Bewegung, wie dem Lichte zuschreibt, und auch das Echo blos aus Reflexionen erklären will, und daß er §. 13 — 15. auch die Töne der Trompeten aus Schwingungen der Metalltheilchen, verbunden mit mancherley Reflexionen der Luft, zu erklären sucht; er hatte nähmlich damahls die Schwingungen der Luft in Blasinstrumenden noch nicht so untersucht, als in spätererer Zeit, wo er in den Mémoires de l'Acad. de Berlin 1775. bessere Bemerkungen darüber lieferte. Es ist die Lambertsche Abhandlung vom Herrn Professor Huth in Frankfurth an der Oder ins Deutsche übersetzt unter dem Titel: Lamberts Abhandlung über einige akustische Instrumente, Berlin 1796. 8. herausgegeben worden, mit einigen interessanten Zusätzen. Im ersten Zusatze handelt Prof. Huth vom sogenannten Horne Alexanders des Großen. Es erzählt nähmlich Kircher in seiner Arte magna lucis et umbrae und in seiner Phonurgia, er habe in einem alten Manuscripte in der Vaticanischen Bibliothek, Secreta Aristotelis ad Alexandrum magnum betitelt, Nachricht von einem großen Horne gefunden, womit Alexander seine Armee,

wenn sie auf 100 Stadia (2½ deutsche Meile) zerstreut gewesen, soll zusammenberufen haben, und giebt eine aus dem Manuscripte entlehnte Zeichnung. (Dieses Werk ist nebst andern angeblichen Schriften von Aristoteles aus dem Arabischen in das Lateinische übersetzt von Alexander Achillinus zu Bologna 1516. herausgegeben worden, wo aber die Zeichnung etwas anders ist, als bey Kirchern). Es schien zweifelhaft, ob, wenn die Erzählung in dem wahrscheinlich untergeschobenen Buche wahr ist, dieses Horn eine Art von Blasinstrument, oder ein Sprachrohr möge gewesen seyn, welches letztere Beckmann in seiner Geschichte der Erfindungen 1. B. 4. St. 1. Art. S. 455. zu widerlegen gesucht hat. Es soll ein doppeltes Horn gewesen seyn, jedes nach einem Halbkreise gekrümmt, so mit den engern und weitern Oeffnungen zusammengefügt, daß das Ganze einen ungleich dicken hohlen Ring bildete, in welchen diametral eingesetzt zwey Oeffnungen sich befanden, eine kleinere mit einem kurzen Mundstücke versehene in der engsten Stelle des Ringes zum Hineinsprechen, und eine größere mit einer trichterförmigen Fortsetzung in der weitesten Stelle desselben zum Ausgehen des hineingegangenen Schalles. Wenn in Kirchers Zeichnung die Dimensionen richtig sind, so ist das Rohr da, wo es am engsten, ½ Fuß, wo es am weitesten, 2 Fuß weit gewesen. Prof. Huth hat ein dergleichen Werkzeug aus Blech etwas kleiner verfertigen lassen, und gefunden, daß es als Sprachrohr beträchtliche Würkung that, besonders wenn am Ausgange und Eingange durch schiefwinklich eingesetzte Bleche dem Schalle noch mehr die gehörige Richtung gegeben ward. Der zweyte Zusatz enthält Erfahrungen über ein elliptisches Sprachrohr; der Schall ward dadurch nur wenig verstärkt, aber klingender, es zeigte sich mehr als ein gutes Hörrohr. Im dritten Zusatze empfiehlt er eine Anwendung der Sprachröhre anstatt der Telegraphie, er zeigt nähmlich, daß wenn man in gehörigen Entfernungen Stationen für starke Sprachröhre anlegte, dadurch Nachrichten mit nicht allzu großen Kosten in die Ferne ebensowohl als durch Telegraphen befördert werden könnten, und zwar auch zu solchen Zeiten, wo wegen trüber Witterung kein Telegraph gebraucht werden kann; daß ein solcher Telephon auch dazu dienen könne, um Nachrichten, die man dem Publicum bekannt machen will, schnell in der ganzen Gegend zu verbreiten u. s. w. welche Vorschläge wohl verdienen möchten benutzt zu werden.

Einige Bemerkungen über Sprachröhre finden sich auch in L. Eulers Abhandlung de motu aëris in tubis §. 43. und 118. (in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. XVI.) wie auch in Matthew Young's Enquiry into the principal phaenomena of sounds and musical strings (Dublin 1784.) P. I. sect. II.

209.

Ganz das Gegentheil von dem, was jetzt vom Sprachrohre ist gesagt worden, zeigt sich bey dem Hörrohre, man will nähmlich dadurch bewürken, daß viele ankommende Schallstralen sich in einem kleinen Raume vereinigen, und der Schall so verstärkt ins Ohr gelange. Nach Lambert (in der vorher angeführten Abhandlung §. 69.) ist die parabolische Gestalt hierzu am vortheilhaftesten, indem eine Parabel die Eigenschaft hat, alle

parallel mit der Axe einfallende Stralen in ihrem Brennpuncte zu vereinigen. Man muß also oberwärts die Parabel bis an den Brennpunct abschneiden, und an dieser Stelle ein Röhrchen anbringen, welches man in das Ohr stecken kann. Es würde ebenfalls vortheilhaft seyn, dem Rohre eine kegelförmige Gestalt zu geben, nur muß in diesem Falle dessen Spitze hinlänglich weit weggeschnitten werden, weil die Incidenzwinkel bey den mehreren Brechungen eines Schallstrales immer in arithmetischer Progression zunehmen, und also der letzte noch nicht völlig 90 Grade betragen darf, wenn der eingegangene Schall nicht wieder rückwärts gehen soll. Prof. Huth fand, daß ein elliptisches Sprachrohr als Hörrohr gebraucht gute Würkung thut. In der Ausübung bedient man sich öfters auch mancher andern Gestalten, mitunter auch solcher, wo bey der Mündung die convexe Seite der Axe zugekehrt ist, mit mehr oder weniger Erfolge, man giebt auch bisweilen zu Ersparung des Raumes und zu bequemerer Befestigung dem Rohre schneckenförmige Windungen. Le Cat (traité des sens, p. 292.) giebt ein doppeltes Hörrohr an, wo das äußere trichterförmige in einem andern nach außen verschlossenen von derselben Gestalt befestigt ist, in der Absicht, daß durch diesen verschlossenen Raum der Klang verstärkt werden solle. Im zweyten Theile der Machines et inventions approuvées par l'Académie de Paris p. 109. sind verschiedene Arten von Hörröhren beschrieben und abgebildet.

210.

Einige Aehnlichkeit mit der Würkung eines Sprachrohres oder Hörrohres bemerkt man auch in solchen Sälen oder Gewölbern, wo mehrere nach verschiedenen Richtungen zerstreute Schallstralen in einem engen Raume zusammenkommen, wo man also den an einem gewissen Orte erregten schwachen Schall an einem andern entfernten Orte deutlich hört, da man ihn an andern weit nähern Orten wenig oder gar nicht hören kann; man nennt sie deshalb Sprachsäle oder Sprachgewölbe. So hört man z. B. in der Kupel der Paulskirche zu London eine Taschenuhr, die sich an dem einen Ende befindet, an dem andern Ende schlagen. In einer Galerie zu Glocester können zwey Personen in einer Entfernung von 25 Toisen sich leise unterhalten. Ein Zimmer in der Sternwarte zu Paris soll von ähnlicher Beschaffenheit seyn. In der Cathedralkirche zu Girgenti in Sicilien hört man, wenn an der Thüre, die aber nicht offen seyn darf, leise gesprochen oder sonst ein schwacher Schall erregt wird, solchen sehr deutlich und verstärkt am andern Ende, ohngeachtet man ihn außerdem kaum zehn Schritte weit hört, wovon Brydone in seiner Reisebeschreibung und noch ausführlicher

Actis in den Mém. de l'Acad. de Turin 1788—1789. Nachricht giebt. Eins der bekanntesten Beyspiele ist das sogenannte Ohr des Dionysius (grotta della favella) in den Steinbrüchen zu Syracus, welches der vielleicht fabelhaften Sage nach von Dionysius soll dazu eingerichtet worden seyn, um alle Reden der unten befindlichen Gefangenen in einem Zimmer über demselben zu hören; diese Grotte würde also, wenn die Sage wahr ist, als das größte Hörrohr anzusehen seyn; sie soll nach Kircher in seiner Phonurgia paraboliſch gewölbt, und der Ort des Hörens in Brennpuncte der Parabel gewesen seyn.

Wollte man einen Schall absichtlich so einrichten, daß jeder aus einem Puncte ausgehende Laut in einem andern Puncte äußerst verstärkt gehört würde, so wäre eine elliptische Gestalt der Seitenwände und der Decke unstreitig am vortheilhaftesten, weil eine Ellipse die Eigenschaft hat, die aus einem Brennpuncte nach allen Richtungen ausgehenden Stralen in dem andern Brennpuncte zu vereinigen, es müßte also der Schall in dem einen Brennpuncte erregt werden, und der Hörende müßte sich in dem andern befinden.

Weitere Bemerkungen über die für den Schall vortheilhaftesten Einrichtungen eines Sales verspare ich bis gegen das Ende dieses Abschnittes.

## 211.

Wenn sich die Beschaffenheit des Schalles so verändert, daß man denselben Schall zwey oder mehreremahl nach einander hört, so nennt man dieses ein Echo. Es geschieht hierbey nach einer geschehenen Verdichtung der Luft der Rückgang weiter, als bis zu der natürlichen Dichtigkeit, man hört also eine solche nach der entgegengesetzten Richtung geschehende Wiederverdichtung der Luft als einen neuen Schall, der dem vorigen ähnlich ist. Wenn solche Wiederholungen so schnell auf einander erfolgen, daß die Zeiträume, in welchen dieses geschieht, sich nicht durch das Gehör unterscheiden lassen, und also diese Wiederholungen als ein fortdauernder Schall empfunden werden, so nennt man es eine Resonanz, oder einen Nachhall. Man nimmt gewöhnlich an, daß man höchstens ungefähr 8 bis 9 verschiedene Laute in einer Secunde unterscheiden könne, es müßte also, wenn eine Wiederholung des Schalles nicht als eine Resonanz, sondern als Echo soll empfunden werden, die Wiederholung wenigstens $\frac{1}{9}$ Secunde später erfolgen. Die meisten Physiker erklären, wie schon §. 208. erwähnt worden ist, alle Rückwürkungen eines Schalles aus Zurückbrechung der Schallstralen nach katoptrischen Gesetzen; es hat aber la Grange in seinen Recherches sur la nature et

la propagation du son, sect. II. cap. 2. (in den Miscellan. Taurinens. tom. I. 1759.) zuerst eine richtigere Vorstellungsart davon gegeben, und gezeigt, daß, wie schon d'Alembert in der Encyclopédie bemerkt hatte, eine der Katoptrik ähnliche Katakustik oder Kataphonik ein Unding sey. Nachher hat L. Euler die wahre Theorie des Echo in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1765. und noch vollständiger in seiner Abhandlung de motu aëris in tubis, cap. 2, im 16ten Bande der Nov. Comment. Acad. Petrop. vorgetragen. Wenn ein Echo durch Stemmung der verdichteten Luft gegen einen festen Gegenstand entsteht, so wird sich zwar die Rückwürkung ungefähr nach den gewöhnlichen Gesetzen der Reflexion richten, es wird also, wenn der Schall sich gegen eine schiefe Fläche stemmt, das Echo mehr seitwärts gehört werden, man erhält also durch die gewöhnliche Erklärungsart aus katoptrischen Grundsätzen in diesem Falle wenigstens keine unrichtigen Resultate; da aber ein Echo auch in vielen andern Fällen entsteht, wo eine hinreichend lange von der übrigen Luft nach den Seiten zu abgesonderte Luftstrecke sich an keinen festen Gegenstand stemmt, sondern blos durch freye Luft begränzt ist, so folgt, daß das Echo überhaupt nicht sowohl durch Reflexionen, sondern vielmehr durch andere Ursachen bewürkt werde.

212.

Alle Wiederholungen eines einfachen Schalles beruhen darauf, daß die Verdichtungen der Luftheile, und die Geschwindigkeiten mit welchen ein jeder sich aus seiner natürlichen Lage durch einen sehr kleinen Raum hin und wieder herwärts bewegt, durch irgend einen Umstand verhindert werden, so gleichförmig, wie bey der gewöhnlichen Verbreitung des Schalles, mit einander fortzurücken. Da eingeschlossene und freye Luft, wie schon bemerkt worden ist, sich in ihren Schwingungen nach einerley Gesetzen richten, so werden die Fälle, in welchen durch einen verschiedenen Gang der Verdichtungen und der Geschwindigkeiten eine oder mehrere Wiederholungen des Schalles veranlaßt werden, sich am besten übersehen lassen, wenn man (nach Anleitung Eulers) betrachtet, wie eine Luftstrecke, die in einer Röhre enthalten ist, oder überhaupt eine Luftstrecke, die man auf irgend eine Art isolirt oder von der übrigen Luftmasse abgesondert sich vorstellt, unter verschiedenen Umständen nach einem erhaltenen einfachen Stoße schwingen würde. Ob man übrigens eine solche Röhre gerade oder gekrümmt, weit oder enge sich vorstellen will, ist einerley. Wenn die Röhre nach beyden Seiten zu unendlich lang ist, so werden die Verdichtungen und Geschwindigkeiten immer in gleichen Verhältnissen fortrücken, es wird also in demselben Augenblicke, da bey dem Rück-

gange der Bewegung die Geschwindigkeit $=o$ wird, auch die natürliche Dichtigkeit wiederhergestellt, und also kein Grund vorhanden seyn, warum mehrere Schwingungen erfolgen könnten, man wird also nur einen einfachen Schall hören, und zwar, wenn P den Abstand des Ohres von der Stelle, wo der Schall hervorgebracht wird, und K den Raum, durch welchem der Schall in einer Secunde fortgeht, oder etwa 1040 Pariser Fuß bedeutet, nach Verlauf von $\frac{P}{K}$ Secunden. Dieses ist der Fall bey der vorher beschriebenen gewöhnlichen Verbreitung des Schalles, wo die Luft nicht mehrere Schwingungen macht, als der Körper, welcher sie in Bewegung setzt. Wenn aber die Röhre entweder nach einer Seite zu, oder nach beyden begränzt ist, so gehen die Verdichtungen und die Geschwindigkeiten der Lufttheile, welche in Bewegung gesetzt werden, in ungleichen Verhältnissen fort, es wird also bey dem Rückgange die Verdichtung und die Geschwindigkeit nicht in demselben Augenblicke $=o$, es muß also die Bewegung weiter fort, und mehreremahl vorwärts und rückwärts gehen, so lange bis dieses erfolgt, oder die Bewegung wegen anderer Hindernisse aufhören muß. Es kann aber ein solches begränztes Ende der Röhre entweder offen oder verschlossen seyn; ist es offen, so behält an dieser Stelle die Luft wegen ihres Zusammenhanges mit der äußern Luft immer die natürliche Dichtigkeit, der Grad der Geschwindigkeit sey welcher er wolle; ist es verschlossen, so ist die Geschwindigkeit der Luft, weil sie nicht ausweichen kann, an dieser Stelle immer $=o$, so sehr auch die Verdichtung zunehmen mag. Diese verschiedenen Fälle, in welchen eine oder mehrere Wiederholungen eines einfachen Schalles gehört werden, sind also folgende:

I) In einer Röhre, welche an dem einen Ende Fig. 261. Bb begränzt und offen, aber nach der andern Richtung a ins unendliche ausgedehnt ist, wird ein innerhalb der Röhre bey L erregter Schall nur an dem offenen Ende Bb einfach gehört, und zwar, wenn K die Weite bedeutet, durch welche der Schall in einer Secunde geht, nach der Zeit $\frac{Lb}{K}$ Secunden. Weiter nach L zu und sowohl in L selbst, als auch hinter L wird der Schall verdoppelt, so daß eine Resonanz, und wenn man immer weiter von Bb abwärts geht, und Lb immer größer wird, ein Echo entsteht. Man hört an jeder hinter L befindlicher Stelle a erst den ursprünglichen Schall nach der Zeit $\frac{aL}{K}$ Se-

cunden, und sodann, so wie auch in L selbst, einen zweyten Schall, welcher von dem ersten etwas verschieden ist, um $\frac{2Lb}{K}$ Secunden später. Wenn Lb 1040 Fuß beträgt, so ist es ein Echo von 2 Secunden. Hier ist also ein Beyspiel eines einfachen Echo, welches sich nicht würde durch Reflexion erklären lassen.

II) Wenn die Röhre Fig. 262. a $\frac{B}{b}$ an dem einen Ende Bb begränzt und verschlossen, nach der Richtung a aber unendlich lang ist, und an der Stelle L ein Schall erregt wird, so hört man ebenfalls, wenn L und b einander nahe sind, eine Resonanz, und je größer Lb ist, ein desto deutlicheres einfaches Echo, es folgt nähmlich sowohl in L selbst, als auch an jeder dahinter befindlichen Stelle a der zweyte Schall dem ersten nach der Zeit $\frac{2BL}{K}$ Secunden; die Erscheinung selbst, und die Zeit, in welcher beyde Schläge auf einander folgen, ist also eben so, wie in dem vorigen Falle, obgleich die Bewegung selbst etwas anders ist. Hier könnte man vielleicht sagen, daß das Echo aus Repercussion von dem verschlossenen Ende B entstehe, da aber ein solches Echo auch entsteht, wenn dieses Ende offen ist, so folgt, daß diese Erklärungsart nicht der Natur gemäß ist.

III) Wenn eine Röhre Fig. 263. $\frac{A\ B}{a\ b}$ an beyden Enden begränzt und offen ist, so entsteht durch einen an irgend einer Stelle L erregten einfachen Schall ein vervielfältigtes Echo, wo allemahl jede 4ten Schläge einander ähnlich sind. Wenn das Ohr sich an dem einen Ende bey A befindet, so wird es nach der Zeit $\frac{AL}{K}$ den ursprünglichen Schall hören, hierauf nach der Zeit $\frac{2BL}{K}$ das erste Echo, das zweyte nach der Zeit $\frac{2AL}{K}$, das dritte wieder nach der Zeit $\frac{2BL}{K}$, endlich das 4te wieder nach der Zeit $\frac{2AL}{K}$ Secunden u. s. f. Der Schall wird also wiederholt werden, in Zeiträumen, die abwechselnd $\frac{2BL}{K}$ und $\frac{2AL}{K}$ Secunden betragen. Wäre der Schall an der

Stelle A selbst hervorgebracht worden, so würde man daselbst nur halb so viel Echos hören, die in Zeiträumen von $\frac{2AB}{K}$ auf einander folgten, so daß, wenn die Röhre AB 520 Fuß lang wäre, man in jeder Secunde ein Echo hören würde.

Wenn der erste Schall in L erregt wird, und das Ohr sich an ebenderselben Stelle befindet, so folgt das erste Echo dem ursprünglichen Schalle nach der Zeit $\frac{2AL}{K}$, hierauf das zweyte nach der Zeit $\frac{2BL}{K}$, und das dritte durch zweyerley Bewegungen zugleich erregte und also vorzüglich starke und deutliche nach $\frac{2AB}{K}$ Secunden, hierauf würden in eben derselben Ordnung wieder neue Echos folgen, nach den Zeiten $\frac{2AL}{K}$, $\frac{2BL}{K}$ und $\frac{2AB}{K}$ u. s. f. Wenn also der Punct L sich in der Mitte der befände, so würde man daselbst alle Echos in gleichen Zeiträumen von $\frac{AB}{K}$ Secunden nach einander hören.

Befände sich das Ohr an irgend einer andern Stelle P, so würde man die Zahl der Echos noch mehr vervielfältigt hören, und in noch ungleichern Zeiträumen; nur in dem Falle, wenn L in der Mitte der Röhre, und P mitten zwischen L und B wäre, würden alle 4 Echos in gleichen Zeiträumen nach einander erfolgen.

Es sollte die Zahl der Wiederholungen eigentlich unendlich seyn, wenn solches nicht durch mancherley Widerstand verhindert würde. Wenn die Wiederholungen stark und schnell genug erfolgen, so könnte man hier fast behaupten, daß durch einen einfachen Stoß ein eigentlicher Klang erregt werde.

Hier ist nun wieder ein Beyspiel von einem Echo, und zwar von einem vielfachen, welches sich nicht durch Repercussionen erklären läßt.

IV) In einer Röhre, die an beyden Enden begränzt und verschlossen ist, erfolgen die Echos in ebendenselben Zeiträumen, wie in dem vorigen Falle, wo beyde Enden offen sind.

V) Wenn die Röhre an beyden Enden begränzt, und an dem einen Ende offen, an dem andern aber verschlossen ist, so entsteht ein vielfaches Echo, wo allemahl jeder 8te Schlag, oder wenn der Schall an dem verschlossenen Ende hervorgebracht, und an dem offenen Ende gehört wird, jeder 4te Schlag mit einander übereinstimmt.

Von den hier angegebenen Fällen wird der erste, wo eine Röhre an einem Ende begränzt und offen, nach der andern Richtung aber unendlich lang ist, in der Erfahrung nicht Statt finden, außer, wenn man sich anstatt einer unendlich langen Ausdehnung eine so große Ausdehnung, daß der Schall nicht merklich bis an das andere Ende würken kann, vorstellt. So wird z. B. in einem sehr langen Stollen, nachdem man mehr oder weniger von dem Ende wo er zu Tage ausgeht, sich entfernt, eine einfache Wiederholung des Schalles, wenn andere Umstände es nicht verhindern, als Resonanz oder als Echo gehört werden.

Der zweyte Fall, wo in einer Röhre, die an einem Ende begränzt und verschlossen, an dem andern aber unendlich lang ist, sich eine einfache Wiederholung zeigt, kommt in der Erfahrung am häufigsten vor; da nähmlich freye und eingeschlossene Luft sich in ihren Schwingungen nach einerley Gesetzen richten, so gehören hieher alle die Fälle, wo in freyer Luft ein fester Gegenstand, wie z. B. eine hohe Mauer, ein Wald, oder eine Felsenwand der Richtung des Schalles entgegensteht, und also eine Luftstrecke nach dieser Richtung als begränzt und nach der entgegengesetzten als unbegränzt anzusehen ist. Auf die Ebenheit oder Glätte der Fläche, an welche sich die Luftverdichtung stemmt, scheint gar nichts anzukommen, indem man öfters in rauhen Wildnissen, wo nirgends eine ebene oder glatte Fläche ist, die besten Echos antrift, und bisweilen auch ein gegenüberstehender Wald schon ein ziemlich gutes Echo giebt. Es scheint mehr darauf anzukommen, ob die gegenüberstehende Fläche im Ganzen eine hierzu vortheilhafte Gestalt habe, damit eine beträchtliche Luftmasse sich bey ihren Verdichtungen gleichförmig dagegen stemmen könne.

Der dritte Fall, wo eine Röhre an beyden Enden begränzt und offen ist, zeigt sich bey bedeckten, besonders bey gewölbten Gängen und Galerien, die an beyden Enden offen sind, wie auch schon einigermaßen in engen und langen Schluchten zwischen zwey Felsenwänden, oder auch in andern etwas tiefen und schmalen Hohlwegen, wo man, wie ich auch einigemahl beobachtet habe, gemeiniglich einen Nachhall des Schalles bemerkt, welcher sich bey einer hinreichenden Länge als Echo zeigen müßte, und nicht etwa aus Zurückbrechungen von dem nahe bey einander befindlichen Wänden, sondern aus mehreren der Länge nach gehenden

Schwingungen zu erklären seyn würde. Vermuthlich müßte die Grotte bey Pozzuoli zu Versuchen über Echos dieser Art brauchbar seyn.

Der vierte Fall findet sich in solchen bedeckten Gängen oder sehr langen Sälen, die an beyden Enden verschlossen sind, wie auch in Bergwerken auf Gezeugstrecken, wo ich an einigen Stellen, besonders nahe vor Ort (d. i. am Ende einer Gezeugstrecke, wo die Bergleute arbeiten) die Resonanz so stark fand, daß sie dem Gehöre beschwerlich war. Auch sind dahin solche vielfache Echos in freyer Luft zu rechnen, wo große Flächen z. B. zwey Felsenwände, oder hohe Gebäude in einer hinlänglichen Entfernung einander gegenüber stehen, und also die Verdichtungen der dazwischen befindlichen Luftstrecke sich abwechselnd gegen beyde Flächen stemmen.

Der fünfte Fall kann sich in solchen bedeckten oder gewölbten Gängen zeigen, die an dem einen Ende offen sind, wie auch bisweilen in freyer Luft an großen Gebäuden, wo das Hauptgebäude quer vorsteht, und auf beyden Seiten rechtwinklich mit hohen und langen Seitengebäuden zusammenhängt.

213.

Einige vorzüglich merkwürdige Beyspiele von Echos sind in Gehlers physicalischem Wörterbuche bey dem Artikel Echo bemerkt, auch viele im ersten Theile von Kirchers Phonurgia, und in verschiedenen andern Schriften. Das zu Genetay, 2 Stunden von Rouen, ist in den Mém. de l'Acad. de Paris 1692. beschrieben; wenn jemand singend über den halbzirkelförmigen Hof des Gebäudes geht, so hört dieser meistens nur seine eigne Stimme, an andern Stellen hört man aber Wiederholungen mit sonderbaren Veränderungen. Bey Coblenz soll am Ufer des Rheins eins seyn, das ein Wort 17mahl wiederholt, und sonst mit dem vorigen einige Aehnlichkeit hat. Bey dem Schlesse Simonetta soll durch die doppelten parallelen Mauern, wie Kircher erzählt, ein Echo verursacht werden, das, wenn man aus einem gewissen Fenster ruft, ein Wort wohl 40mahl wiederholen soll. So soll nach Gassendi in seinen Anmerkungen über das 10te Buch des Diogenes Laertius bey dem Grabmahle der Metella ein Echo den ersten Vers der Aeneide: Arma virumque cano, 8mahl wiederholt haben. In den Mém. de l'Acad. de Paris 1710. wird ein Echo beschrieben, das von 2 großen 26 Toisen weit von einander entfernten Thürmen herrührt, die durch ein Hauptgebäude von einander getrennt sind, und in deren jeden sich eine Wölbung befindet. Ein Wort, das in

der geraden Linie zwischen den beyden Thürmen laut ausgerufen wird, hört man 12 bis 13mahl in gleichen Zeiträumen, doch immer schwächer. Wenn man sich von der geraden Linie entfernt, hört man keine Wiederholung; zwischen dem Thurme und dem Hauptgebäude hört man nur eine einzige. Auf einem Landgute nahe bey Mayland ist (nach Philos. transact. 480, n. 8.) bey einem mit zwey Seitenflügeln versehenen Gebäude ein Echo, welches einen Pistolenschuß wohl 60mahl wiederholt. Bey Rosneath in Schottland soll am Flusse Clyde ein Echo seyn, welches eine Melodie 3mahl wiederholt, und zwar jedesmahl in einem tiefern Tone, welches letztere ich kaum glaublich finde.

214.

Es wäre sehr zu wünschen, daß man in allen Fällen unfehlbar angeben könnte, wie ein zum Hören bestimmtes Gebäude, z. B. ein Musiksahl, oder ein Schauspielhaus, oder ein Versammlungsort, wo man einen Redner hören will, ohne manche entweder zu gewissen Zwecken erforderliche, oder als conventionell angenommene Eigenschaften aufzuopfern, so einzurichten sey, daß man die Musik oder die Stimme überall gleich stark und deutlich hören könne. Bey den meisten Gebäuden, welche diese Eigenschaft haben, mag sie wohl mehr ein Werk des Zufalles, als einer bestimmten Theorie seyn. Die besten Belehrungen über diesen Gegenstand, besonders in Ansehung der Schauspielhäuser, finden sich meines Erachtens in einer kleinen Schrift von J. G. Rhode: Theorie der Verbreitung des Schalles für Baukünstler, (Berlin 1800. 8.) aus welcher ich einige Bemerkungen entlehne.

Ein Gebäude kann zu dieser Absicht eingerichtet werden:

I) durch Beförderung einer gleichförmigen und ungehinderten natürlichen Verbreitung des Schalles,

II) durch künstliche Verstärkung desselben, welche entweder durch Mitklingen anderer Körper, oder durch Brechungen des Schalles geschehen kann.

Anm. Wenn hier das Wort: Brechung gebraucht wird, so ist es nicht etwa so zu verstehen, als ob von dem Orte der Erregung des Schalles irgend etwas bis zu einem festen Gegenstande gelangte, und von da zurückgeworfen würde (etwa wie das Licht von einem Spiegel), sondern man muß es sich, wie schon bemerkt worden, vielmehr so vorstellen, daß die durch die Erregung des Schalles zusammengepreßte Luftwelle sich so gegen eine Fläche stemmt, daß eine Rückwürkung nach einer andern Richtung erfolgen muß, so, wie bey dem Echo, oder bey einem Sprachrohre.

215.

Die Beförderung einer gleichförmigen und ungehinderten natürlichen Verbreitung des Schalles ist zwar weit leichter und sicherer, als jede künstliche Verstärkung desselben, sie ist aber bey großen Gebäuden, die eine beträchtliche Zahl von Zuhörern fassen sollten, nicht hinlänglich. Nach den von Saunders angestellten Untersuchungen (in Treatise on theaters including some Experiments on sound, London, 4.) läßt sich annehmen, daß eine gewöhnliche Stimme noch ungefähr auf 70 Fuß vernehmlich bleibt, es würde sich also ein Theater nach dieser Maxime allenfalls auf 2000 Zuhörer einrichten lassen. Wenn der Raum so klein ist, daß jeder Zuschauer weniger als 60 Fuß von dem Sprechenden entfernt ist, so wird die innere Form für den Schall ziemlich gleichgültig seyn, weil er den Raum so schnell durchdringt, daß man falsche Brechungen und einen nachtheiligen Wiederhall nicht gewahr wird. Ein solcher Wiederhall kann nähmlich nur in dem Falle den Klang verstärken, wenn die Fläche, gegen welche sich der Schall stemmt, so nahe ist, daß die Rückwürkung sehr schnell erfolgt, und man sie also von dem ersten Schalle nicht unterscheiden kann. Außerdem aber würde der Wiederhall den Schall verlängern und undeutlich machen. Herr Rhode bemerkt, allem Ansehen nach mit Recht, daß wenn die Sitze stufenweise über einander angelegt sind, keine Rückwürkung des Schalles bemerkbar seyn könne, weil der Schall nirgends in einem Zeitmomente eine Wiederstandsmasse antrift, von der eine so starke Rückwürkung möglich wäre, daß sie dem Gehöre bemerklich würde, indem der Schall früher an die erste Sitzreihe anschlägt, als an die zweyte, und die Rückwürkung der erstern verlohren ist, ehe die der zweyten entsteht u. s. f. Er empfiehlt also für Schauspielhäuser dieser Art den Halbkreis als die beste Form, jedoch blos unter der Bedingung, daß die Sitze der Zuhörer amphitheatralisch, d. i. stufenweise über einander angelegt werden, wobey er auch die gewöhnlichen Einwürfe gegen diese Einrichtung der Sitze widerlegt. Da aber die Oeffnung der Bühne ohne der Beleuchtung zu schaden, und eine Menge Unbequemlichkeiten hervorzubringen, nicht wohl über 50 Fuß groß dürfte gemacht werden, so würde der Halbkreiß, der sich vor dieser Linie beschreiben läßt, zu klein seyn, als daß er viele Zuschauer fassen könnte, man hat also um mehr Raum zu gewinnen, den Zirkel in die Länge gezogen, und daraus ist die jetzt gewöhnliche ovale Form entstanden. Herr Rhode schlägt aber S. 41. eine weit zweckmäßigere Form vor, welche von den Ruinen eines Theaters zu Athen entlehnt ist und sich auch durch Bequemlichkeit und durch architectonische Schönheit empfiehlt. Es sind in demselben die Sitze der Zuschauer nach einem weit größern Zirkel angelegt, als die Oeffnung der Bühne giebt, und nach der Richtung der

Seitenwände der Bühne an beyden Seiten abgeschnitten, Fig. 264, wobey die durch diese zweckmäßige Form an beyden Seiten entstehenden geraden leeren Wände, wie nachher wird weiter erwähnt werden, auch vieles zur Verstärkung des Schalles beytragen müssen, so daß der Raum ohne Nachtheil des Schalles sehr vergrößert werden kann.

Daß man in manchen nicht gar großen Sälen oder Schauspielhäusern besser, in manchen schlechter hört, kann außer der mehr oder weniger vorhandenen künstlichen Verstärkung des Schalles auch daher kommen, weil öfters der Verbreitung des Schalles Hindernisse in den Weg gelegt werden, z. B. durch mancherley Hervorragungen und schwerfällige Verzierungen, oder in Schauspielhäusern durch den Bau der Seitenlogen, wo die Querwände den Schall hemmen, durch ein zu niedriges Parterre, wo die vordern Zuschauer der Verbreitung des Schalles nach hinten im Wege stehen u. s. w.

Bey Aufführung einer Musik wird zu gleichförmiger Verbreitung derselben auch erfordert, daß das Orchester keinen gar zu großen Raum einnehme, weil sonst die Mitspielenden, welche am weitesten von einander entfernt sind, wegen der Zeit, die dazu erfordert wird, ehe der Schall von einem Ende zum andern gelangt, in Ansehung des Zeitmaßes nicht genau zusammentreffen können, besonders wenn mancher Mitspielende etwa mehr auf die entferntern Töne, die er hört, als auf die Bewegungen des Anführers Achtung giebt. Noch weit schwerer wird die Beobachtung eines gleichen Zeitmaßes seyn, wenn in einem großen Musiksale zwey Chöre an entgegengesetzte Enden desselben vertheilt sind. So hatte ich einmahl Gelegenheit zu bemerken, daß bey einer Aufführung des Heilig von C. P. E. Bach in die beyden von einander beträchtlich entfernten Chöre ohngeachtet aller Bemühungen des Anführers und der übrigen Tonkünstler sich schlechterdings keine gehörige Uebereinstimmung in Ansehung des Zeitmaßes bringen ließ.

216.

Die erste Art, wie eine künstliche Verstärkung des Schalles in einem Gebäude kann hervorgebracht werden, ist durch Mitklingen anderer Körper. Es ist bekannt, und wird in der Folge weiter erörtert werden, daß durch einen jeden Schall alle andern umher befindlichen Körper, welche in ebenderselben Geschwindigkeit zu zittern im Stande sind, mit in Bewegung gesetzt werden. Wollte man in einem Schauspielhause, oder in einem Versammlungsorte, wo man einen Redner hören will, etwa durch dünne Bretwände, bey welchen

ein solches Mitklingen am meisten bemerkbar ist, den Schall zu verstärken suchen, so möchte solches wohl wegen des dadurch entstehenden Nachhalls für die Deutlichkeit mehr schädlich als nützlich seyn; daher es auch wohl anzurathen wäre, zu dessen Verhütung die Logen oder Sitze nicht von dünnen Bretern, sondern von stärkern Bohlen zu erbauen. Hingegen scheint einiger Nachhall für die Würkung der Musik mehr vortheilhaft, als schädlich zu seyn, vorausgesetzt, daß er nicht so stark, und nicht so anhaltend ist, daß die Töne dadurch unrein oder undeutlich werden. In Sanssouci soll, wie ich mich erinnere gehört oder gelesen zu haben, der Concertsahl mit dünnen Bretchen von Resonanzholz, die nur am Rande auf schmale Leisten befestigt sind, ausgetäfelt seyn, mit gutem Erfolge. Die Alten haben in einigen Theatern den Schall dadurch zu verstärken gesucht, daß sie in Vertiefungen zwischen den Sitzen der Zuschauer dünne metallene Gefäße, die in verschiedene Töne gestimmt gewesen sind, schief nach unten gekehrt und auf schmale keilförmige Unterlagen gestützt angebracht haben, in der Absicht, daß jeder Ton, welchen der Schauspieler sprach, wenigstens eines oder zwey Gefäße fände, welche durch die Erschütterung der Luft mit erschüttert würden, und den Klang vermehrten. An einigen Orten, wo man die Kosten nicht daran wenden wollte, gebrauchte man thönerne Gefäße dazu. In Rom bediente man sich deren nicht, aber sonst in einigen italiänischen und griechischen Städten, wie z. B. in Corinth. Vitruvius giebt davon Nachricht in Architectura libr. V. cap. 5. Sollte eine solche Einrichtung auch einige Würkung thun, so möchte doch wohl die Verstärkung der Töne sehr ungleich seyn, und mit der menschlichen Stimme wenig harmoniren, es möchte auch bey einzelnen Tönen der Nachhall weit stärker als bey andern seyn, so daß dieses Verstärkungsmittel wohl nicht würde zur Nachahmung können empfohlen werden.

217.

Das zweyte und unstreitig das vorzüglichste Mittel, um in einem zum Hören bestimmten Gebäude den Schall zu verstärken, ist die Brechung desselben. Es kommt hierbey alles darauf an, daß außer dem auf natürliche Art vorwärts verbreiteten Schalle auch die Würkung desjenigen, welcher von dem Orte, wo er erregt wird, seitwärts, oder rückwärts, oder auch aufwärts geht, gegen die Zuhörer hingeleitet werde, und zwar so, daß zwischen dem natürlichen und dem gebrochenen Schalle keine Verschiedenheit der Zeit bemerkbar sey, weil sonst mehr ein Nachhall, als eine Verstärkung erfolgen würde, weshalb auch die Wände oder Flächen, welche den Schall brechen, nicht allzuweit von der Stelle, wo er hervorgebracht wird, entfernt seyn dürfen.

Sehr bekannt ist die Würkung der Brechung in einem elliptischen Sale, wo der aus dem einen Brennpuncte ausgehende Schall sich in dem andern Brennpuncte vereinigt. Da aber ein ganzes versammeltes Publicum nicht in einem dieser Puncte, so wie auch ein Orchester nicht in dem andern, beysammen seyn kann, so folgt, daß die elliptische Gestalt eine der untauglichsten ist, weil manche Zuhörer vorzüglich gut, und andere desto weniger würden hören können, wie denn auch der Nachhall wahrscheinlich viel zu stark seyn würde, als daß die Deutlichkeit nicht dadurch sollte verhindert werden. Eine ganz runde Gestalt ist auch nicht zu empfehlen, weil der Schall darin wegen der vielen Brechungen an den Wänden umher gewöhnlich sehr lange nachhallt, wie z. B. in der Kupel der Paulskirche in London, wo jeder Schall gewissermaßen an den Wänden herumzulaufen scheint, ingleichen in dem Pantheon oder der Rotonda in Rom, wo diese Würkung des Schalles so auffallend seyn soll, daß, wenn darin gepredigt worden ist, viele nur hineingegangen sind, um dieses wahrzunehmen. Jedoch findet sich in dem runden Sale der Berliner Akademie der Künste, wo die von Fasch gestiftete und von Herrn Zelter fortgesetzte Singacademie gehalten wird, dieser Fehler gar nicht, und es thut der Gesang vielmehr eine sehr vortheilhafte Würkung, wahrscheinlich deswegen, weil durch die beträchtlichen Vertiefungen, in welchen sich die Fenster befinden, die vielen Brechungen des Schalles verhindert werden, welche sonst in die Runde herumgehen, und den Schall undeutlich machen könnten. In einem großen halbrunden Sale fand ich auch einen sehr starken Nachhall. Wo es darauf ankommt, einen Redner, oder einen Solospieler oder Sänger an allen Stellen eines Sales gleich deutlich zu hören, möchte wohl eine paraboliſche Gestalt, wo zur Verlängerung des Sales wie in der 265sten Figur die beyden Schenkel der Parabel in parallele gerade Linien übergehen könnten, sehr vortheilhaft seyn. Etwas ähnliches findet sich in manchen alten Basiliken, wo alles, was an dem abgerundeten Ende gesprochen wird, an dem andern sehr deutlich zu hören ist. Es hat nähmlich eine Parabel die Eigenschaft, daß alle aus dem Brennpuncte ausgehenden Stralen mit einander parallel nach der Richtung der Axe zurückgebrochen werden; derjenige, welcher vorzüglich deutlich auch an den entferntesten Stellen gehört werden soll, müßte sich also in dem Brennpuncte der Parabel befinden, so wie in Fig. 265. an der mit einem Puncte bezeichneten Stelle. Die Decke könnte auch an dem abgerundeten Ende paraboliſch gewölbt seyn. Ueberhaupt trägt eine hinter und über einem Orchester oder einer Orgel befindliche gewölbte Kupel nach den Bemerkungen und Erfahrungen des Abt Vogler vorzüglich viel zur Verstärkung des Schalles bey. Die vortheilhafteste Gestalt, welche man einem Musiksale geben könnte, möchte also wohl seyn,

wenn das Ende, wo sich das Orchester befinden soll, auf eine schickliche Art abgerundet wäre, und sich über demselben eine gewölbte Kupel befände, und zwar so, daß die Axe der Wölbung eine etwas schiefe Richtung hätte, damit der aufwärts gehende Schall mehr nach unten, wo die Zuhörer sind, gebrochen werde. Auch würde in einem beträchtlich langen Sale die Würkung des Schalles allem Ansehen nach sehr stark seyn, wenn die Wände nebst der Decke eine halbkegelförmige Gestalt hätten, oder parallel wären, und an dem einen Ende, etwa wie Fig. 266, in einen halben Kegel ausgiengen, an dessen Spitze, die allenfalls etwas abgerundet oder abgestumpft seyn könnte, der Redner sich befände; die Stimme würde wahrscheinlich auch in einer beträchtlichen Entfernung so stark und deutlich gehört werden, als ob sie durch ein Sprachrohr verstärkt wäre; es möchte aber wohl meistens eine solche Gestalt in andern Rücksichten unbequem seyn.

In Ansehung der Schauspielhäuser bemerkt Herr Rhode in der angeführten Schrift mit Recht, daß die Baumeister und die Schriftsteller über diesen Gegenstand sich gewöhnlich von der Brechung des Schalles einen ganz falschen Begriff gemacht, und geglaubt haben, sie müsse in einer Rückwürkung gegen die Bühne hin bestehen, da doch vielmehr eine jede solche Zurückbrechung nachtheilig ist, und ganz das Gegentheil von dem bewürkt, was man beabsichtigt. Es würde nähmlich in Theatern, die nicht gar klein sind, an den meisten Stellen die Rückwürkung erst geschehen, wenn die Würkung des ursprünglichen Schalles schon vorüber wäre, so daß also mehr ein die Rede undeutlich machender Wiederhall, als eine wahre Verstärkung entstehen würde, wie man dieses in vielen Theatern von runder oder ovaler Form bemerkt. Der Schall muß vielmehr von der Bühne weg gegen die Zuhörer gebrochen werden. Die meisten Schauspielhäuser, so wie auch die meisten von Schriftstellern gegebenen Plane sind für diese Absicht ganz und gar nicht vortheilhaft, so daß es würklich zu verwundern ist, wie man die Gesetze der Communicationsröhre und Sprachröhre nicht besser darauf angewendet hat. Das vorzüglichste Erforderniß zu dieser Absicht sind gerade Seitenwände, die von der Oeffnung der Bühne an entweder parallel mit einander, wie Fig. 267, oder nach divergirenden Richtungen, wie Fig. 264, gehen können, ohne Seitenlogen, und ohne Hervorragungen, so daß deren Verzierungen blos in Malerey bestehen dürften, nebst einer nicht allzu hohen Decke, welche mit dem Boden parallel gehen könnte. Die Hinterwand kann am schicklichsten durch einen Zirkelbogen geschlossen seyn. Ein Beyspiel von einem dergleichen Theater ist das Schauspielhaus zu

Parma, welches wie Fig. 267. eingerichtet ist, und in allen Schriften über Schauspielhausbau als eine merkwürdige Erscheinung angeführt wird, indem man in demselben überall auf allen Sitzen jedes Wort der Schauspieler deutlich hören kann, wovon der Grund unstreitig in nichts andern liegt, als in dieser Bauart der leeren Seitenwände, durch welche der Schall gegen die Zuhörer gebrochen wird. Nur würde es bequemer seyn, wenn anstatt der in diesem Theater befindlichen Seitensitze, wo die Zuschauer sich ganz seitwärts wenden müssen, um auf die Bühne zu sehen, nach dem Beyspiele des Serlio zu Vicenza gar keine Seitensitze angebracht, sondern alle Sitze von der Bühne an mit der hintern Rückwand parallel in Kreisbögen und stufenförmig erbaut würden, bey welcher Einrichtung mehr Platz gewonnen würde, und jeder Zuschauer die Bühne gerade vor sich hätte, und auch, wie §. 215. bemerkt worden ist, kein der Deutlichkeit schadender Nachhall entstehen könnte. Für ganz große Theater würde eine Bauart mit divergirenden Seitenwänden wie bey Fig. 264. der mit parallelen Wänden, wie Fig. 267. noch vorzuziehen seyn. Wollte man bey der stufenweisen Erhöhung der Sitze einige ausgezeichnete Plätze, etwa für den Fürsten und dessen Familie, oder sonst für die vorzüglichsten obrigkeitlichen Personen, anbringen, so würde eine Unterbrechung dieser Sitze durch einige wenige in der Mitte anzubringende Logen der Einrichtung des Ganzen nicht schaden, wie Herr Rhode in der angeführten Schrift auch bemerkt, und durch eine Figur erläutert hat, welche hier in Fig. 268. zu sehen ist.

Ein großes Hinderniß der Verbreitung des Schalles bey der gewöhnlichen Einrichtung der Schaubühnen ist die Richtung der Coulissen, welche so beschaffen ist, daß der Schall von ihnen gar nicht gegen die Zuhörer gebrochen werden kann, sondern vielmehr ganz verschluckt wird, so daß, wenn der Schauspieler etwas von der Oeffnung der Scene zurück spricht, nichts weiter davon übrig bleibt, außer was vermöge der natürlichen Verbreitung desselben den Zuhörern entgegen schallt. Herr Rhode äußert, daß man anstatt der Coulissen die bekannten Drehmaschinen der Alten mit Vortheil gebrauchen könne, welche dreyeckig und an den Seiten eben so wie die Coulissen bemahlt, oder mit bemahlter Leinwand bekleidet seyn können, wobey noch mehr Leichtigkeit und Geschwindigkeit der Veränderungen und weniger Irrung in den Decorationen, als bey der gewöhnlichen Einrichtung Statt fände. Diese würden so können gedreht werden, daß sie nach Beschaffenheit der Umstände entweder ganz oder wenigstens nahe an der Oeffnung der Bühne so wie in Fig. 269, eine feste Wand bildeten, wodurch die Verbreitung des Schalles von der Bühne weg gegen die Zuhörer sehr würde

befördert werden. Sollte dadurch der Erleuchtung etwas geschadet werden, so könnte man dieses durch mehrere mit Spiegeln versehene Lampen über der Oeffnung der Scene ersetzen.

Da die Erfahrung lehrt, daß die Richtung des Windes sehr viel beyträgt, um einen etwas entfernten Schall stärker oder schwächer zu hören, so möchte es wohl auch von Würkung seyn, wenn in einem Schauspielhause jeder Luftzug nach der Bühne zu verhindert und vielmehr eine schwache Strömung der Luft (in soweit sie niemanden beschwerlich fiele) von der Bühne weg gegen die Zuhörer durch künstliche Mittel befördert würde, etwa durch Röhren, die nach Beschaffenheit der Umstände geöffnet oder verschlossen würden, oder im Winter durch Heizung vermittelst Windöfen an dem der Bühne entgegengesetzten Ende, welche Idee mir von Herrn Geh. Ober-Baurath Langhans in Berlin ist mitgetheilt worden.

Anm. Die Theater der Alten scheinen nicht sowohl für künstliche Verstärkung (die vorhererwähnten Schallgefäße ausgenommen) sondern mehr blos für ungehinderte natürliche Verbreitung des Schalles vortheilhaft eingerichtet gewesen zu seyn, wie man denn auch in den meisten Ueberbleibseln derselben das, was in der Arena gesprochen wird, an den entferntesten und höchsten Stellen deutlich hören kann, wovon unter andern das Theater in der Villa Hadriani zu Tivoli ein Beyspiel ist, welches im 7ten Stücke des deutschen Merkurs 1799. S. 213. erwähnt wird.

218.

Folgende Schriften sind die vorzüglichsten, aus welchen man über die Theorie der Verbreitung des Schalles durch die Luft weitere Belehrung erhalten kann:

Is. Newton principia philosophiae naturalis mathematica, libr. I. sect. VIII. de motu per fluida propagato, worin zuerst über diesen Gegenstand einiges Licht verbreitet worden ist.

Recherches sur la propagation du son par L. Euler nebst zwey Fortsetzungen, in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1759.

E'claircissemens plus détaillés sur la génération et la propagation du son et sur la formation de l'Echo, par L. Euler, in Mém. de l'Acad. de Berlin 1765.

L. Euler de propagatione pulsuum per medium elasticum in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. I.

L. Euler de motu aëris in tubis, in Nov. Comment. Acad. Petrop. tom. XVI. Hierin ist dieser Gegenstand am vollständigsten abgehandelt.

Recherches sur la nature et la propagation du son, par la Grange, im ersten Bande der Mêlanges de philosophie et de mathématique de la societé de Turin, und Nouvelles recherches etc. im zweyten Bande. Beyde Abhandlungen sind einem, der sich weiter von dieser Theorie unterrichten will, unentbehrlich.

Sur la manière de rectifier deux endroits des principes de Newton relatifs à la propagation du son, et au mouvement des ondes, par la Grange, in den Mém. de l'Acad. de Berlin 1786.

C. Giordano Riccati delle corde ovvero fibre elastiche, Bologna 1767, 4. Ist in Deutschland weniger bekannt und benutzt worden, als es verdient.

Enquiry into the principal phaenomena of sounds and musical strings by Matthew Young, Dublin 1784. 8.

Sur la vitesse du son, par Lambert in Mém. de l'Acad. de Berlin 1768.

D'Alembert in seinem Traité de l'Equilibre et du mouvement des fluides, (Paris 1745.) livr. II. chap. IV. und in seinen Opuscules, tom. V.

Außerdem sind noch einige in diesem Abschnitte erwähnte Schriften von Lambert und Andern nachzulesen.

## Zweyter Abschnitt.

### Von Verbreitung des Schalles durch tropfbar flüssige und durch feste Körper.

219.

Durch die Schwingungen eines schallenden Körpers wird nicht nur die Luft, oder sonst eine ausdehnbare Flüssigkeit, sondern überhaupt alles, was mitzuzittern im Stande ist, und mit dem schallenden Körper in irgend einer unmittelbaren oder mittelbaren Verbindung steht, auch in zitternde Bewegung gesetzt. Man kann füglich behaupten, daß die Luft zwar das gewöhn-

lichste Verbreitungsmittel des Schalles sey, und das geschickteste, um bey Menschen und bey allen Arten von Landthieren die Empfindung des Schalles vermittelst der äußern Gehörwerkzeuge den innern mitzutheilen, daß sie aber demohngeachtet eins der schwächsten Leitungsmittel sey, und von allen bisher untersuchten tropfbarflüssigen und festen Körpern hierin weit übertroffen werde. Auch alle möglichen Modificationen des Schalles werden durch solche Materien ebensowohl als durch die Luft, verbreitet.

220.

Daß der Schall auch durch Wasser verbreitet werde, erhellt schon daraus, weil Fische, Krebse und andere unter Wasser lebende Thiere auch mit Gehörwerkzeugen versehen sind, es ist auch durch viele Versuche bestätigt, aus welchen sich ergiebt, daß man unter Wasser jeden in der Luft erregten Schall, noch stärker aber einen Schall, der im Wasser selbst erregt worden ist, hören könne. (Journal des Savans 1678, p. 178. Hawkbee in Philos. Transact. n. 321. Arderon in Philosoph. Transact. n. 486, und vorzüglich Nollet in Mém. de l'Acad. de Paris 1743. und in leçons de physique expérimentale tom. III. p. 417. wie auch Musschenbroek introd. in philosoph. natur. tom. II. §. 2267.) So hört man auch einen unter Wasser erregten Schall in der Luft. Daß diese Fähigkeit den Schall zu verbreiten, nicht etwa, wie Mancher nach einseitigen Begriffen etwa vermuthen könne, von den im Wasser enthaltenen Lufttheilen herrühre, haben Nollet und Musschenbroek durch Versuche mit Wasser und andern Flüssigkeiten, die vorher von Luft sorgfältig gereinigt waren, dargethan; der Erfolg war ganz ebenderselbe, als wenn diese Flüssigkeiten Luft enthielten. Das Wasser ist auch nicht ganz ohne Elasticität, wie man bey dem Abspringen eines schief auf das Wasser geworfenen Körpers bemerken kann; es ergiebt sich auch aus verschiedenen neuern Versuchen von Canton (in Philos. transact. Vol. LII. p. II. p. 640. und Vol. LIV. p. 261.) wie auch von Abich und Zimmermann (über die Elasticität des Wassers, Leipzig 1779. 8.) und von Herbert (diss. de aquae, aliorumque nonnullorum fluidorum elasticitate, Vienn. 1774. 8.) daß das Wasser und andere Flüssigkeiten, wenn eine hinlängliche Kraft angewendet wird, sich einigermaßen in einen engern Raum zusammendrücken lassen. Indessen möchte wohl die Art, wie der Schall durch das Wasser verbreitet wird, nicht füglich als eine Zusammendrückung und Wiederausdehnung (wie bey der Luft und den Gasarten) sondern vielmehr als eine von dem schallenden Körper dem Wasser durch einen unbemerkbar kleinen Raum mitgetheilte Stoßbewegung anzusehen seyn; man hat auch noch nie bey dem Wasser oder einer

andern tropfbaren Flüssigkeit einen Klang (d. i. solche eigenthümlichen schwingenden Bewegungen, etwa wie bey der in einer Pfeife eingeschlossenen Luft) oder bey einem in solchen Flüssigkeiten erregten Schalle einen Nachhall wahrgenommen.

221.

Wenn man eine Glocke oder ein klingendes Gefäß mit Wasser anfüllt, oder wenn man einen klingenden Körper unter Wasser taucht, so erhält man tiefere Töne, als wenn die Schwingungen in der Luft geschehen. Es werden nähmlich die Schwingungen des klingenden Körpers durch den Widerstand des Wassers, als einer dichtern Flüssigkeit, verzögert, eben so wie dieses auch bey einem Pendel geschieht. Je weiter man das Gefäß mit Wasser angefüllt, oder je tiefer man den klingenden Körper unter die Oberfläche des Wassers taucht, desto langsamer geschehen die Schwingungen; nach einem noch tiefern Untertauchen giebt der klingende Körper (weil die darüber befindliche Flüssigkeit allzusehr darauf drückt) gar keinen bestimmbaren Klang mehr, sondern blos ein klapperndes Geräusch. Manche Flüssigkeiten wie z. B. Oehl, Milch, brausender Champagnerwein u. s. w. sind dem Klange eines Gefäßes weit mehr hinderlich, als das Wasser.

222.

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Schall im Wasser oder in andern tropfbaren Flüssigkeiten fortgeht, ist gänzlich unbekannt; jedoch ist wohl zu vermuthen, daß sie sowohl wie die Stärke in verschiedener Tiefe verschieden seyn möge, weil bey mehr oder weniger Druck in verschiedenen Tiefen die Dichtigkeit nicht, oder doch nicht merklich verändert wird. Versuche darüber anzustellen, möchte wohl fast unmöglich seyn.

223.

Daß die Stärke der Verbreitung des Schalles durch Wasser, wenn er auch unter Wasser erregt wird, beträchtlicher sey, als bey einem durch die Luft verbreitetem Schalle, erhellt schon aus den (§. 220. angeführten) Versuchen von Nollet, da er bey dem Untertauchen den durch Zusammenschlagung zweyer in den Händen gehaltenen Steine erregten Schall fast unerträglich fand. Einen in der Luft erregten Schall von irgend einer Art hört man unter Wasser zwar deutlich, jedoch weniger stark, unstreitig deswegen, weil die Luft als

eine sehr lockere Materie dem Wasser als einer weit dichtern Materie, diese Bewegung nicht so stark mittheilen kann. Ueber die Stärke des Schalles in verschiedenen tropfbarflüssigen Materien hat Perolle Versuche angestellt, und in den Mém. de l'Acad. de Turin 1790 — 1791. bekannt gemacht, sie finden sich auch in Gilberts Annalen der Physik, III. B. 2. St. S. 172. Er hängte eine Taschenuhr, an welcher die Fugen mit Wachs verklebt waren, an einem Faden in einem Gefäße auf, das mit der zu untersuchenden Flüssigkeit angefüllt war, und bemerkte, bis zu welcher Entfernung der Schall noch hörbar war, diese Entfernung war in der Luft 8 Fuß, im Wasser 20, in Olivenöhl 16, in Terpentinöhl 14, in Weingeist 12 (durch einen Druckfehler 21) Fuß. Bey Wiederholungen dieser Versuche waren die Resultate nicht immer ebendieselben. Obgleich bey Versuchen dieser Art nicht die Genauigkeit Statt finden kann, als ob eine ununterbrochene Strecke von einer solchen Flüssigkeit zwischen dem schallenden Körper und dem Ohre befindlich wäre, (indem der in der Flüssigkeit erregte Schall erst durch die Wände des Gefäßes der umgebenden Luft, und durch diese dem Ohre mitgetheilt wird), so ist doch soviel daraus zu ersehen, daß alle diese Flüssigkeiten durch den Schall stärker, als die Luft, erschüttert werden, welche Erschütterung auch sowohl an dem Gefäße, als an den hölzernen Tischgen, auf dem es stand, sehr merklich war, wobey aber die Oberfläche des Wassers ruhig blieb. In jeder von diesen Flüssigkeiten erhielt der Schall eine andere Modification. (timbre).

Herr von Arnim bemerkt in Gilberts Annalen der Physik 4. B. 1. St. S. 113 ꝛc. daß, so verschieden die Schallfortpflanzung durch flüssige und feste Körper ist, da diese in eine elastische Schwingung gesetzt werden, jene hingegen eine Bewegung empfangen und fortpflanzen, (die aber nur bis zu einer gewissen Weite annehmbar ist,) eben so verschieden auch das Gesetz für die Stärke des Schalles in den flüssigen Körpern seyn müsse. Da die Größe der Bewegung im Allgemeinen, und so auch hier der Bewegung der Flüssigkeit dem Producte aus der Masse und der Geschwindigkeit gleich ist, so werden auch die Größen der Bewegung verschiedener Flüssigkeiten, welche durch gleiche Ursachen (den Schlag der Lappen gegen die Zähne des Steigrads in der Uhr, bey Perolles Versuchen) in Bewegung gesetzt werden, sich wie diese Producte verhalten. So lange aber diese Flüssigkeiten nicht selbst auf eine wahrnehmbar verschiedene Art mit der Geschwindigkeit des Schlages den Ton desselben verändern, so werden die Geschwindigkeiten in den verschiedenen Producten, da die Uhr von gleichen Kräften bewegt wird, gleich seyn; die Größen der Bewegung werden sich daher verhalten

wie die Massen. Da ferner die Oberfläche der Uhr, wie auch die Volumina der bewegten Flüssigkeiten gleich sind; so werden sich die Größen der Bewegung verschiedener Flüssigkeiten unter den angegebenen Umständen wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten verhalten. Zur Bestätigung dieses Gesetzes führt Herr von Arnim die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten nach Musschenbroek an, deren Folge mit der Folge der von Perolle beobachteten Stärke des Schalles sehr gut übereinstimmt:

| Folge der Stärke des Schalles: | Folge der specifischen Gewichte: |
|---|---|
| Wasser | 1,000 |
| Oehl | 0,913 |
| Terpentinöhl | 0,792 |
| Weingeist | 0,791. |

Anm. Daß bey den Versuchen von Perolle die Oberfläche der Flüssigkeit vollkommen ruhig blieb, ist nicht zu verwundern, weil bey den Bewegungen, in welchen der Schall besteht, jedes Theilchen der bewegten Masse nur so wenig (eigentlich der Theorie nach durch einen unendlich kleinen, in der That aber durch einen sehr kleinen Raum) aus seiner ursprünglichen Lage verrückt wird, daß die Bewegung selbst auf der Oberfläche der Flüssigkeiten entweder gar nicht, oder doch nicht sehr bemerkt werden kann. Die vorher §. 167. beschriebenen, und Fig. 252. und 257. abgebildeten Bewegungen der Oberfläche des Wassers in einem klingenden Gefäße gehören nicht hieher, indem sie nicht etwa durch eine bloße Verbreitung des Schalles durch das Wasser, sondern vielmehr dadurch entstehen, daß die dem klingenden Gefäße benachbarten Theile des Wassers durch die Schwingungen des Gefäßes nach innen geworfen werden, welches bisweilen bey einem starken Bogenstriche mit solcher Heftigkeit geschehen kann, daß nicht nur der Violinbogen, sondern wohl auch das Gesicht des Experimentirenden besprützt wird. Camper beschreibt in seinen kleinen Schriften 1. B. 2. St. in der Abhandlung über das Gehör der schuppichen Fische 2. Abth. §. 5. einen von ihm angestellten Versuch, da er auf einem unter Wasser stehenden und mit Eis dünn überdeckten Felde mit dem Knöchel ein Getöse auf dem Eise machte, und fand, daß sich das Gras und andere los liegende Pflanzen, so weit er sehen konnte, hin und her bewegten, nach Verhältnisse des Stoßes den er that, wobey die Bewegung dieser Pflanzen viel heftiger war, als die auf dem Eise gemachte Erschütterung verursachen zu können schien. Es möchte aber doch wohl diese Bewegung der unter dem Wasser stehenden Pflanzen vielmehr durch eine vermittelst des Druckes auf das Eis dem Wasser mitgetheilte progressive oder schwankende Bewegung, als durch den dem Wasser mitgetheilten Schall seyn verursacht worden.

224.

Durch feste Körper wird der Schall meistens sehr stark verbreitet, besonders wenn ein solcher Körper eine stabförmige Gestalt hat oder sonst eine, die vielerley Arten der zitternden

Bewegung mit Leichtigkeit zuläßt, und er an die obern Zähne oder an andere feste Theile des Kopfes angestemmt wird, durch welche die Erschütterung leicht bis zum Gehörnerven gelangen kann. Ein bloßer Faden, er bestehe aus welcher Materie man wolle, ist schon hinlänglich einen Schall fortzuleiten; wenn z. B. zwey Personen einen starken Faden an den Enden zwischen den Zähnen etwas gespannt halten, so werden sie sich bey verstopften Ohren in einer ziemlichen Entfernung unterhalten können; so auch, wenn man das Ende des Fadens zwischen den Zähnen hält, und an dessen andern Ende einen etwas großen silbernen Löffel aufhängt, und ihn anschlägt, wird man den sonst sehr schwachen Klang des Löffels bey verstopften Ohren wie einen starken Klang einer Glocke hören. Durch einen Stab von jeder beliebigen Länge, Breite, oder Dicke, er bestehe auch, aus welcher harten Materie man wolle, wie auch durch eine Verbindung von mehreren unter beliebigen Winkeln zusammengefügten Stäben hört man, wenn das eine Ende an die Zähne (vorzüglich an die obern) und das andere an einen schallenden Körper angestemmt wird, den Schall eben so stark, oder wohl noch stärker, als durch die Luft, besonders wenn der Stab aus einer hierzu vorzüglich tauglichen Materie z. B. Glas oder Tannenholz besteht. Will man sich mit jemanden bey verstopften Ohren unterhalten, so wird es fast einerley seyn, ob der Redende den Stab an die Zähne, oder an die Kehle, oder an den Brustknochen, oder allenfalls an einen obern fest an die Brust gedrückten Knopf des Kleides stemmt. Noch stärker hört man auf diese Art die Worte eines andern, wenn man das andere Ende des Stabes an einen Kessel, oder an einen porcelanenen Spühlnapf hält, und der andere in dieses Gefäß hineinspricht; fast noch besser ist es aber, wenn man das Gefäß selbst an den Ohrknorpel oder an die Zähne oder dazwischen hält. Man hört auch alle Töne eines musikalischen Instrumentes, wenn man den Stab an dessen Resonanzboden, oder allenfalls nur an dessen Seitenwände anstemmt. Es läßt sich hiervon mancherley Gebrauch machen, um einem Tauben, oder schwer hörenden, bey welchem der Fehler nur in den äußern Gehörwerkzeugen liegt, der Gehörnerve aber gut ist, Worte oder Musik hören zu lassen.

Uebrigens wird der Schall durch eine jede Materie etwas anders modificirt.

Anm. Ueber das Hören vermittelst eines an die Zähne gehaltenen Stabes sind viele Bemerkungen enthalten in Jo. Jorissen diss. in qua explicatur nova methodus, surdos reddendi audientes, Halae 1757, welche auch deutsch unter dem Titel: Büchner's (unter dessen Vorsitz sie von Jorissen ist vertheidigt worden) Abhandlung von einer besondern und leichten Art, Taube hörend zu machen, Halle, 1759. 8., wie auch in einem Programme Winkler's de ratione audiendi per dentes, Lips. 1759. Da eine genauere Kenntniß dieses Gegenstandes vielleicht manchem

Tauben oder Schwerhörenden von Nutzen seyn kann, so halte ich nicht für überflüßig, einiges daraus zu erwähnen. Jorissens Vater, ein Kaufmann in Wesel, ward im 20sten Jahre schwerhörend, die Taubheit nahm immer zu, ohngeachtet aller Bemühungen der Aerzte. Hörröhre waren von wenig Nutzen. Er fand, daß er die Töne eines Claviers durch einen an den Resonanzboden gestemmten und zwischen den Zähnen gehaltenen thönernen Tobakspfeifenstiel vernehmen konnte, (auf welche Art ich auch durch Stäbchen von andern Materien, zweyen Personen, die fast taub waren, die leisesten Töne meines Euphons vernehmlich gemacht habe). Hierauf wollte er auch versuchen, ob er nicht vermittelst der Zähne auch Worte vernehmen könnte. Ein Sprachrohr ward von ihm mit der engen Oeffnung an die obern Zähne gehalten, ein anderer redete in die weite Oeffnung hinein, er hörte aber nichts. Ward aber in die enge Oeffnung, wie gewöhnlich, hineingesprochen, und die Zähne von ihm an die weite Oeffnung gehalten, so vernahm er alle Worte. Hierauf fand er, daß mit mehrerer Bequemlichkeit eine thönerne Tobaks-Pfeife zu dieser Absicht gebraucht werden konnte. Er verlangte nebst Andern zu wissen, in welcher Entfernung er auf solche Art die Reden Anderer vernehmen könnte, es ward also mit hölzernen Stäben 6 Fuß lang, 1 Zoll breit, und einen Messerrücken dick versucht, durch welche er alles deutlich hörte. Es wurden Versuche angestellt mit mehreren dergleichen Stäben, die auf eine beträchtliche Weite mit einander verbunden waren, so daß von einem Ende zum andern ein vollkommen Hörender einen schwach redenden auf die gewöhnliche Art kaum verstehen konnte, aber auch auf diese Art hörete er alles. In der Folge wurden noch mehrere Versuche angestellt. Wenn vermittelst eines Trichters vonEisenblech, oder auch ohne denselben in den Mund gesprochen ward, hörete er nichts. Wenn er den Stab fest zwischen den Zähnen, oder zwischen den Lippen, oder mit den Händen hielt, hörte er weniger, als wenn der Stab nur locker an die obern Zähne angestemmt ward. Bey einer Anstemmung desselben an die untern Zähne hörte er nichts. (Mir schien bey einigen angestellten Versuchen die Mittheilung des Schalles vermittelst der untern Zähne nur etwas schwächer zu seyn, als vermittelst der obern, unstreitig deswegen weil die obern Zähne mit den Gehörwerkzeugen durch einen ununterbrochenen Zusammenhang von Knochen, die untern aber vermittelst des Kinnbackengelenkes damit in Verbindung stehen.) Er ließ jemanden in ein gewöhnliches Trinkglas, das er an die obern Zähne stemmte, schwach hineinreden, ohne daß dieser das Glas berührte, und auch so hörte er alles deutlich; so auch wenn er den untern Theil des Glases fest im Munde hielt, und der Redende es mit den Zähnen berührte. Conische Weingläser mit dergleichen Füßen fand er weniger brauchbar, (so wie ich auch bey dergleichen Versuchen bemerkt habe, daß überhaupt Gefäße, die etwas dünn und nicht allzu klein sind, und also mit Leichtigkeit vielerley Arten von Bebung annehmen können, sich zu dieser Absicht am besten schicken). Die Zähne, deren er sich hierzu bedienen wollte, mußten fest seyn; durch lockere hörte er weniger deutlich.

J. H. Winkler hat in der vorher angef. Diss. die Schrift von Jorissen ausgezogen, und einige Versuche hinzugefügt. Er hörte den Schlag einer Taschenuhr durch einen an dieselbe und an die Zähne gestemmten viereckigen Stab von Lindenholz 5 Linien breit und 7 Pariser Fuß lang bey verstopften Ohren, wo er bey offenen Ohren in derselben Entfernung ohne den Stab nichts hören konnte. Der Schall war durch den Stab so deutlich und stark, als ob er an dessen Ende wäre hervorgebracht worden. (Ebendieses bemerkte ich auch; die Empfindung ist fast, als ob der Schall aus dem Stabe selbst käme). Ebenso hörte er auch, wenn das Ende des Stabes in ein

offenes Ohr gesteckt ward. Er hörte durch die obern und untern Zähne gleich gut, (ich nur, wenn beyde Reihen von Zähnen einander berühren, sonst durch die untern etwas schwächer), aber durch die Zähne überhaupt besser, als vermittelst des Stabes durch das äußere Ohr, (welches ich auch bestätigt fand). Der Schall ward auch durch mehrere unter mancherley Winkeln mit einander verbundene Stäbe gut fortgeleitet, (welches bey meinen Versuchen sich auch so zeigte). So können auch, wenn eine Uhr auf einem hölzernen Brete oder Tische liegt, mehrere durch hölzerne oder metallene Stäbe, die an die Zähne und an das Bret angestemmt werden, den Schall zugleich hören.

In der musikalischen Zeitung 1801, n. 4. wie auch in Voigts Magazin für Naturkunde 2. B. 3. St. wird von Versuchen Nachricht gegeben, welche der Musiklehrer Vidron zu Paris in Gegenwart einiger Commissarien des Nationalinstituts angestellt hat, um Tauben durch Ansetzung eines Stabes an die Zahne Worte und Töne vernehmlich zu machen. Einige hörten deutlich, der größere Theil gab aber zu erkennen, daß sie nur ein unbestimmtes Gesumse vernähmen. (Es mag nähmlich hier wohl nur darauf ankommen, ob der Gehörnerve gut beschaffen ist, und der Fehler blos in den äußern Gehör-Werkzeugen liegt, oder nicht). Articulirte Töne und Worte konnten sie kaum vernehmen. Stahl ward besser gefunden, als Holz.

Auch finden sich noch weit mehrere Bemerkungen über die Fortleitung des Schalles durch feste Körper in Kircheri Musurgia l. I. sect. 7. cap. 7; in Boerhavii praelection. in Institut. rei Medicae, Vol. IV. de Anditu p. 414; in Peter Camper's kleinen Schriften 1. B. 2. Heft über das Gehör der schuppichen Fische, 2. Abth. §. 2., und besonders in einer Abhandlung von Herhold (Divisionschirurgus bey der Marine, und meines Wissens jetzt Professor in Koppenhagen) über die Physiologie des Gehörs, in Reils Archive für die Physiologie 3. B. 2. Heft. Außer manchen Untersuchungen über die Ursache des Hörens vermittelst des Mundes giebt er auch Nachricht von Versuchen über die Leitung des Schalles durch einen Faden. Er und Assessor Rasn in Koppenhagen nahmen einen gewundenen flächsenen Faden, befestigten das eine Ende in freyer Luft an einem hölzernen Pfahl, und knüpften daselbst einen silbernen Eßlöffel an den Faden an. Sie entfernten sich ungefähr 300 Ellen weit von dem Pfahle, wickelten das freye Ende des Fadens um einen Finger, und drückten diesen in den äußern Gehörgang, oder bissen den Faden mit den Zähnen fest. Alsdenn spannten sie den Faden, soweit möglich, an, und ließen einen Gehülfen mit einem elfenbeinenen Stecken den angebundenen Löffel anschlagen. Waren beyde Ohren zugestopft, so spürten sie bey dem Anschlagen des Löffels nicht die geringste Empfindung des Schalles durch die wellenförmige Bewegung der Luft, aber durch den Faden empfanden sie einen sehr starken Eindruck eines dumpfen Schalles, als ob mit einer großen Glocke geläutet würde. Ließen sie das eine Ohr offen, so war der Klang des Löffels durch diesen freyen Gehörgang noch merklich, sie hörten aber den Schall durch den Faden stärker und früher. Der Eindruck war übrigens schwächer, als wenn der Faden zwischen den Zähnen gehalten ward. Nahmen sie anstatt des flächsenen Fadens einen Messingdrath, so war die Würkung des Schalles noch stärker.

Außer diesen hat besonders Perolle viele merkwürdige Versuche über die Fortleitung des Schalles durch feste Körper angestellt, wovon nachher ein mehreres wird gesagt werden.

225.

Ob die Richtung, in welcher diese einem festen Körper mitgetheilten Schwingungen geschehen, longitudinal oder transversal ist, kann sowohl von der Gestalt dieses mitschwingenden Körpers, als auch von der Richtung, nach welcher er von dem schallenden Körper gestoßen wird, abhängen. Hat der Körper, dem die Schwingungen mitgetheilt werden, eine stabförmige Gestalt, so wird er in beyderley Richtungen mit gleicher Leichtigkeit schwingen; ist er aber eine dünne Fläche, wie z. B. ein Resonanzboden, so wird er geneigter seyn, transversal zu schwingen. Uebrigens möchten wohl auch in den meisten Fällen durch die bey etwas starken Transversalschwingungen seitwärts geschehende Dehnung der schwingenden Theile auch Longitudinalschwingungen, d. i. Zusammenziehungen und Ausdehnungen nach der Richtung der Länge, erregt werden können. Wird ein Körper, der in beyderley Richtungen zu schwingen im Stande ist, von dem schallenden Körper nach der Richtung der Länge gestoßen, so werden eher Longitudinalschwingungen, durch Stöße in die Quere aber eher Transversalschwingungen hervorgebracht werden. Auf die Beschaffenheit der Schwingungen des schallenden Körpers selbst, ob diese nähmlich in die Länge oder in die Quere geschehen, kann hier nichts ankommen.

226.

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch feste Körper verbreitet wird, möchte sich, insofern es Longitudinalschwingungen sind, meines Erachtens also am besten bestimmen lassen. Da der Schall durch eine Strecke von freyer Luft in eben der Zeit fortgeht, in welcher diese Luftstrecke als selbstklingender Körper (in einer an beyden Enden offenen Pfeife) eine Longitudinalschwingung macht; da auch feste Körper in Ansehung ihrer Longitudinalschwingungen sich nach eben den Gesetzen richten, wie die Luft: so kann man füglich annehmen, daß in jeder festen sowohl als ausdehnbarflüssigen Materie der Schall in eben der Zeit sich verbreitet, in welcher sie als selbstklingender Körper betrachtet, eine Longitudinalschwingung macht. Jeder feste Körper wird also nach diesen Voraussetzungen den Schall um eben so viel geschwinder fortleiten, als der Ton, welchen er bey seinen Longitudinalschwingungen giebt, bey gleicher Länge dieses Körpers höher ist. Die Geschwindigkeiten werden also unter sich sowohl, wie gegen die Luft betrachtet, ungefähr in den Verhältnissen stehen, wie die §. 95. angegebenen Töne. Nun ist der Ton eines Stabes von Zinn ungefähr um 2 Octaven und eine große Sep-

eine höher, als der Ton einer eben so langen Luftstrecke in einer offenen Pfeife; der Ton eines Stabes von Silber ist um 3 Octaven und einen ganzen Ton; eines Stabes von Kupfer beynahe um 3 Octaven und eine Quinte; von Eisen und Glas, welche unter allen von mir untersuchten Materien nebst dem Tannenholze am schnellsten schwingen, um 4 Octaven und einen halben Ton höher u. s. w. Es würde also, wenn man eine hinlänglich lange und gleichförmig zusammenhängende Strecke von einer solchen Materie hätte, die Geschwindigkeit der Verbreitung durch Zinn $7\frac{1}{2}$, durch Silber 9, durch Kupfer beynahe 12, durch Eisen und Glas ungefähr 17, durch verschiedene Hölzer ungefähr zwischen 11 und 17, durch gebrannten Thon 10 bis 12mahl größer seyn, als die Geschwindigkeit der Verbreitung des Schalles durch die Luft.

Anm. Diese Theorie habe ich zuerst in Voigts Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde, 1. B. 1. St. bekannt gemacht. Die vorhererwähnte Beobachtung von Herhold (in Reils Archiv für die Physiologie III. B. S. 178.) stimmt damit ziemlich überein, da er durch einen 300 Ellen langen Faden den Schall fast um eine Secunde früher hörte, als durch die Luft. Daß er den Schall eher müsse gehört haben, erhellt daraus, weil alle festen Körper, die von mir untersucht sind, weit schneller schwingen als die Luft; aber viel über eine halbe Secunde kann der Unterschied bey 300 Ellen nicht betragen haben, wenn man die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft zu 1040 Fuß in einer Secunde annimmt. Prof. Wünsch hat (in den deutschen Schriften, welche in der Berliner Academie der Wissenschaften sind vorgelesen worden, 1793. 4.) Versuche bekannt gemacht, welche er über die Verbreitung des Schalles durch eine beträchtliche Strecke von hölzernen Latten angestellt hat, wo er die Geschwindigkeit weit größer fand, als durch die Luft; obgleich daraus nicht folgt, was er (durch eine Aeußerung von Hook in der Vorrede zu seiner Micrographia verleitet) vermuthet hatte, daß der Schall durch feste Körper in instanti, oder doch wenigstens so schnell, als das Licht, gehe.

227.

Ueber die Stärke, mit welcher der Schall durch verschiedene feste Körper fortgeleitet wird, hat Perolle viele Versuche angestellt, von welchen sich in Mém. de l'Acad. de Turin 1791—1792, wie auch in Voigts Magazin für Physik und Naturgeschichte X. B. 2. St. S. 39. und in Gilberts Annalen der Physik 3. B. 2. St. S. 168. Nachricht findet. Er fand, daß z. B. der Schlag einer Taschenuhr, der bey verstopften Ohren kaum 2 Linien weit gehört werden konnte, in einer ziemlichen Entfernung noch zu hören war, wenn das eine

Ende eines festen Körpers an die Uhr, und das andere an solche feste Theile des Kopfes gestemmt ward, die den Schall am besten bis zum Gehörnerven leiten konnten, so daß alle von ihm untersuchten Körper den Schall stärker, als die Luft, annahmen und mittheilten. Die hölzernen Stäbe folgten in dieser Ordnung: Tannen, Campesche, Buchsbaum, Eiche, Kirschbaum, Kastanie. Metallene Stäbe leiteten etwas schwächer, und in folgender Ordnung: Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Zinn, Bley. Sodann folgten Fäden oder Schnüre von Darm, Haaren, Seide, Hanf, Leinen, Wolle, Baumwolle. Auch hat er Zink, Antimonium, Glas, Salz, Gyps, getrockneten Thon und Marmor untersucht; letzterer leitete unter allen von ihm untersuchten festen Materien am schlechtesten.

Bey den von mir nur an einigen Materien angestellten Versuchen fand ich die Würkung durch gläserne Stäbe, oder gläserne Thermometer oder Barometerröhren, und nächst diesen durch Stäbe von Tannenholz am stärksten.

Nach Herrn von Arnim (in Gilberts Annalen der Physik, 4. B. 1. St. n. VI.) steht die Stärke der Schallfortpflanzung durch verschiedenartige homogene feste Stoffe in dem Verhältnisse ihrer Cohärenzen. (Er versteht nähmlich unter Cohärenz die Eigenschaft eines Körpers, der Veränderung des bestimmten Raumes, den er erfüllt, zu widerstehen). In Ansehung der Metalle bemerkt er, daß die Folge der Cohärenzen nach Sickingens und Musschenbroeks Versuchen eben dieselbe ist, wie die Folge der Stärke, mit welcher sie den Schall fortleiten. Auf Holzarten kann dieses Gesetz nicht füglich ausgedehnt werden, weil es keine homogenen Stoffe sind, doch findet er eine Bestätigung an den Fichten und Tannenholze, welches in seiner ganzen Structur sehr mit einander übereinstimmt. Jenes wurde Musschenbroek's Versuchen zufolge durch 550 ℔, dieses erst durch 600 ℔ getrennt, und dieses ist, wie die Erfahrung lehrt, vorzüglicher zu Resonanzböden. Eben so stimmt die Folge der Schnüre verschiedener Art mit ihrer Cohärenz überein, ausgenommen etwa bey der Wolle und Baumwolle, die ihre Stellen möchten vertauschen müssen.

Die Stärke der Fortleitung des Schalles durch feste Körper hängt unstreitig auch davon ab, ob die Gestalt des Körpers so beschaffen ist, daß er mancherley Arten der zitternden Bewegung mit Leichtigkeit annehmen kann; so wird z. B. ein Stab, oder eine nicht allzu dicke

Fläche den Schall weit stärker fortleiten können, als ein unförmlicher Klumpen von derselben Materie, welcher nicht so leicht in Bewegung gesetzt werden kann.

1. Anm. Bey Gelegenheit des von Herrn von Arnim aufgestellten Gesetzes finde ich noch nöthig zu bemerken, daß, wie ich schon in der Anmerkung zu §. 95. dem Grafen Giordano Riccati zufolge erwähnt habe, an homogenen festen Körpern zweyerley Aeußerungen der Cohärenz wohl möchten von einander zu unterscheiden seyn, nähmlich der Widerstand gegen Trennung (tenacitas), und der Widerstand gegen Gestaltveränderungen (rigiditas). Zur Bestimmung einiger Begriffe sey es mir erlaubt, hier die undeutschen Worte: Tenacität und Rigidität zu gebrauchen. Wenn die Rigidität ein Widerstand gegen Ausdehnung und Zusammendrückung ist, nenne ich sie: Sprödigkeit, wenn sie aber ein Widerstand gegen seitwärtsgehende Biegungen ist, nenne ich sie: Steifigkeit; erstere ist die bewegende Kraft bey den Longitudinalschwingungen, letztere bey den Transversalschwingungen fester Körper. Die Rigidität, sowohl die natürliche, als auch an biegsamen gespannten Körpern die künstliche, wie auch die Compressibilität ausdehnbar flüssiger Materien begreife ich in diesem Werke, wie auch in andern akustischen Aufsätzen von mir unter dem (nicht in dem Sinne von Gren und noch einigen andern Physikern, sondern im gewöhnlichen populären Sinne genommenen) Worte: Elasticität, um einen gemeinschaftlichen Ausdruck für alles dasjenige zu haben, was bey einem Schalle als bewegende Kraft anzusehen ist. Die Tenacität und Rigidität können an verschiedenartigen homogenen festen Körpern in sehr verschiedenen Verhältnissen gegen einander stehen; so ist ein harter Körper einer, der viele Tenacität und Rigidität, ein weicher, einer, der beydes nur in geringem Grade hat; ein zäher Körper hat viele Tenacität und wenig Rigidität, ein brüchiger Körper hat wenig Tenacität, kann aber demohngeachtet wie z. B. Glas, oder Glockenmetall, eine beträchtliche Rigidität haben. Durch die Rigidität, welche bey dem Klange fester Körper die bewegende Kraft ist, muß unstreitig auch die Stärke, mit welcher der Schall durch solche Körper fortgeleitet wird, mehr bestimmt werden, als durch die Tenacität. So z. B. wird der Schall durch einen dünnen Stab von Glas vorzüglich stark fortgeleitet, und doch ist er weit zerbrechlicher und unstreitig auch leichter zerreißbar, als ein ähnlicher Stab von manchem Metalle, das den Schall weit schwächer leitet; übrigens ist Glas doch wohl eben so homogen, als Metall. So leitet auch ein Stab von gebranntem Thone, welcher noch leichter sich zerbrechen oder zerreißen läßt, und doch auch homogen ist und also mit andern homogenen Materien kann verglichen werden, den Schall ziemlich stark.

2. Anm. Des Cartes, welcher überhaupt mehrere akustische Gegenstände besser beurtheilt hat, als manche Naturforscher nach ihm, hat auch schon geäußert, (in epist. P. II. ep. 72.), daß die Ursache, warum der Schall durch feste Körper stärker, als durch Luft fortgeleitet werde, in deren mehrerem Zusammenhange liege.

228.

Man bedient sich des Mitklingens fester Körper, um die Würkung eines klingenden Körpers, welche außerdem zu schwach seyn würde, zu verstärken. Der Klang einer Saite würde für sich, ohne künstliche Verstärkung kaum gehört werden, wovon man sich durch die Erfahrung leicht überzeugen kann, wenn eine Saite blos auf eine schmale hölzerne Leiste gespannt und diese an keinen andern festen Körper angestemmt wird; man spannt sie also über einen Resonanzboden, damit deren Würkung durch das Mitklingen desselben stärker werde. Eben so, wenn man eine Stimmgabel oder andere Gabel anschlägt, ist der Klang gewöhnlich so schwach, daß man ihn kaum hört, außer, wenn die Gabel nahe an das Ohr gehalten wird; stemmt man sie aber auf einen Resonanzboden, so hört man den Klang stärker und deutlicher. Es ist ein solcher mitklingender Resonanzboden als ein Körper von unbestimmter Ausdehnung anzusehen, welcher in allen Zeiträumen schwingen kann, wenn er dazu veranlaßt wird. Bey einem jeden Tone, der durch den Resonanzboden verstärkt wird, schwingt der ganze Resonanzboden so, daß er sich in verschiedene durch Knotenlinien von einander abgesonderte Theile theilt, die abwechselnd diesseits und jenseits der natürlichen Lage sich bewegen, fast so wie es an selbstklingenden Flächen im siebenten Abschnitte des vorigen Theiles ist gezeigt worden. Soll ein Resonanzboden alle Töne, besonders alle tiefen Töne, gehörig verstärken, so wird vorzüglich erfordert, daß er hinlänglich groß, und nicht allzu dick sey, und auch die gehörige Elasticität habe, um alle Arten von Schwingungen mit Leichtigkeit anzunehmen. Man wird bey einiger Aufmerksamkeit doch öfters finden, daß ein Resonanzboden gewisse Töne mehr und leichter verstärkt, als andere; diese mehrere Verstärkung findet vorzüglich alsdenn Statt, wenn es solche Töne sind, die der Resonanzboden als selbstklingender Körper bey irgend einer von seinen eigenthümlichen Schwingungsarten würde geben können. Hierüber sowohl, als über die bey jedem Tone sich mehr oder weniger bewegenden Stellen eines Resonanzbodens lassen sich Untersuchungen am besten anstellen, wenn man sich hierzu mehrerer Stimmgabeln bedient, die in verschiedene Töne gestimmt sind. Stemmt man nähmlich den Stiel einer durch Anschlagen in Bewegung gesetzten Stimmgabel auf verschiedene Stellen des Resonanzbodens nach einander, so wird der Klang weniger verstärkt werden, wenn sie auf eine Stelle gestemmt wird, auf welche bey diesem Tone eine Knotenlinie fällt, als bey dem Aufstemmen an andern Stellen, die bey diesem Tone sich zu bewegen geneigt sind, und dieses wird bey Stimmgabeln, die andere Töne geben, sich auch an andern Stellen des Resonanzbodens zeigen. Mancher Ton

wird auch überhaupt mehr, als andere, verstärkt werden. Allenfalls kann zu Versuchen dieser Art ein nicht allzu dickes Bret oder ein hölzerner Kasten schon als Resonanzboden dienen. Noch mehr zeigt sich diese mehrere oder mindere Verstärkung eines Tones an gewissen Stellen, und diese vorzügliche Verstärkung gewisser Töne vor andern, wenn man einen an dem einen Ende zugespitzten eisernen Stab oder Stift an verschiedenen Stellen in ein Bret, oder in den Boden eines hölzernen Kastens einschlägt.

Es kann ein Resonanzboden, eben so wie jeder andere elastische Körper (nach dem 9ten Abschnitte des vorigen Theiles) vielerley Schwingungsarten zugleich annehmen, ohne daß eine die andere hindert, er kann also viele Töne zugleich verstärken.

Anm. Maupertuis hat in seiner Abhandlung sur la forme des instrumens à Musique in den Mémoires de l'Académie de Paris 1724. den Umstand, daß ein Resonanzboden mehrere Töne zugleich verstärkt, auf eine sehr unnatürliche Art erklärt, indem er annimmt, daß durch jeden Ton nur gewisse Fasern des Resonanzbodens, die eine diesem Tone gemäße Elasticität haben, erschüttert würden, daß also ein Resonanzboden, oder ein musikalisches Instrument, um mehrere Töne zu verstärken, aus Fasern von verschiedener Länge bestehen müsse. Es wird vielmehr ein viereckiger Resonanzboden, wo alle Fasern gleich lang, und von einerley Beschaffenheit sind, alle Töne ebensowohl verstärken, als einer von anderer Gestalt. Die Erklärung von Maupertuis ist ein Gegenstück zu der eben so unnatürlichen Schalltheorie von Mairan in Mém. de l'Acad. de Paris 1737, wo dieser die Verbreitung mehrerer Töne durch die Luft dadurch erklären will, daß er die Luft aus Theilchen von verschiedener Elasticität bestehen läßt, wo also jeder Ton nur gewisse Lufttheilchen erschüttern soll.

229.

Ein entweder durch die Luft, oder auch durch feste Körper verbreiteter Klang setzt alle klingenden Körper, die in denselben Zeiträumen schwingen können, in Bewegung. Wenn an einem Instrumente, oder auch an verschiedenen, die durch die Luft oder durch einen Zusammenhang von festen Körpern auf einander würken können, zwey Saiten in Einklang gestemmt werden, und man setzt die eine in Bewegung, so klingt die andere ebenfalls, weil sie bey jeder Schwingung, die sie machen kann, durch jede Schwingung des andern klingenden Körpers einen neuen Stoß erhält. Dieses findet auch Statt, wenn einer, oder beyde Töne solche sind, die durch Eintheilung der Saite oder eines andern klingenden Körpers in mehrere

schwingende Theile entstehen, welches sich an einer Saite durch schmale darauf gelegte Papierstreifen sichtbar zeigen läßt, indem diese auf den Schwingungsknoten ruhig bleiben, von den schwingenden Stellen aber herabgeworfen werden. Auch wird das Angeben eines andern consonirenden Tones schon einigermaßen ein Mitklingen bewürken können, weil dabey der eine klingende Körper dem andern allemahl nach etlichen wenigen Schwingungen durch einen neuen Stoß zu seinen Schwingungen beförderlich ist.

Man bemerkt ein solches Mitklingen, oder wenigstens eine starke Erschütterung auch bisweilen bey manchen einzelnen besonders bey manchen sehr tiefen Tönen einer Orgel, oder eines Contraviolons an den Fenstern, Wänden, Pfeilern, oder an dem Fußboden eines Gebäudes; dieses geschieht nähmlich alsdenn, wenn (wie im vorigen §. erwähnt worden,) dieser mitschwingende Körper eine solche Beschaffenheit hat, daß er, als selbstklingender Körper betrachtet, in derselben Geschwindigkeit würde schwingen können.

230.

Einige Schriftsteller, wie Morhof (in seiner Dissertation: Stentor hyaloclastes, sive de scypho vitreo per vocis humanae sonum rupto, Kil. 1683.) und Bartoli (in trattato del suono e de' tremori armonici, Bologna 1680.) erzählen, daß gläserne Gefäße, besonders solche, die etwas dünn und convex waren (wie die Weingläser, welche man Römer nennt) durch heftiges und anhaltendes Hineinschreyen eines Tones nach einem vorhergegangenen starken Klirren sind zersprengt worden. Es mußte genau eben der Ton, oder die Octave dessen seyn, welchen das Glas geben konnte. Durch Hineinblasen desselben Tones mit einer Trompete wollte der Versuch nicht gelingen, es schien aber auch der Ton nicht genau und nicht anhaltend genug gewesen zu seyn. Bartoli erzählt, daß ein Glas auch durch denselben auf einer Violinsaite stark angegebenen Ton zersprengt worden sey.

Anm. Ein glaubwürdiger Mann sagte mir, daß er einen solchen Versuch selbst mit angesehen habe. Die Möglichkeit des Erfolges läßt sich wohl nicht abläugnen; indessen möchte ich doch fast vermuthen, daß Morhof, Bartoli und Andere sich etwas haben täuschen lassen, und daß der, welcher vielleicht zu seinem Vortheile oder um Aufsehen zu machen, diese Kunst ausübte, durch einen an dem Rande des Glases vorher mit einen Diamanten oder Feuersteine gemachten für das Auge fast

unmerklichen kleinen Riß mag nachgeholfen haben. So habe ich z. B. bey den Versuchen über die Schwingungen einer Scheibe, nie bemerkt, daß eine Scheibe durch die stärkste Hervorbringung eines Klanges vermittelst des Violinbogen wäre gesprengt worden, (außer wenn man mit dem Bogen so sehr drückt, daß eine dünne Scheibe davon zerbrechen muß); wenn aber etwa am Rande ein kleiner fast unsichtbarer Riß war, der sich auch bey einem Klange durch ein Klirren verräth, so zersprang eine solche Scheibe während des Klingens sehr leicht.

# Vierter Theil,

von der

# Empfindung des Schalles.

## Erster Abschnitt.

### Von dem menschlichen Gehöre.

### I. Von dem Bau und den Verrichtungen der Gehörwerkzeuge.

231.

Hören ist nichts anders, als eine schwingende Bewegung vermittelst der Gehörnerven empfinden. Es kann zwar, wie im zweyten Abschnitte des vorigen Theiles ist gezeigt worden, auch ohne Einwürkung der Luft eine schwingende Bewegung durch eine Strecke von festen oder tropfbarflüssigen Materien den Knochen des Kopfes und durch diese den Gehörnerven mitgetheilt und sodann auch als Schall empfunden werden; am gewöhnlichsten aber geschieht dieses vermittelst der Luft durch mehrere dazu bestimmte äußere und innere Theile des Ohres.

Anm. Den hier nur kurz zu beschreibenden Bau der Gehörwerkzeuge erläutere ich nicht durch Abbildungen, weil ich es für unnöthig halte, das, was schon so oft in Abbildungen dargestellt ist, nochmahls darzustellen, und dadurch das Buch zu vertheuren. Diejenigen Leser, welche sich durch den Anblick genauer davon unterrichten wollen, werden leicht Gelegenheit haben, eines von den nachher zu erwähnenden mit Abbildungen versehenen Werken zu erhalten.

232.

Die menschlichen Gehörwerkzeuge befinden sich auf jeder Seite des Kopfes in und an demjenigen Theile des Schlafknochens (os temporum) welcher der pyramidenförmige Theil, oder wegen seiner vorzüglichen Festigkeit auch der Felsentheil (pars petrosa) genennt wird. Die Gestalt dieses Theiles ist einer liegenden Pyramide ähnlich; die Grundfläche liegt mehr nach hinten und außen, und hängt mit den beyden andern Theilen des

Schlafknochens zusammen, welche der Schuppentheil (pars squamosa) und der Zizentheil (pars mammillaris oder mastoidea) genennt werden; die Spitze ist nach vorn und innen gerichtet.

233.

Die zum Ohre gehörigen Theile bestehen aus dem muschelförmigen Knorpel, dem Gehörgange, der Trommelhöle, und dem Labyrinthe, welche letztere der eigentliche Siz der Gehörnerven ist, dahingegen die andern Theile nur dazu dienen, um diesem die Würkung der Luftschwingungen gehörig mitzutheilen.

234.

Der muschelförmige Knorpel (cartilago conchaeformis), welcher im gemeinen Leben nur gewöhnlich unter dem Nahmen des Ohres verstanden wird, ist, um mehrere Schallstralen auffangen, und in den Gehörgang leiten zu können, gewölbt und mit mehreren Erhöhungen und Vertiefungen versehen. Daß es ein mit Häuten überzogener Knorpel und nicht etwa ein knöcherner oder musculöser Theil ist, nüzt dazu, daß er jedem Stoße oder Drucke ohne Gefahr des Zerbrechens nachgeben, seine Gestalt behalten, in Bewegung gesezt und auf keine Weise lästig werden kann. Die einzelnen Theile desselben sind 1) die Muschel (concha) welches der innere ausgehöhlte Theil ist, der in den Gehörgang übergeht, 2) der äußere erhabene Rand, welcher in der Muschel anfängt, und nach außen bis zur Gegend des Ohrläppchens herumgeht, und die äußere Leiste (helix) genennt wird, 3) eine weiter nach innen befindliche Erhabenheit, welche mit zwey Schenkeln anfängt, und hernach einfach fast parallel mit der äußern Leiste herumgeht, und die innere Leiste (anthelix) heißt, 4) die ungenannte Furche (sulcus innominatus oder cavitas innominata), welche der vertiefte Zwischenraum zwischen der äußern und innern Leiste ist, 5) der Kahn (scapha), oder die Vertiefung zwischen den beyden Schenkeln der innern Leiste, 6) ein vorn nach dem Gesichte zu befindlicher mit Haaren besezter Hügel, welcher der Bock (tragus oder hircus) genennt wird, 7) ein am hintern Ende der innern Leiste diesem gegenüber stehender kleinerer Hügel (antitragus), 8) ein unterwärts befindlicher mit Fett angefüllter Anhang, das Ohrläppchen (lobulus). Einige Muskeln scheinen in der Absicht vorhanden zu seyn, um den muschelförmigen Knorpel willkührlich nach der Richtung des Schalles bewegen zu können; sie werden aber schon in der Kindheit durch die Bedeckung des Kopfes unthätig gemacht, so daß

man unter cultivirten Völkern selten jemanden antrifft, der diesen Theil nach Willkühr bewegen kann, welches jedoch unter wilden Völkern sehr gewöhnlich seyn soll, und wohl einiges zu einem schärfern Gehöre beytragen mag.

235.

Der Gehörgang (meatus auditorius) fängt in der Muschel an, man unterscheidet an ihm (bey Erwachsenen) einen knorpelichen und einen knöchernen Theil; er besteht nähmlich nach außen aus zwey knorpelichen Ringen, zwischen denen sich Einschnitte (incisura major et minor) befinden; weiter nach innen ist er knöchern, aber doch auch mit häutigen Decken versehen. Am Ende desselben befindet sich die Trommelhaut (membrana tympani), eine schiefliegende, dünne, weiße, feste, elastische Haut, die nach außen concav, nach innen convex ist. Die Richtung des Gehörganges geht aufwärts, so daß also fremde Körper nicht leicht hineinfallen können, er ist etwas gebogen, verengert sich allmählich bis zur Mitte des knöchernen Theiles, wo er wieder etwas weiter wird, welches dazu dient, daß der Schall nicht etwa nur auf einen Theil der Trommelhaut, sondern mehr auf das Ganze würkt. Unter den häutigen Decken des Gehörganges befinden sich kleine gelbliche Talgdrüsen (glandulae sebaceae Stenonii), die eigene Abführungsgänge haben, und eine gelbe klebriche der Galle ziemlich ähnliche Substanz, das Ohrenschmalz (cerumen aurium) in dem Gehörgange absetzen, wodurch das Hineinkommen der Insecten und anderer fremden Körper verhindert, und der Gehörgang geschmeidig erhalten wird.

Bey Kindern ist der Gehörgang ganz knorpelich, und die Trommelhaut liegt in einem eigenen knöchernen Ringe, welcher nachher mit dem Felsenbeine völlig verwächst.

236.

Unmittelbar hinter dem Trommelfelle befindet sich die Trommelhöle (tympanum oder cavitas tympani), sie ist länglichrund und unregelmäßig, die flachere Wand derselben ist nach innen, die andere nach außen gerichtet. Sie ist mit Luft angefüllt, welche mit der im Munde befindlichen Luft durch die Eustachische Röhre (tuba Eustachii) Gemeinschaft hat. Diese Röhre, welche anfangs knöchern, nachher knorpelich, und endlich häutig ist, sich nach und nach erweitert, und am Gaumen in die hintern Nasenöffnungen (choanae) sich endigt, scheint zwar zum Gehöre nothwendig zu seyn, weil man öfters bey tauben Personen nichts

weiter, als eine Verschließung derselben gefunden hat, sie scheint aber nach der Meynung der meistern neuern Anatomen nicht sowohl bestimmt zu seyn, um den Schall auch nach den innern Gehörwerkzeugen zu leiten, sondern vielmehr um eine Gemeinschaft der in der Trommelhöle befindlichen Luft mit der äußern vermittelst des Mundes zu unterhalten; wenigstens hört man, wenn bey verstopften Ohren eine Uhr tief in den Mund gehalten wird, und sie die innern Theile nicht berührt, den Schlag derselben nicht im mindesten durch die Eustachische Röhre. Wenn bey Kindern und ungebildeten Menschen, die sich anstrengen wollen um etwas scharf zu hören, sich ein Trieb zeigt, den Mund zu öffnen, so dient dieses nach einer Beobachtung von Elliot vielmehr dazu, daß der knorpelichte Theil des Gehörganges etwas mehr nach vorn und unten geöffnet, und dadurch in den Stand gesetzt wird, mehrere Schallstralen aufzunehmen. Im mittleren Theile der Trommelhöle befindet sich am Boden eine Erhabenheit, das Vorgebirge (promontorium), die durch eine Wölbung der Schnecke gebildet wird, und sich um eine zu ihr führende Oeffnung herumzieht, welche das runde Fenster (foramen rotundum oder fenestra rotunda cochleae) heißt, und durch eine zarte Beinhaut (membrana secundaria tympani) verschlossen ist. Ueber diesem Loche befindet sich ein anderes, das eyförmige oder halbeyförmige Fenster des Vorhofes (fenestra ovalis oder semiovalis vestibuli), welches durch die Grundfläche des Steigbügels bedeckt ist; um dieses Fenster herum geht der fallopische Canal. Einige kleinere Canäle und Gefäßöffnungen erwähne ich der Kürze wegen nicht.

In der Trommelhöle ist eine aus zarten Knöchelchen, die beweglich sind, und als Hebel auf einander würken können, bestehende Maschine enthalten, durch welche die dem Trommelfelle mitgetheilten Schwingungen den innersten Gehörwerkzeugen oder dem Labyrinthe zugeführt werden. Diese Knochen sind: der Hammer, der Ambos, das rundliche Knöchelchen des Sylvius und der Steigbügel.

Der Hammer (malleus) liegt am meisten nach vorn und außen, seine Theile sind 1) der Handgriff (manubrium), dessen Spitze an der Trommelhaut befestigt ist, 2) der Hals (cervix) an welchem man einen obern längern Fortsatz (processus tenuis mallei) und einen untern kürzern (processus conoideus) unterscheidet; ersterer ist bey den Bewegungen des Hammers als das Hypomochlium anzusehen; 3) das Köpfchen (capitulum), welches eine fast kugelförmige Gestalt hat, so daß der vordere Theil desselben rundlich erhaben ist, der hintere aber eine scharnierförmige Fläche (superficies ginglymoidea) bildet, die aus 2 Hügeln

und einer dazwischen befindlichen Vertiefung besteht, und den Hammer mit dem Amboße verbindet.

Der Amboß (incus) hat seinen Nahmen von der vermeynten Aehnlichkeit mit einem Amboße erhalten, manche neuere Anatomen vergleichen seine Gestalt vielmehr mit der eines ersten Backzahnes. Man unterscheidet an ihm 1) den Körper, welches der breitere und dickere Theil ist, der vermittelst einer articulirenden Fläche mit dem Köpfchen des Hammers in Verbindung steht, 2) die lange Wurzel oder den heruntersteigenden Schenkel (radix longa oder crus descendens), woran das rundliche Knöchelchen des Sylvius in einer rundlichen ausgehöhlten Fläche befestigt ist, 3) die kurze Wurzel oder den Querschenkel (radix longa oder crus transversum), welcher an dem Ende eine Furche oder Vertiefung hat, und bey den Bewegungen des Amboßes als das Hypomochlium anzusehen ist.

Das rundliche Knöchelchen des Sylvius (ossiculum orbiculare Sylvii) ist ein sehr kleines nicht ganz rundes Knöchelchen, welches zwey articulirende Flächen hat, eine äußere und innere, vermittelst deren es mit dem heruntersteigenden Schenkel des Amboßes und mit dem Köpfchen des Steigbügels auf gleiche Weise verbunden ist. Verschiedene Anatomen haben es für einen Ansatz (epiphysis) des Amboßes gehalten.

Der Steigbügel (stapes) wird wegen seiner Gestalt mit Recht so genennt; man unterscheidet an ihm 1) das Köpfchen (capitulum), welches nach außen ausgehöhlt, und mit dem rundlichen Knöchelchen des Sylvius verbunden ist, 2) zwey Schenkel (crura), zwischen denen sich eine Membrane befindet, die in einer Furche an dem innern Umfange der beyden Schenkel befestigt ist, 3) die Grundfläche (basis), welche das eyrunde Fenster verschließt. Cotunni hat behauptet, die vordere Extremität der Grundfläche sey vermittelst eines dreyeckigen Ligaments und eines dreyeckigen knöchernen Fortsatzes so befestigt, daß nur die hintere Extremität sich durch das eyrunde Fenster in den Vorhof des Labyrinths einsenken könne; andere Anatomen bemerken aber nichts davon, so daß sich mit mehrerem Rechte behaupten läßt, daß der Steigbügel auf beyden Seiten einigen Spielraum zwischen seinen häutigen Befestigungen hat, um zitternde Bewegungen annehmen, und dem Labyrinthe mittheilen zu können, und daß die Bemerkung von Cotunni mag durch eine Täuschung oder durch eine Abweichung von der Natur seyn veranlaßt worden.

Die ganze Trommelhöle nebst allen in ihr befindlichen Theilen ist mit einer Membran überkleidet, welche eine Fortsetzung von der Haut der Eustachischen Röhre zu seyn scheint.

Die Gehörknöchelchen sind zum Theil mit kleinen Muskeln versehen, die ihre Bewegung unterstützen, der Hammer hat drey, und der Steigbügel einen. Die Gelenkflächen der Knöchelchen sind mit Knorpel überzogen, und werden durch zarte fast nur häutige Kapselbänderchen zusammengehalten.

Bey Kindern haben die Gehörknöchelchen schon ebendieselbe Größe, wie bey Erwachsenen.

Vormals ward die Trommelhöle als der eigentliche Sitz des Gehörs angesehen, daß sie es aber nicht sey, und daß man den darin enthaltenen Nerven, die Trommelsaite (chorda tympani), nicht als einen zum Gehöre unmittelbar dienenden Nerven anzusehen habe, erhellt schon daraus, weil dieser Nerve mit einer Scheide versehen ist, dahingegen alle Nerven, die zu einer feinen Empfindung bestimmt sind, an dem dazu gehörigen Stellen ihre Scheiden ablegen. Auch hat man einige Beyspiele, unter andern eins, das Astley Cooper in Philos. transact. 1800. Vol. I. n. VIII. beschreibt, wo nach Zerstörung der Trommelhaut oder eines Theiles derselben, oder auch bey einem gänzlichen Mangel der Gehörknöchelchen keine Taubheit erfolgt ist.

237.

Der Labyrinth, welcher seinen Nahmen von den verschiedenen gekrümmten Hölungen hat, die mit mehrern Zugängen und Ausgängen versehen sind, befindet sich im pyramidenförmigen Theile des Schlafknochens oberhalb der Trommelhöle, etwas weiter nach hinten, er ist ganz von schwammicher Knochenmasse umgeben, seine Wände aber sind zart und fest, und mit einer Knochenhaut überkleidet, die eine Fortsetzung der harten Hirnhaut ist. Er ist ganz mit einer wäßrichen Feuchtigkeit (aquula labyrinthi) angefüllt, welches dazu nützt, daß die Gehörnerven, welche bey dem Eintritte in den Labyrinth ihre Scheiden ablegen, und sich bloß mit ihrer markichen Substanz in mancherley Häute und Fasern verbreiten, in einer solchen wäßrichen Flüssigkeit weit mehr, als wenn sie etwa mit Luft umgeben wären, vor jedem Verderbniß sicher seyn, und jeden Eindruck der dieser Flüssigkeit durch den Schall mitgetheilten Bewegungen stärker empfinden können. Diese wäßriche Feuchtigkeit wird von den feinen Arterien, welche sich auf der Oberfläche des Labyrinthes endigen, abgesondert, und durch den Wasserleiter des Vorhofs (aquaeductus vestibuli) und den Wasserleiter der Schnecke (aquaeductus cochleae) wieder in den Kreißlauf des Blutes zurückgeführt.

Die Theile des Labyrinthes sind der Vorhof, die halbcirkelförmigen Canäle, und die Schnecke. Er hat eine etwas schiefe Lage, so daß die Schnecke nach innen und vorn, der Vorhof in der Mitte, und die halbcirkelförmigen Canäle nach hinten und außen liegen.

Der Vorhof (vestibulum) ist eine unregelmäßig gestaltete fast eyförmige Höle, kleiner und glätter, als die Trommelhöle. Sie enthält zwey Vertiefungen, die halbkugelförmige (recessus hemisphaericus oder fovea hemisphaerica), welche nach unten und vorn gelegen und gegen die Schnecke gekehrt ist, und die halbeyförmige (fovea semiovalis oder recessus hemiellipticus), welche sich nach oben und hinten befindet, und bis an die halbcirkelförmigen Canäle geht. Diese Vertiefungen sind durch eine spitzige Erhabenheit von einander abgesondert, welche man die Pyramide des Vorhofes nennt, sie hat einen rauhen quer durch den Vorhof gehenden mit kleinen röhrenförmigen Zähnen besetzten Rand, welcher der Kamm des Vorhofes (crista vestibuli) genennt wird. Ferner bemerkt man in dem Vorhofe eine Oeffnung, die zur Treppe des Vorhofs in die Schnecke geht, fünf Oeffnungen der halbcirkelförmigen Canäle, das vorhererwähnte halbeyförmige Loch oder Fenster, welches durch die Grundfläche des Steigbügels verschlossen ist, und noch verschiedene kleine Oeffnungen für hindurchgehende Nerven und Gefäße, wie auch die bald nachher weiter zu erwähnenden Verbreitungen des Gehörnerven.

Die halbcirkelförmigen Canäle (canales semicirculares) sind drey knöcherne Bogengänge, die mit einer sehr weiten Oeffnung aus dem Vorhofe, und mit einer zweyten engeren dahin zurückgehen. Der oberste von diesen Bogengängen, oder der vordere halbcirkelförmige Canal und der hintere innere haben eine senkrechte Richtung; der hintere äußere liegt fast horizontal. Das innere Ende des vordern und das obere Ende des hintern innern Canals vereinigen sich in eine gemeinschaftliche Oeffnung, außerdem hat ein jedes Ende seine eigene Oeffnung im Vorhofe.

In den halbcirkelförmigen Canälen sind häutige Röhren (tubuli semicirculares membranacei) enthalten; diese sind enger als die knöchernen Bogengänge, und gehen bald in der Axe derselben, bald an den Wänden fort, hängen aber allemahl mit diesen durch Zellgewebe zusammen. Jede von diesen häutigen Röhren schwillt an dem dickern Ende der Canäle zu einem eyrunden Bläschen (ampulla ovalis) auf, und alle kommen im Vorhofe in einen gemeinschaftlichen Schlauch (saccus communis vestibuli) zusammen, welcher

mit seinem dickern Ende in der halbeyförmigen Vertiefung liegt, und mit dem andern schlankern Ende quer durch den Grund des Vorhofs geht. Ein anderes rundes Säckchen (saccus proprius vestibuli), das von allen Seiten verschlossen ist, aber mit dem vorigen zusammenhängt, liegt in der halbkugelförmigen Vertiefung des Vorhofs. Diese Säckchen nebst den häutigen Röhren sind mit einer sehr durchsichtigen wäßrigen Feuchtigkeit angefüllt, welche dem übrigen sie umgebenden Wasser des Labyrinthes ähnlich ist, daher sie auch vor Scarpa, der die wahre Beschaffenheit dieser Theile zuerst bekannt gemacht hat, theils unbemerkt geblieben, theils ganz unrichtig beobachtet und beurtheilt worden sind, so daß einige frühere Zergliederer (vermuthlich weil diese zarten häutigen Theile, deren gehörige Behandlungsart man nicht kannte, mochten bey der Oeffnung des Labyrinthes zerrissen und also nur die wegen des ausgelaufenen Wassers zusammengefallenen Ueberreste derselben beobachtet worden seyn), ein septum nerveum, oder zonas sonoras u. s. w. gefunden haben wollten. Die Bläschen, in welche die häufigen Röhren anschwellen, so wie auch die beyden im Vorhofe befindlichen Säckchen sind mit der markigen Substanz des Gehörnerven überkleidet und durchwebt, wovon auch ein Theil in den beyden Säckchen in breyiger oder schleimiger Gestalt enthalten ist.

Die Schnecke (cochlea) ist ein knöcherner conischer Canal, der in 2½ Spiralgängen (ductus spirales) um eine bis zur Hälfte des zweyten Gewindes gehende conische Spindel (nucleus oder modiolus cochleae) herumgeht. Man unterscheidet an der Schnecke die Grundfläche (basis) und die Spitze (apex). Der Canal der Schnecke ist durch eine um die Spindel herumgehende Scheidewand in zwey Hälften getheilt, die man Treppen (scalas) nennt. Die Trommeltreppe (scala tympani) fängt bey dem runden Fenster an, und ist die innere und hintere, die Vorhofstreppe (scala vestibuli) fängt im Vorhofe an, und ist die vordere und äußere, etwas enger, als die Trommeltreppe, aber auch etwas länger. Diese beyden Treppen sind durch die dazwischen befindliche Scheidewand so von einander abgesondert, daß sie eher keine Gemeinschaft mit einander haben, als bis sie über die Spitze der Spindel unter die Wölbung der Decke, welche man die Kupel (cupola) nennt, gekommen sind. Die Scheidewand ist zunächst an der Spindel knöchern, und wird das Spiralblatt, oder gewundene Blatt (septum osseum oder lamina spiralis) genennt, dieses besteht eigentlich aus zwey Knochenblättchen, wovon das eine nach der Trommeltreppe zu befindliche mit knöchernem Fadengewebe und hervorragenden Linien besetzt, das

andere aber nach der Vorhofstreppe zu ganz glatt ist. Es reicht nicht bis an die Spitze der Schnecke, sondern endigt sich etwas unter der Hälfte des zweyten Spiralganges in einen Haken (rostrum oder hamulus); von diesem Ende bis zur obersten Decke der Schnecke (cupola) bleibt ein trichterförmiger Raum, welcher der Trichter (infundibulum oder scyphus) genennt wird. Wo der knöcherne Theil der Scheidewand aufhört, ist der Raum zwischen diesem und den Seitenwänden durch die weiche Scheidewand oder die Zone der Schnecke (zona mollis cochleae oder septum molle) ausgefüllt, welche zum Theil halb knorpelich und halb häutig, oder fast lederartig, zum Theil ganz häutig ist. Durch die Furchen und Zwischenräume des Spiralblattes geht die Substanz des Gehörnerven theils ästig, theils in spiralförmig liegenden Fasern, und endigt sich am Rande der weichen Zone in unzählich viele pinselartig geordnete zarte Fäden.

238.

Die Nerven, welche zu den Gehörwerkzeugen gehen, begriff man sonst unter dem Nahmen des siebenten Paares, und theilte sie in die harte und weiche Portion ein; neuere Beobachtungen aber lehren, daß die beyden sogenannten Portionen sich nicht vereinigen, sondern nur durch eine gewisse Strecke neben einander gehen; man nennt also jetzt gewöhnlich das, was sonst die harte Portion hieß, den Antlitznerven (nervus communicans faciei, oder nervus facialis) und was man sonst als die weiche Portion ansah, den Gehörnerven (nervus auditoris oder acusticus). Die Gehörnerven werden gewöhnlich jetzt als das siebente Paar, und die Antlitznerven als das achte Paar angesehen; Sömmerring (über das Organ der Seele §. 8.) betrachtet die Antlitznerven als das siebente und die Gehörnerven als das achte Paar. Der Antlitznerve entspringt aus dem Hirnknoten (pons Varolii), und nach einer Beobachtung von Malacarne auch mit einigen Fäden aus der vierten Hirnhöle, geht anfangs neben dem Gehörnerven fort, nimmt einen Zweig vom fünften Nervenpaare auf, giebt bey seinem Durchgange durch den Fallopischen Canal kleine Zweige an die Trommelsaite und an die Muskeln des Hammers und des Steigbügels, und verbreitet sich sodann weiter über die Theile des Gesichts. Der Gehörnerve entspringt aus einigen leicht wahrzunehmenden markigen Streifen an der vierten Hirnhöle, er ist in sich selbst gewunden, so daß man nach Wegnahme des Zellgewebes den ganzen Nervencylinder in eine gerade Fläche ausbreiten kann. Bald nach seinem Ursprunge lassen sich zwey Bündel an ihm unterscheiden; der hintere geht mit drey Zweigen in den Vorhof und die halbcirkelförmigen Canäle, der

vordere geht in die Schnecke, so daß er wegen seiner Windungen sich desto bequemer in die Spiralgänge derselben verbreiten kann.

239.

Ein Schall gelangt gewöhnlich auf folgende Art zu unserer Empfindung. Die durch die Bewegungen des schallenden Körpers erschütterte Luft theilt die erhaltenen Eindrücke dem Trommelfelle mit, dadurch werden die damit in Verbindung stehenden und hebelartig auf einander würkenden Gehörknöchelchen in Bewegung gesetzt, und diese Bewegung wird vermittelst der das eyrunde Fenster bedeckenden Grundfläche des Steigbügels dem im Vorhofe, in den halbcirkelförmigen Canälen, und in der Vorhofstreppe der Schnecke befindlichen Wasser mitgetheilt, und zugleich wird auch die in der Trommelhöle befindliche Luft durch die Bewegungen des Trommelfelles erschüttert, wodurch auch die Membrane, welche das runde Fenster bedeckt (membrana secundaria tympani), und das hinter derselben in der Trommeltreppe der Schnecke befindliche Wasser miterschüttert wird. Diese auf doppelte Art (durch das eyrunde und durch das runde Fenster) dem Wasser des Labyrinths mitgetheilten schnellen Stoßbewegungen werden von der in demselben befindlichen Substanz des Gehörnerven, welche sich in dem Vorhofe und den halbcirkelförmigen Canälen in breyiger und häutiger, in der Schnecke aber in faseriger Gestalt zeigt, als Schall empfunden, und diese Empfindung wird durch den weitern Fortgang des Gehörnerven endlich dem Gehirne, welches allem Ansehen nach der allgemeine Sitz der Empfindungen ist, mitgetheilt.

1. Anm. Daß die Nerven die eigentlichen Werkzeuge der Empfindung sind, und daß sie besonders an den für eine feinere Empfindung bestimmten Theilen des Körpers ihre Scheiden ablegen, und blos ihre markige Substanz in mehrerer und mannigfaltiger Ausdehnung zeigen, daß auch durch die Nerven eine jede Empfindung augenblicklich zu dem Gehirne, als dem wahrscheinlichen Sitze eines allgemeinen Sensorium, (bisweilen auch zu andern entfernten Stellen des Körpers) fortgeleitet werde, ist bekannt; aber wie die Nerven empfinden, und wie diese Empfindung fortgeleitet werde, und wie sie endlich zu unserm Bewußtseyn gelange, darüber läßt sich nichts mit einiger Gewißheit sagen. Selbst der innere Bau der Nerven ist noch nicht einmahl mit hinlänglicher Genauigkeit bekannt, und die feinen microscopischen Beobachtungen von della Torre, Monro, Fontana und Andern treffen nicht ganz mit einander überein. Eine gewöhnliche Meynung war sonst, daß die Nerven durch Schwingungen die Empfindungen fortleiteten; dieses wird aber schon durch die ersten akustischen Begriffe widerlegt. Ein Körper, der schnelle Schwingungen machen soll, muß hinlänglich elastisch seyn, dahingegen ein Nerve als ein weicher und nicht gespannter Körper keine solche Elasticität zeigt. Ferner können dergleichen Schwingungen auch deswegen nicht Statt finden, weil die Nerven sich ganz zwischen andern weichen Theilen befinden, die

durch ihre Berührung und durch ihren Druck jede Schwingung augenblicklich vernichten würden, indem ein Körper nicht schwingen kann, wenn er anderswo, als an seinen Schwingungsknoten berührt oder festgehalten wird. Eben so wenig hat die von Einigen geäußerte Meynung für sich, daß die Empfindungen durch die Bewegung einer in den Nerven enthaltenen (gröbern) Flüssigkeit fortgeleitet werden sollen, so daß von dem Orte der erregten Empfindung an bis zum Gehirne immer ein Theilchen das andere stieße; es würde nähmlich, wenn auch die Nervenfasern als kleine Röhrchen eine breyige oder wäßrige Feuchtigkeit enthalten (wie es nach den Beobachtungen von Fontana scheint), bey der weichen Beschaffenheit und bey den mancherley Krümmungen der Nerven unmöglich eine solche Stoßbewegung mit einiger Stärke und Geschwindigkeit von den entferntesten Theilen des Körpers bis zum Gehirne würksam seyn können. Auch die Meynung, daß die Empfindungen durch Zusammenziehungen und Ausdehnungen der Nerven (also durch Longitudinalschwingungen) fortgeleitet würden, möchte wohl wegen der weichen Beschaffenheit der Nerven, wegen ihrer Krümmungen u. s. w. vieles wider sich haben. Unter allen Erklärungsarten möchte wohl die am meisten zu billigen seyn, da man eine sehr feine imponderable Flüssigkeit annimmt, welche in oder an den Nerven sowohl, als vorzüglich im Gehirne ihren Sitz hat, und vermittelst der Nerven sowohl äußere Eindrücke empfängt, und dem im Gehirne enthaltenen allgemeinen Sensorium mittheilt, als auch von diesem aus auf die Bewegung der äußern Theile würkt. Diese Erklärungsart hat mit dem, was man an der Electricität und andern imponderabeln und incoercibeln Materien wahrnimmt, (wenn es nähmlich Materien, und nicht etwa nur Zustände ponderabler und coercibler Materien sind, welches noch nicht mit Gewißheit bestimmt ist), einige Analogie, und widerspricht keinem bekannten Naturgesetze, sie wird auch durch die große Würksamkeit der auf nassen Wege zu erhaltenden Electricität (oder der Galvanischen) auf die Nerven und Muskelfasern sehr begünstigt.

In Reils Archiv für die Physiologie 1. B. 2. Hft. im ersten Aufsatze wird sehr wahrscheinlich gemacht, daß die Fortleitung der Empfindung (oder die Würkung von außen nach innen) durch ganz andere Organe geschieht, als die Hervorbringung einer willkührlichen Bewegung (oder die Würkung von innen nach außen), nähmlich erstere durch das Nervenmark, letztere durch die Scheiden der Nerven, oder das Zellgewebe derselben.

2. Anm. Sömmerring liefert in seiner Abhandlung über das Organ der Seele §. 16. genaue Beobachtungen über die Endigungen der Hörnerven in der vierten Hirnhöle, wo diese weit deutlicher und bloßer, als die Endigungen eines andern Nerven da liegen, (indem sie sich auf der untern Wand derselben als zwey bis sieben markige Linien auszeichnen, die wie eingelegt aussehen, und sich durch ihre milchweiße Farbe von der grauen Substanz dieser Wand unterscheiden), welches auch allem Ansehen nach mit Recht als der Grund angegeben wird, warum das Gehör stärker und mehr unmittelbar, als ein anderer Sinn auf das gemeinschaftliche Sensorium würkt, wie denn auch nach einer Bemerkung von Santorini an einem ausgezeichnet scharf hörenden die Hirnenden der Gehörnerven weit hervorstehender und stärker als gewöhnlich sind gefunden worden. Nächst dem Hörnerven ist der Sehnerve (welcher nebst jenem uns die stärksten Eindrücke und die deutlichsten Begriffe giebt) mit seinen Enden in der vierten Hirnhöle am meisten ausgezeichnet, beyde sind aber sehr verschieden gestaltet, und endigen sich an ganz entgegengesetzten Wänden dieser Hirnhöle, nähmlich die Hörnerven an dem hintern und die Sehnerven an dem vordern Schlusse

derselben, worin wahrscheinlich der Grund liegt, warum die durch beyde Nervenpaare dem gemeinschaftlichen Sensorium mitgetheilten Bewegungen einander nicht verwirren können. In der letzterwähnten Schrift von Sömmerring werden die Hirnhölen als die Orte, wo sich alle zum Gehirne gehenden Nerven mehr oder weniger deutlich endigen, und eine in denselben enthaltene wäßrige Flüssigkeit als der Sitz des allgemeinen Sensorium angesehen. Nun versichern aber verschiedene Anatomen (in Braunschweig, und soviel ich mich erinnere, noch andere), gefunden zu haben, daß im gesunden Zustande kein Wasser in den Hirnhölen befindlich sey. Wenn sich dieses aber auch so verhält, so sehe ich nicht ein, warum ein in denselben enthaltener feuchter Dunst, oder eine gasförmige Flüssigkeit nicht sollte eben die Geschäfte verrichten können, die dort einer wäßrigen Flüssigkeit zugeschrieben werden, so daß also dadurch die von Sömmerring aufgestellten Ideen, welchen auch Kant in einem beygefügten Schreiben beystimmt, wohl im Ganzen nicht möchten widerlegt werden. Vielleicht könnten auch wohl die feuchten Wände der Hirnhölen einer äußerst feinen und würksamen inponderablen Flüssigkeit, die das allgemeine Sensorium enthielte, und zum Theil auch durch das übrige Nervensystem verbreitet wäre, zum Sitze dienen, ungefähr so, wie die Electricität die Oberfläche eines Leiters.

240.

Außer dieser gewöhnlichen Art, den vermittelst der Luft zu dem Ohre gelangenden Schall zu hören, kann ein Schall mit allen seinen Articulationen und Modificationen auch ohne Mitwürkung der Luft eben so deutlich und stark, und öfters noch stärker durch manche festen Theile des Kopfes den Gehörnerven mitgetheilt und von diesen empfunden werden, wenn diese festen Theile von dem schallenden Körper unmittelbar berührt werden, oder mit diesem durch eine Strecke von fester oder tropfbar flüssiger Materie so in Verbindung stehen, daß eine gehörige Mittheilung der Erschütterung erfolgen kann. Mehreres ist darüber im vorigen Theile gesagt worden, indem sich dieses von dem nicht füglich trennen ließ, was dort über die Fähigkeit fester und tropfbarflüssiger Materien, den Schall fortzuleiten, zu sagen war.

Perolle hat im Journal de physique Nov. 1783. Untersuchungen über die Theile des Kopfes, welche zur Fortpflanzung des Schalles am geschicktesten sind, bekannt gemacht, von welchen sich auch im Lichtenbergischen Magazin für das Neuste aus der Physik und Naturgeschichte, 2. B. 3. St. S. 47. Nachricht findet. Die Versuche sind vermittelst einer bey verstopften Ohren an verschiedene Theile gehaltenen Taschenuhr angestellt worden; bey einigen von mir angestellten Versuchen fand ich dieselben Resultate. Die Theile, wo vieles Fleisch saß, waren weniger empfindlich für den Schall, als diejenigen, wo die Knochen nicht so tief lagen. Die fleischichen und knorplichen Theile der Nase gaben gar keine Anzeige von Empfind-

lichkeit. Die Zähne waren am empfindlichsten, besonders die Schneidezähne; nächst diesen der vordere und untere Winkel des Vorderhauptbeins. Auch das Stirnbein, das Hinterhauptbein und die Schläfe ließen die Schläge gut vernehmen, die Nasenbeine, die untern Kinnbacken und die Lippen waren weniger empfindlich. Am hintern Theile des Halses bis zum vierten und fünften Wirbel waren die Schläge stark zu hören, weiter hinunter und an den Seitentheilen des Halses aber weniger. Der Gaumen schien empfindlich zu seyn, die Spitze der Zunge und der Untertheil derselben aber nicht.

Auch finden sich Beobachtungen hierüber von Köllner in Reils Archiv für die Physiologie 4. B. 1. Heft, wo unter andern auch bemerkt wird, daß wenn man die Ohren mit den Fingern verstopft, und eine Uhr in der einen Hand hält, die Schläge derselben nur hörbar sind, wenn sie an die Knochengelenke des Fingers, oder überhaupt an harte Theile der Hand angedrückt, nicht aber, wenn sie blos zwischen weichen mit vielem Fleische versehenen Theilen der Hand gehalten wird. (Nur ist dieses nicht zu billigen, daß bey dieser Gelegenheit immer von Schallstralen geredet wird, welches zu der falschen Vorstellungsart, als ob die Luft zur Fortleitung eines jeden Schalles schlechterdings nothwendig sey, Anlaß geben kann, da doch vielmehr die Erschütterungen hier ganz ohne Einwürkung der Luft blos durch eine Strecke von knochichen und knorpelichen Theilen bis zu den innersten Gehörwerkzeugen gelangen, so daß auch eine künstlichere Erklärungsart, etwa durch eine Anastomose des Antlitznerven mit dem Gehörnerven, nicht nöthig ist).

Auch kann ein hinlänglich starker Schall schon vermittelst der Luft, wiewohl etwas schwächer, durch die äußern Theile des Kopfes zu den innern Gehörwerkzeugen gelangen. Bey ganz festverstopften Ohren vernehme ich jeden etwas starken Schall, z. B. das Anschlagen einer Uhrglocke, oder ein sehr lautes Sprechen u. s. w. zwar weit schwächer als bey offenen Ohren, jedoch ziemlich deutlich; wahrscheinlich werden es Andere auch so finden.

241.

Jeder Druck, welcher auf das Wasser des Labyrinthes entweder durch die Grundfläche des Steigbügels oder durch die Würkung der in der Trommelhöle enthaltenen Luft auf die Membrane des runden Fensters geschieht, würkt allemahl auf die ganze im Labyrinthe befindliche Wassermasse, und erschüttert durch diese alle damit umgebenen Nervenverbreitungen, indem überhaupt ein jeder Druck auf einen Theil einer Flüssigkeit sich durch die ganze flüssige

Masse (nach Euler de statu aequilibrii fluidorum, in Comment. Acad. scient. Petrop. Tom. XIII, und d'Alembert in seinem traité de l'Equilibre et du mouvement des fluides, Paris 1744.) so verbreitet, daß alle Theilchen derselben mit gleicher Kraft gedrückt werden. Allem Ansehen nach werden die bey dem Schalle auf den ganzen Inhalt des Labyrinthes würkenden Erschütterungen auch von allen darin befindlichen Verbreitungen des Gehörnerven empfunden, so daß gar kein Grund vorhanden ist, um etwa anzunehmen, daß gewisse Fasern oder Theilchen dieser Nerven zur Empfindung gewisser Arten des Schalles bestimmt wären. Die Eindrücke, welche die Verbreitungen des Gehörnerven erhalten, und also auch die Empfindungen des Schalles können aber so sehr verschieden seyn, als die Bewegungen selbst es sind, und wahrscheinlich sind eben deshalb, damit die möglichste Mannigfaltigkeit von Bewegungen und Eindrücken Statt finde, die Gehörnerven auf so mannigfaltige Art im Labyrinthe verbreitet, und die übrigen Gehörwerkzeuge auf so sonderbare Art geformt. So wie nun auch (nach dem neunten und zehnten Abschnitte des zweyten Theiles) ein jeder Körper mehrere, oder auch unendlich viele Arten der Bewegungen zugleich annehmen kann, ohne daß eine die andere hindert, so können auch dem Labyrinthe sehr vielerley Arten der Erschütterung, z. B. viele zugleich angegebene Töne auf mehreren Instrumenten, zugleich mitgetheilt und von den Gehörnerven zu gleicher Zeit als verschiedene Arten des Schalles empfunden werden, ohne daß eine Bewegung oder Empfindung die andere hindert oder stört.

Anm. Ein sehr verdienstvoller Anatom hat behauptet, das menschliche Ohr sey so harmonisch geformt, daß die Bogengänge des Labyrinthes gerade in den Verhältnissen der Haupteonsonanzen 2, 3, 5 wären, ferner, die Schnecke möchte wohl mehr für das Gehör der Saitentöne, und die halbcirkelförmigen Canäle mehr für das Gehör der Töne von Blasinstrumenten bestimmt seyn, worin ihm auch ein ebenfalls verdienstvoller musikalischer Schriftsteller gefolgt ist. Nun ist aber der Bau sowohl der Bogengänge, als auch der übrigen Theile des Labyrinthes so sonderbar, daß die ganze höhere Analysis gegenwärtig nicht hinreichend ist, und auch wohl nie hinreichen wird, um deren wahre Gestalt durch irgend eine Gleichung auszudrücken, geschweige denn die Eigenschaften der darin möglichen Erschütterungen zu bestimmen; wie denn alle Anstrengungen des menschlichen Verstandes (nach §. 55.) noch nicht einmahl hinreichend gewesen sind, um die Krümmungen mit völliger Gewißheit zu bestimmen, welche ein so einfacher Körper, wie eine Saite ist, annehmen kann. Gesetzt also, man hätte an irgend einem Theile des Labyrinthes gewisse Dimensionen gefunden, welche würklich oder beynahe in den Verhältnissen der angegebenen Zahlen ständen, so ist dadurch immer noch nichts erwiesen. Da auch die knöchernen Bogengänge so wie der übrige Labyrinth, nicht etwa, wie man ehemahls glaubte, mit Luft, sondern mit Wasser angefüllt sind, und jeder knöcherne Bogengang einen häutigen ebenfalls mit Wasser angefüllten und an dem dickern Ende mit Nervenmark versehenen Bogengang enthält, so findet sich zwischen diesen

und einem Blasinstrumente weiter keine Analogie, als daß beyde röhrenförmig sind. Die Meynung, daß gewisse Töne nur auf gewisse Nervenfasern, oder auf gewisse Theile des Labyrinths würken, die zu dieser Absicht besonders geformt seyn, möchte wohl eben so wenig der Natur gemäß seyn, als wenn man etwa behaupten wollte, daß jede Farbe nur auf gewisse Fasern des Sehnerven, oder jede Art des Geruchs oder Geschmacks auf eine besonders dazu geformte Abtheilung des zu dieser Empfindung bestimmten Nerven würkte, so daß z. B. in den Geschmackswerkzeugen besondere Einrichtungen und Nervenabtheilungen für Weine und andere geistige Getränke, andere für Salze, andere für Gewürze u. s. w. bestimmt wären. Diese Meynung hat etwas ähnliches mit der von Maupertuis, daß an einem Resonanzboden bey jedem Tone nur gewisse Fasern desselben zittern, und mit der von Mairan, daß durch jeden Ton nur gewisse Lufttheile, die eine diesem gemäße Elasticität haben, erschüttert werden. In allen diesen Fällen würkt vielmehr jeder Eindruck auf das Ganze, welches jedoch auf unendlich verschiedene Arten geschehen kann.

242.

Unter die vorzüglichsten Schriftsteller über die menschlichen Gehörwerkzeuge gehören folgende:

Cassebohm de aure humana, Hal. 1735.

Valsalva de aure humana, Lugd. Bat. 1735.

Duvernei de organo auditus, Lugd. Bat. 1730. welches schon früher zu Nürnberg 1684. herausgekommen, und aus dem zu Paris 1683. erschienenen französischen Originale übersetzt ist.

Diese und so manche andere ältere Schriften, so treffliche Beobachtungen sie auch über manche Theile des Ohres enthalten, sind jedoch einem, der noch nicht mit den neuesten Entdeckungen bekannt ist, nicht zum Nachlesen zu empfehlen, weil man sonst unrichtige Begriffe von der Beschaffenheit und Bestimmung mancher damahls nicht so genau, wie in späterer Zeit, untersuchten Theile erhalten möchte.

Anton. Scarpa hat in seinen (zu Pavia 1789. in Fol. herausgekommenen) Anatom. disquisit. de auditu et olfactu zuerst die wahre Beschaffenheit des Labyrinthes und der darinnen enthaltenen Theile mit vieler Genauigkeit bekannt gemacht. Von diesem trefflichen Werke, welches außerdem auch viele Beobachtungen über das Gehör verschiedener Thierarten enthält, ist eine deutsche Uebersetzung zu Nürnberg in der Raspeschen Buchhandlung 1800. 4. erschienen.

Andr. Comparetti in Observ. anatom. de aure interna comparata, Patav. 1789. (eigentlich 1791.), 4. trägt außer den sehr genauen Beobachtungen über die Gehör-

werkzeuge verschiedener Thierarten auch viele Beobachtungen über die menschlichen Gehörwerkzeuge vor, wiewohl in einer etwas dunkeln Schreibart.

Die Tabulae anatomicae von Loder enthalten Tab. 54, 55, 161, 162, sehr gute und deutliche Darstellungen der innern Theile des Ohres.

C. F. L. Wildberg über die Gehörwerkzeuge des Menschen, Jena 1795. 8. ist denen, die sich von der Anatomie, Physiologie und Pathologie dieser Theile weiter unterrichten wollen, zu empfehlen, indem die Beobachtungen Anderer darin gehörig benutzt sind, und manches auch durch eigene Beobachtungen bestätigt oder berichtigt ist.

Auch aus Vicq d'Azyr traité d'Anatomie et Physiologie avec des planches coloriées, représentant au naturel les diverses organes de l'homme et des animaux, aus Mayer's anatomischen Kupfertafeln, 1. 4. und 5. Heft, aus desselben Beschreibung des menschlichen Körpers 1. und 5. Band, Sömmerring de corporis humani fabrica, welches auch deutsch herausgekommen ist, Hildebrandt's Handbuch der Anatomie, und manchen andern anatomischen und physiologischen Werken kann man sich weiter davon unterrichten.

Zu den Schriften, die gute Beobachtungen über manche einzelnen Theile des menschlichen Ohres enthalten, gehören:

Cotunni de aquaeductibus auris humani. Neap. 1760, welches auch in Sandifort Thesaur. dissert. Tom. I. sich befindet.

Alexander Monro observations on the nerveous system, welches Werk auch ins Deutsche übersetzt mit Anmerkungen von Sömmerring zu Leipzig 1787. in 4. erschienen ist. Die fadenförmigen Nervenverbreitungen in der Schnecke sind darin unter starken microscopischen Vergrößerungen dargestellt.

Ant. Scarpa de structura fenestrae rotundae auris et de tympano secundario, Mutinae 1782.

Meckel de labyrinthi auris contentis, Argentor. 1777.

Mehrere Schriften erwähne ich nicht, weil es nicht die Absicht ist, hier eine vollständige Literatur derselben zu liefern, sondern nur einige anzuzeigen, die zu weiterem Unterrichte nützlich seyn können.

## II. Von den Gegenständen des Gehöres.

243.

Dasjenige, was man hört, sind alle Arten von Erschütterungen, die schnell und stark genug geschehen, um auf die Gehörwerkzeuge zu würken. Der Grund, warum (§. 3.) sehr langsame Schwingungen nicht als Schall empfunden werden, liegt unstreitig darin, weil solche Schwingungen meistens nicht verhältnißmäßig stark genug geschehen. Wenn nähmlich langsamere Schwingungen eben so stark, als schnellere sollen empfunden werden, so wird (nach Giord. Riccati delle corde ovvero fibre elastiche, Schediasm. VI.) erfordert, daß die Stärke der einzelnen Schwingungen im Verhältnisse ihrer Dauer stehe, oder mit andern Worten, daß bey verschiedenen Tönen die Stärke der Schwingungen sich wie die umgekehrten Zahlen der in einerley Zeit geschehenden Schwingungen verhalte. Sowohl deshalb, als auch wegen der so verschiedenen Gehörfähigkeiten bey Menschen und verschiedenen Thierarten giebt es keine allgemeine, sondern nur bey einem jeden Menschen oder Thiere eine subjective Gränze der Hörbarkeit.

Es scheint der Natur nicht zu widersprechen, wenn man annimmt, daß auch ein einfacher hinlänglich starker Stoß könne von den Gehörwerkzeugen als Schall empfunden werden; wie es vielleicht bey manchen Explosionen, bey einem Peitschenknalle, bey einem plötzlichen Eindringen der Luft in einen ganz oder beynahe luftleeren Raum u. s. w. der Fall seyn mag. Indessen halte ich für glaublicher, daß durch einen dergleichen einfachen Stoß, sowohl in den umher befindlichen festen Körpern, als auch in der Luft wegen der mannigfaltigen Stemmungen der verschiedenen Luftstrecken gegen die Erde oder gegen den Fußboden, und gegen andere umher befindliche Körper meistens einige mehr oder weniger regelmäßige Hin- und Herbewegungen entstehen, wie man denn auch bey gehöriger Aufmerksamkeit einen solchen Schall meistens nicht ganz momentan, sondern mit einiger, wiewohl geringer, Fortdauer empfinden, und öfters auch als einen mehr oder weniger genau bestimmbaren Ton hören wird. Bey einem Donner zeigt sich die Erregung eines fortdauernden Schalles durch eine augenblicklich geschehende ursprüngliche Bewegung am auffallendsten.

Eine schnelle fortschreitende Bewegung wird (§. 1.) nur dadurch hörbar, daß durch dieselbe in der umher befindlichen Luft oder andern Körpern Erschütterungen veranlaßt werden. Bey einem schnellen Vorübergehen einer abgeschossenen Kugel hört man einen Schall, welcher

bey einer Kanonenkugel als ein Sausen, und bey einer Flintenkugel als ein Pfeifen oder Zischen bemerkbar ist, und wobey sich auch meistens die von der Verschiedenheit der Größe des fortgehenden Körpers abhängende Tiefe oder Höhe des Tones einigermaßen bestimmen läßt. Eine solche Kugel würkt nähmlich außer einer Verdrängung der in der Richtung ihrer Bahn befindlichen Lufttheile und einem Wiedereindringen der Luft in den zurückgelassenen Raum auch auf die seitwärts befindlichen Lufttheile durch ihre Reibung ungefähr so, wie ein Violinbogen die damit gestrichenen Körper, oder wie an einer Orgelpfeife die eingeblasene und durch eine Querröhrung wieder ausgehende Luft die übrige Luft, welche sich in derselben befindet, durch ihr Vorbeystreichen in zitternde Bewegung setzt. Etwas ähnliches geschieht auch, wenn man mit einem Stabe durch die Luft schnell hauet, wo die nur sehr unvollkommen zu bestimmende Höhe und Tiefe des Tones, soviel ich bey einigen an parallelepipedischen und cylindrischen Stäben angestellten Versuchen bemerken konnte, hauptsächlich von der Breite der Fläche abhängt, von welcher die Luft durchschnitten wird.

244.

Bey zwey oder mehreren zugleich vorhandenen Tönen empfindet das Gehör (§. 9.) die verhältnißmäßigen Geschwindigkeiten, mit welchen die Schwingungen geschehen, wobey sich das Zusammentreffen der Schwingungen nach §. 186—188. bey hinlänglicher Stille und Aufmerksamkeit durch das Gefühl eines mit den Zeiträumen des Zusammentreffens übereinkommenden schwach jedoch öfters sehr deutlich mitklingenden tiefern Tones zu erkennen giebt. Alle Würkung der Töne auf uns beruht darauf, daß (wie im zweyten Theile von Herder's Kalligone S. 154. sehr richtig gesagt wird) wir uns nach Verhältnissen, d. i. angenehm bewegt oder geschwungen fühlen. Wir empfinden nähmlich hier die Zeitverhältnisse successiver Bewegungen, so wie durch das Gesicht die Verhältnisse coexistirender Gegenstände im Raume; wir rechnen dabey nicht selbst (nähmlich so, daß wir uns etwa um die Zahlen, durch welche sich die Zeit- oder Raumverhältnisse ausdrücken lassen, bekümmerten), sondern die Natur rechnet gewissermaßen für uns, und die Resultate der unter sich harmonirenden (d. i. entweder sehr einfachen, oder bey mehrerer Mannigfaltigkeit doch auf etwas einfacheres sich beziehenden) Verhältnisse werden von uns mit Wohlgefallen wahrgenommen, und von Künstlern zweckmäßig verarbeitet, wie es unstreitig auch Leibnitz in der §. 9. angeführten Stelle hat wollen verstanden wissen. Die einfachsten Verhältnisse, oder die consonirenden sind uns für sich angenehm, sie würden aber, wenn man von ihnen allein wollte Gebrauch machen, uns durch ihre

Einförmigkeit ermüden, man findet also auch an weniger einfachen, oder an dissonirenden Verhältnissen Gefallen, wenn sie auf etwas einfacheres (nähmlich) auf die zum Grunde liegende Tonleiter, und auf die vorher und nachher zu hörenden Töne) Beziehung haben, und zu einem einfachern Verhältnisse übergehen. In der strengern Art der Composition ist auch dieses noch nicht hinlänglich, sondern es wird erfordert, daß eine Dissonanz auch vorbereitet, d. i. erst als Consonanz vorhanden gewesen sey, und durch das Eintreten eines neuen Tones im Basse, oder in einer andern Stimme zur Dissonanz werde, und sodann erst aufgelöset werde, d. i. in ein gegen den neueingetretenen Ton consonirendes Verhältniß nur um eine Stufe fortschreite.

Daß die consonirenden Verhältnisse, welche in den Zahlen 1 bis 6 und deren Verdoppelungen enthalten sind, für sich dem Gehöre gefallen, ist wohl als allgemein anzunehmen, hingegen in Ansehung des mehreren oder mindern Wohlgefallens an weniger einfachen Verhältnissen, wie auch an mehrstimmigen Compositionen, wo jede Stimme ihren eigenen Gang hat, kommt es darauf an, ob der Hörende die dazu erforderliche Receptivität hat, welche ihm entweder von der Natur verliehen, oder durch Anhören mehrerer nicht gar zu einfacher Tonstücke, und durch musikalisches Studium erworben seyn kann. So wird z. B. der Kenner durch manches fugirte Chor (etwa von Händel oder von Fasch) entzückt werden, welches auf manchen Andern, der nicht im Stande ist, den Gang der verschiedenen Stimmen, und deren Uebereinstimmung zu einem harmonischen Ganzen zu fassen, entweder gar keine, oder vielmehr eine unangenehme Würkung thun wird.

1. Anm. Die von L. Euler in seinem tentam. nov. theor. Mus. angegebenen Grade der Annehmlichkeit der Tonverhältnisse werden meistens nicht von der Erfahrung bestätigt.

2. Anm. Ueber das Wohlgefallen an Consonanzen und Dissonanzen sagt des Cartes sehr gut in epist. III: inter objecta sensus illud non animo gratissimum est, qnod facile sensu percipitur, neque etiam, quod difficillime, sed quod non tam facile, ut naturale desiderium, quo sensus feruntur in objecta, plane non impleat, neque etiam tam difficulter, ut sensus fatiget.

245.

Ganz kleine Abweichungen von der Genauigkeit der Tonverhältnisse empfindet das Gehör nicht, und man glaubt allemahl bey Anhörung eines Verhältnisses, welches von einem einfachen nur sehr wenig verschieden ist, das einfachere Verhältniß zu hören, worüber schon in §. 38, in der 2ten Anmerkung zu §. 40, wie auch in §. 26. und der dazu

gehörigen Anmerkung das nöthige ist gesagt worden. Hierin liegt der Grund aller Temperatur, und es würde (nach §. 30.) ohne dergleichen Täuschungen des Gehöres keine Musik existiren können.

246.

Die absoluten Geschwindigkeiten der Schwingungen (§. 29.) gelangen nicht durch das Gehör unmittelbar zu unserm Bewußtseyn, sondern lassen sich bey einem jeden Tone nur vermittelst der durch Theorie und Versuche vorhandenen Kenntnisse beurtheilen, indem auch bey den tiefsten hörbaren Tönen die Schwingungen viel zu schnell geschehen, als daß wir die Zeiträume, in welchen jede einzelne Schwingung auf die andere folgt, sollten bemerken, und die Schwingungen, die in einer gewissen Zeit, z. B. in einer Secunde oder in einem Theile derselben geschehen, abzählen können. Die Erfahrung lehrt nähmlich, daß wir in einer Secunde etwa bis auf 8 oder 9 zählen können, dahingegen bey den tiefsten Tönen, von denen man Gebrauch macht, wenigstens 30 Schwingungen in einer Secunde geschehen. Die Geschwindigkeiten der Schwingungen, wobey man noch einen bestimmbaren Ton hört, werden ungefähr in den §. 29. angegebenen Gränzen sich befinden, und die Gränzen der Töne, welche nicht blos zu Verstärkung anderer, sondern für sich brauchbar sind, werden noch weit eingeschränkter seyn. Indessen ist dieses nur subjectiv, und es kann vielleicht lebende Wesen geben, die weit langsamere oder geschwindere Schwingungen als einen deutlichen Ton vernehmen und Wohlgefallen daran finden können.

247.

Die Gestalt des klingenden Körpers und die Beschaffenheit der Schwingungsarten lassen sich nur in sehr wenigen Fällen durch das Gehör bestimmen. An einer Seite kann man den Grundton von denen, wo sich die Seite in aliquote Theile theilt, dadurch unterscheiden, daß bey erstern ein Mitklingen der mit der natürlichen Zahlenfolge übereinkommenden Töne bey gehöriger Aufmerksamkeit sich zeigt, welches bey letztern durch Berührung eines oder mehrerer Schwingungsknoten verhindert wird, daß auch letztere weit sanfter klingen, weshalb man sie aber auch leichter überdrüßig wird. Was für eine Schwingungsart es aber sey, durch welche ein Flageoletton hervorgebracht wird, ob z. B. an einer kürzern Saite durch eine Eintheilung in 2 oder 3, oder an einer längern durch eine Eintheilung in mehrere Theile, giebt sich durch das Gehör nicht zu erkennen. So auch kann man bey dem Klange einer Scheibe

oder eines andern dergleichen für sich elastischen Körpers durch das Gehör nicht bestimmen, wie die Gestalt desselben beschaffen ist, auch nicht, durch welche Schwingungsart dieser Klang hervorgebracht worden ist, ausgenommen, daß an Scheiben von jeder Gestalt die Schwingungsarten, wo das innere derselben mit Knotenlinien umgeben ist, z. B. Fig. 65, 67 c, 104, 105, 188—201, 209—218 einen vollern und weniger schneidenden oder spitzigen Klang geben, als solche, wo in der Mitte mehrere Knotenlinien zusammenkommen, die nach dem Rande zu divergiren, wie z. B. Fig. 63, 64, 70, 99—102, 179—187, 204—208 u. s. w.

248.

Unter den Gegenständen des Hörens sind außer der Geschwindigkeit, mit welcher die Schwingungen geschehen, die mannigfaltigen Modificationen und Articulationen eines Schalles oder Klanges, (welche im Französischen timbre genennt werden), vorzüglich merkwürdig. Diese hängen gar nicht von der Schwingungsart ab, soweit sie uns bekannt ist, auch nicht oder fast gar nicht von der Gestalt des schwingenden Körpers, sondern (§. 44.) von der Verschiedenheit der Materie dieses Körpers, und derer, von welchen und an welche er gestoßen oder gerieben wird, wie auch nach den Versuchen von Perolle (§. 223, 224, 227.) von der Verschiedenheit der Materien, durch welche die Erschütterungen bis zu den Gehörwerkzeugen geleitet werden. Das Wesentliche dieses verschiedenen Characters (so wie überhaupt der qualitativen Verschiedenheiten der Materien) ist noch ganz unbekannt; da indessen keine Materie anders als durch Bewegung auf uns würkt, so kann der Grund dieser mannigfaltigen Modificationen desselben Klanges in nichts anderm liegen, als in kleinen Verschiedenheiten der Bewegungen im Innern der Materie, welche von den bekannten Bewegungen bey jeder Schwingungsart unabhängig, und, weil man noch gar nichts davon hat beobachten können, wahrscheinlich noch beträchtlich kleiner sind, als die bekannten schon sehr kleinen und in der Theorie als unendlich klein anzunehmenden schwingenden Bewegungen. Wollte man in der Kenntniß dieses Gegenstandes weitere Fortschritte machen, so würde es darauf ankommen, zu erforschen, wie bey Voraussetzung derselben Schwingungsart, desselben Tones, und derselben Stärke z. B. an einer Darmsaite, an andern gespannten Fäden, an Messing oder Stahlsaiten, oder auch an Stäben von Holz, Kupfer, Eisen, Glas, gebranntem Thon u. s. w. die Bewegungen auf verschiedene Art geschehen, und warum bey jeder solchen Materie die Bewegung (vielleicht Reibung und Stemmung der Theile im Innern derselben) auf diese oder jene Art geschehen muß, ferner, wie die Bewegungen verschieden sind, wenn solche

mannigfaltigen Modificationen eines Schalles durch die Luft oder durch andere Körper weiter verbreitet werden, wo jede Art von leitender Materie den Schall mit Beybehaltung seines vorigen Characters wieder etwas anders modificirt, wie es z. B. der Fall ist, wenn Worte durch die Luft, oder auch durch andere Materien zu den Gehörwerkzeugen geleitet werden, und also z. B. ein beträchtlich langer Stab oder gespannter Faden, der zwischen den Zähnen gehalten wird, alle Articulationen der menschlichen Stimme gewissermaßen auf seine eigene Art nachspricht.

249.

Die Entfernung des Orts, wo ein Schall erregt wird, ist kein unmittelbarer Gegenstand der Gehörempfindung, sondern läßt sich nur aus der mehrern oder mindern Stärke des Schalles vermöge eines aus mancherley Erfahrungen abstrahirten Maaßes ungefähr beurtheilen. Bey einer Zunahme der Stärke glauben wir eine Annäherung, bey einer Abnahme derselben aber eine Entfernung dessen, was den Schall erregt, zu hören, z. B. bey dem Vorbeyfahren eines Wagens, oder einem vorüberziehenden Donnerwetter. Dieses ist aber auch nicht sowohl ein Werk der Gehörempfindung selbst, sondern vielmehr der mit dieser Empfindung innigst verwebten Urtheilskraft. Wenn z. B. jemand in einem finstern Behältnisse verschlossen wäre, und es würde in einiger Entfernung, ohne daß er etwas davon vermuthen könnte, der Donner bis zur Täuschung nachgeahmt, (etwa durch mannigfaltige Reibungen und Erschütterungen großer über einen Rahmen gespannter Membranen), und zwar erst sehr schwach, nachher mit zunehmender, alsdenn mit abnehmender und endlich mit ganz verschwindender Stärke, so würde dieser glauben die Annäherung und Entfernung eines vorüberziehenden Gewitters gehört zu haben, ohngeachtet die Maschinerie, durch welche man den Schall erregte, immer an derselben Stelle geblieben ist.

250.

Ueber die Bestimmung der Richtung des Schalles durch das Gehör finden sich Bemerkungen von Venturi in Voigts Magazin für Naturkunde 2. B. 1. Stück. Wenn das eine Ohr verstopft ist, und man bleibt bey verbundenen Augen immer in einerley Stellung, so scheint der Schall, er werde erregt, wo man wolle, immer von der Seite des offenen Ohres herzukommen, und zwar von dem Orte, welcher dem Ohre gerade gegenüber liegt, oder mit andern Worten, in der akustischen Axe des Ohres. Wird der Kopf nach und nach bey einer

mit unveränderter Stärke geschehenden Fortdauer des Schalles gegen alle Puncte des Horizontes gedreht, so wird man den Schall bald stärker, bald schwächer hören, nachdem die akustische Axe des offenen Ohres sich der Richtung des Schalles nähert, oder sich von derselben entfernt, und die Empfindung wird am stärksten seyn, wenn die akustische Axe mit der Richtung der Schwingungen zusammentrift, man wird also durch ein einziges Ohr auf diese Art die wahre Richtung des Schalles entdecken können. Sind beyde Ohren geöffnet, so wird man aus der Ungleichheit der durch ein Ohr mehr als durch das andere gegebenen Empfindung die wahre Richtung des Schalles erkennen, außer wenn bey unveränderter Stellung des Hörenden der Schall gerade vor ihm oder hinter ihm erregt wird, welches sich nicht von einander unterscheiden läßt. Man bemerkt bey Thieren, daß sie zuweilen die Ohren nach der Seite wenden, wo der Schall herkommt, wodurch unstreitig die Richtung desselben leichter bemerkbar wird; weshalb es auch den Menschen nützlich seyn würde, wenn sie die zur Bewegung des Ohres bestimmten Muskeln, welche gewöhnlich schon in der frühesten Jugend durch die Kopfbedeckungen gelähmt werden, zu dieser Absicht gebrauchen könnten.

## Zweyter Abschnitt.

### Von dem Gehöre bey verschiedenen Thierarten.

251.

Bey Vergleichung der menschlichen Gehörwerkzeuge mit den Gehörwerkzeugen verschiedener Thierarten finden sich bey Allen gewisse Theile, welche zum Gehöre schlechterdings nothwendig scheinen, nähmlich häutige mit einer Feuchtigkeit angefüllte Röhrchen oder Säckchen, welche die Substanz des Gehörnerven in breyicher Gestalt enthalten; aber sowohl in Ansehung des Baues dieser Theile, als auch in Ansehung des Daseyns und des Baues anderer Theile, welche zu einem mehr oder weniger feinen oder den besondern Verhältnissen der verschiedenen Thiere angemessenen Gehöre erforderlich sind, zeigt sich eine große Mannigfaltigkeit.

252.

Die einfachsten Gehörwerkzeuge finden sich bey einigen Insecten. An den mancherley Arten von Krebsen befinden sie sich gleich unter den Wurzeln der Fühlhörner, in Gestalt einer knöchernen Warze auf jeder Seite; die rundlichen Hervorragungen derselben sind gegen einander gerichtet. Die knöcherne Substanz ist weit härter, als die übrige Schale des Krebses. An der Spitze dieser knöchernen Warze ist ein rundes Loch, über welches eine elastische Membrane gespannt ist, die von Minasi (de' timpanetti dell' udito scoperti nel Granchio Paguro, Nap. 1775.) und von Fabricius (in nov. Act. Hafniens. 1783.) das Trommelfell, von Scarpa aber mit mehrerem Rechte die Haut des runden Vorhofsfensters genennt wird. In der Hölung des knöchernen Wärzchens ist ein häutiges Röhrchen enthalten, welches mit Wasser angefüllt ist, und worin sich die breyiche Substanz des Gehörnerven befindet, welcher das vierte Nervenpaar ist, und mit den Nerven der Fühlhörner einen gemeinschaftlichen Ursprung hat. Hinterwärts ist das Röhrchen auch durch eine dünne häutige Wand verschlossen. Aus vielen Beobachtungen ist auch bekannt, daß die Krebse würklich hören; die Einrichtung ihrer Gehörwerkzeuge scheint wegen der ausgespannten Membrane mehr oder wenigstens eben so sehr für die Gehörempfindung in der Luft als im Wasser bestimmt zu seyn. (S. Scarpa im angef. B. 1. Abth. 1. Cap. §. 1—8. wie auch Comparetti obs. 67. S. 307 und 308, welcher das Innere dieser Gehörwerkzeuge noch genauer beschrieben, und im cancer hastatus auch ein nagelförmiges mit Membranen umgebnes Gehörknöchelchen gefunden hat, dessen Spitze nach innen, und das breitere Ende nach außen gerichtet war). Auch an verschiedenen andern Insecten fand Comparetti häutige mit Nerven versehene und auswendig mit einer dünnen Membrane bedeckte durchsichtige Säckchen oder Röhrchen, die allem Ansehen nach nichts anders, als die Gehörwerkzeuge sind, wie z. B. an einigen Arten des Scarabäus, an Heuschrecken, an Tag- und Nacht-Schmetterlingen, an der großen Libelle, der Hornisse, der Gartenbiene, der Stubenfliege, der Ameise, und der Stubenspinne, bey einigen an den Seiten des Kopfes, bey andern weiter hinterwärts.

253.

An Würmern hat man die Gehörwerkzeuge noch nicht entdecken können, außer an der Sepia (sepia officinalis), und dem Polypus (sepia octopus), wo sie auch sehr einfach sind und mit den Gehörwerkzeugen der Schuppenfische viele Aehnlichkeit haben. Unter einer

knorplichen Hervorragung, die nach außen nirgends offen ist, zeigen sich zwey Hölen von ovaler Gestalt, die durch eine Scheidewand von einander getrennt sind, und als der Vorhof angesehen werden können. Jede Höle enthält eine längliche Blase, die mit Wasser umgeben und angefüllt ist; im Grunde derselben ist bey der sepia officinalis ein Knöchelchen, bey der sepia octopus ein kreidenartiges Steinchen befestigt, auch befindet sich darin das Mark des Gehörnerven. Der Schall gelangt hier nur durch Erschütterungen des ganzen Kopfes und der knorplichen Hervorragung zu den innern Gehörwerkzeugen.

254.

Die Gehörwerkzeuge der Fische (worunter die Wallfische nicht gehören) sind an knorpelichen und an schuppichen Fischen verschieden.

An den knorpelichen Fischen, sie mögen platt oder rund seyn, ist auswendig keine Gehöröffnung sichtbar, und es zeigt sich sogleich unter den allgemeinen Hautdecken das eyförmige Fenster, welches durch eine gespannte Membrane verschlossen ist. In dem hinter dieser Membrane befindlichen Vorhofe sind drey häutige Säckchen enthalten, in deren jedem sich ein gelatinöser Körper und ein mit diesem verbundenes Steinchen befindet, wie auch drey knorpeliche Bogengänge, in welchen die weit engern häutigen Bogengänge enthalten sind, welche sich in Bläschen erweitern, in denen der Gehörnerve eine Scheidewand bildet. Man kann die sogenannte harte und weiche Portion des Gehörnerven unterscheiden, letztere ist ein Ast des fünften Paares, erstere entspringt aus dem verlängerten Mark, gleich unter dem fünften Paare. Es ist das Gehör der Knorpelfische mit dem an kriechenden Amphibien sehr nahe verwandt, und steht gewissermaßen zwischen diesem und dem Gehöre der Schuppenfische mitten inne.

Die Schuppenfische haben kein eyrundes Fenster, und können also nur durch Erschütterungen des ganzen Kopfes hören. Statt des Vorhofes haben sie eine Höle, die durch eine zarte Gefäßhaut von dem Gehirne abgesondert ist, worin ein Steinsäckchen und über diesem der Anfang der unbedeckten häutigen Bogengänge sich befindet. Gemeiniglich findet sich nur ein einziges Steinsäckchen im Ohre der Schuppenfische, das zwey mit vielem Schleim überzogene Steinchen enthält, welche jedoch mehr knochenartig sind. Die drey häutigen Bogengänge erweitern sich auch in Bläschen, und kommen in eine schlauchförmige Vertiefung zusammen. Der weiche Theil des Gehörnerven ist auch ein Ast des fünften Paares, und der harte Theil ein Ast des letzten Gehörnerven. An einigen Schuppenfischen hat die Natur noch andere

Theile beygefügt, z. B. an dem Hechte, dem Froschfische (lophius piscatorius) und einigen andern (vielleicht an allen) noch einen dritten Gehörknochen in dem gemeinschaftlichen Schlauche, und bey dem Hechte noch ein häutiges Röhrchen, welches gewissermaßen der Anfang eines vierten häutigen Bogenganges ist.

Anm. Daß die Steine in den Säckchen vieles zur Verstärkung der Gehörempfindung beytragen können, erläutert Camper durch Versuche, wo man vermittelst eines mehr oder weniger harten Körpers, der in einer gallertartigen Substanz gehalten wird, die leichteste äußere Bewegung und Erschütterung empfindet, wie z. B. in einem mit Hirschhorngallerte angefüllten Glase, wenn ein Körper mit den Fingern hineingehalten, und dem Glase mit einem Finger der andern Hand ein sehr schwacher Stoß gegeben wird. Eben so, wenn man einen harten Körper in eine kleine Blase thut, macht die geringste Bewegung der Blase, daß der harte Körper schwanken muß, und dieses verursacht eine sehr starke Empfindung an dem Finger, der die Blase hält.

255.

Unter den Amphibien haben manche ein den Knorpelfischen gleichartiges Gehörorgan, bey andern ist der Bau des innern Ohres wie bey den Fischen beschaffen, sie haben aber überdieses auch eine äußere Ohrhöle wie die Landthiere. Bey dem Wassersalamander besteht das Gehörorgan blos aus dem eyrunden Fenster, welches unter dem Gelenke des Unterkiefers tief hinten am Schlunde befindlich, und mit einem knorpelichen Deckel bedeckt ist, dem Vorhofe, worin das eine weiße kreidenartige Masse enthaltende Säckchen liegt, und den häutigen Bogengängen, wie bey den Knorpelfischen. An Schlangen (coluber) ist die Einrichtung ebendieselbe, nur mit dem Unterschiede, daß sie anstatt des knorpelichen Deckels ein Gehörknöchelchen haben, dessen pilzförmige Basis das eyrunde Fenster verschließt, es ist also wahrscheinlich, daß in den Schlangen das Gehörknöchelchen die Schallerschütterungen von den benachbarten Theilen des Kopfes, besonders von der Stütze des Kiefers aufnimmt, und den innern Gehörwerkzeugen mittheilt. Die Amerikanische Runzelschlange (caecilia) macht den Uebergang zu den auf Füßen kriechenden Amphibien, sie hat nähmlich außer dem eyrunden Fenster, dem im Vorhofe befindlichen Säckchen mit der kreidenartigen Masse und den in Bläschen sich erweiternden häutigen Bogengängen auch ein tief unter den allgemeinen Decken und einer zelligen und faserigen Substanz liegendes Trommelfell nebst einem mit diesem verbundenen, und das eyrunde Fenster bedeckenden Gehörknöchelchen, wie auch eine Eustachische Röhre. An Schildkröten, Fröschen und Eidexen ist außer den innern Gehörwerkzeugen, welche sie mit den Fischen gemein haben, auch ein Trommelfell, eine Trommel-

höle, ein säulenförmiges auf verschiedene Art gestaltetes Gehörknöchelchen, und eine Eustachische Röhre vorhanden. Es scheint die Zugabe der äußern Ohrhöle bey den meisten solchen Amphibien, die auf dem Lande leben, bestimmt zu seyn, um desto leichter die Schwingungen der Luft auffassen zu können, wie denn auch bey vielen derselben die Trommelhaut frey nach außen liegt, so daß sie durch die schwächsten Luftbewegungen leicht in Zitterungen gerathen kann; hingegen ist bey denen, die mehr im Wasser leben, der Gehörapparat mehr durch harte und rauhe Decken gegen allzustarke Eindrücke gesichert.

256.

Die Vögel haben fast eben so gebildete Gehörwerkzeuge, wie die auf dem Lande lebenden Amphibien, nur mit dem Unterschiede, daß sie keine Steinsäckchen haben, sondern statt deren einen geraden mit faserigen Nervenverbreitungen versehenen knöchernen Kanal, welcher mit der Schnecke bey Menschen und Säugthieren zu vergleichen ist, wie auch außer dem durch ein säulenförmiges Gehörknöchelchen verschlossenen eyrunden Fenster ein durch eine Membrane verschlossenes rundes Fenster, so daß also der Labyrinth bey ihnen ebensowohl wie bey Säugthieren auf doppelte Art die Eindrücke des Schalles erhält.

257.

Die Gehörwerkzeuge der Säugthiere, wohin auch die Wallfische gehören, bestehen aus ebendenselben Theilen, wie die im vorigen Abschnitte beschriebenen menschlichen Gehörwerkzeuge, nur sind die Verhältnisse der Größen u. s. w. sehr verschieden.

258.

Manche zu einem mehr oder weniger feinen Gehöre erforderlichen, oder den besondern Verhältnissen der Thiere angemessenen Werkzeuge sind also nur wenigen Thierarten, manche wesentliche aber allen Thieren (soweit sie bis jetzt in dieser Rücksicht beobachtet sind) eigen, wiewohl auch diese unter sehr verschiedenen Gestalten.

Das äußere Ohr findet sich nur bey Menschen und Säugthieren.

Der Gehörgang findet sich bey dem Menschen und den Säugthieren, wo er besonders bey den Wallfischarten sehr lang, sonderbar gebogen, und knöchern ist, wie auch bey den

Vögeln, wo er sehr kurz und größtentheils häutig ist. Insecten, Würmer, Fische und Amphibien haben weder ein äußeres Ohr noch einen Gehörgang.

Ein eigentliches Trommelfell findet man auch nicht an Insecten, Würmern, den meisten Schlangen, und einigen im Wasser lebenden Amphibien mit Füßen. Bey andern auf dem Lande lebenden auf Füßen kriechenden Amphibien zeigt es sich an der Oberfläche des Kopfes, bey Vögeln ist es von beträchtlicher Größe. Bey den Wallfischarten, bey andern Säugthieren und bey dem Menschen ist es nach innen erhaben, bey Vögeln und einigen Amphibien nach außen.

Eine Trommelhöle, und eine Eustachische Röhre finden sich auch nur an solchen Thieren, die ein Trommelfell haben.

Das eyrunde Fenster ist, die Schuppenfische und das Geschlecht der Sepia abgerechnet, in allen Thierarten vorhanden, nur mit dem Unterschiede, daß es in den Insecten, Knorpelfischen, und einigen im Wasser lebenden Amphibien, z. B. dem Wassersalamander, mit einem häutigen oder knorpelichen Deckel, in andern Thieren aber durch ein Gehörknöchelchen verschlossen ist.

Das runde Fenster fehlt allen denen Thieren, die keine Schnecke haben, wie den Insecten, Würmern, Fischen und Amphibien. Etwas davon zeigt sich bey den Vögeln, wo ein der Schnecke etwas ähnlicher Kanal vorhanden ist. Bey allen Arten von Säugthieren ist es vorhanden, und bey denen, wo die Schnecke groß ist, wie z. B. bey dem Pferde, dem Kalbe, dem Delphin, ist es von ziemlicher Größe.

Was den Labyrinth oder die innere Höle des Ohres als den eigentlichen Sitz des Gehöres betrift, so haben die Krebse und die Sepien nur einen Vorhof, alle andern Thiere (die Insecten etwa ausgenommen, wo die allem Ansehen nach als Gehörwerkzeuge dienenden durchsichtigen Säckchen und Gänge noch nicht so genau untersucht sind, daß man sie mit den Gehörwerkzeugen anderer Thiere vergleichen könnte) haben nicht nur einen Vorhof, sondern auch die Bogengänge. Merkwürdig ist, daß in allen Thieren, bey welchen man Bogengänge entdeckt hat, drey häutige Bogengänge an der Stelle, wo sie den Gehörnerven aufnehmen, zu Bläschen anschwellen, und daß sie alle mit einer Flüssigkeit angefüllt in dem gemeinschaftlichen häutigen Schlauche des Vorhofs zusammenkommen, und von dem Wasser

des Labyrinthes umgeben sind. Eine Schnecke findet sich nur bey Säugthieren, und gewissermaßen bey den Vögeln, dahingegen finden sich bey den Fischen und Amphibien in den Säckchen des Vorhofes Knöchelchen oder kreidenartige Steinchen, bey einigen auch in dem gemeinschaftlichen Schlauche und in den häutigen Bogengängen. Nach Comparetti ist das Steinsäckchen mit der Schnecke, der Stein mit der Spindel derselben und der hintere Theil des Säckchens mit dem Trichter der Schnecke zu vergleichen.

Die Vertheilung der Gehörnerven scheint bey den meisten Thieren von doppelter Art zu seyn, die eine in den Bläschen der häutigen Bogengänge in Gestalt eines weichen Breyes, die andere ästig oder faserig.

259.

Die vorzüglichsten Schriftsteller, welche Beobachtungen über das Gehör bey verschiedenen Thierarten geliefert haben, sind

Ant. Scarpa in anatom. disquisit. de auditu et olfactu, Ticin. 1789.

Andr. Comparetti in observ. anatom. de aure interna comparata, Patav. 1789.

Beyde Naturforscher sollen durch Bemerkungen ihres gemeinschaftlichen Lehrers Morgagni, welche dieser in seinen Vorlesungen vorgetragen hat, zu weitern Untersuchungen seyn veranlaßt worden.

In Peter Camper's kleinen Schriften 1. B. 2. St. und 2. B. 1. St. finden sich Abhandlungen über das Gehör der schuppichen Fische und der Wallfische, welche vorher in den Schriften der Haarlemer Societät der Wissenschaften und in den Mém. prés. à l'Acad. des sciences erschienen waren.

John Hunter hat die Gehörwerkzeuge der Fische im 72sten Bande der philos. transact. beschrieben.

Alexander Monro's Vergleichung des Baues und der Physiologie der Fische mit dem Bau des Menschen und der übrigen Thiere, aus dem Engl. übers. mit Anmerkungen von P. Camper, durch J. G. Schneider (Leipzig 1787. 4.) enthält im 8, 9, und 10 Cap. wie auch in der Erklärung der Kupfertafeln Bemerkungen über das Gehör der

Wallfische, der Meerschildkröten und der Fische; auch in den Anmerkungen und Zusätzen finden sich mehrere Bemerkungen hierüber von Camper und Schneider.

Auch haben Geoffroy in den dissertations sur l'organe de l'ouie de l'homme, des reptiles, et des poissons, (Amsterdam et Paris 1778, 8.) welche auch ins Deutsche übersetzt zu Leipzig 1780. herausgekommen sind, und in den Mémoires présentées à l'Acad. des sciences tom. II, Kölreuter in nov. Comment. Acad. Petrop. tom. XVII, wie auch Vicq d'Azyr, und noch einige andere Naturforscher Beobachtungen hierüber bekannt gemacht.

# Nachträge und Berichtigungen.

# Nachträge und Berichtigungen.

## Zu §. 1.

Unter den verschiedenen möglichen Bewegungen hätte auch können die Kreisbewegung mit erwähnt werden, welche von der drehenden verschieden seyn kann.

## Zu §. 9.

In §. 244. ist noch einiges über das Gehör der Schwingungsverhältnisse gesagt worden.

## Zu §. 26. Anm.

S. 29. in der 9ten Zeile soll es anstatt $\begin{matrix} h \\ g \\ d \\ g \end{matrix}$ heißen $\begin{matrix} h \\ g \\ d \\ G \end{matrix}$.

## Zu §. 32.

In der 6ten Zeile muß es anstatt eis: gis heißen cis: gis, und in der 9ten Zeile fehlt der Strich über dem letzten $\bar{c}$.

## Zu §. 37.

Die Ursache, warum man die Schwebung öfters als abgebrochene Stöße hört, ist §. 186. und 187. ausführlicher angegeben.

## Zu §. 40. 1. Anm.

Die von den Chinesen berechnete Temperatur ist zwar nicht ganz gleichschwebend, jedoch treffen die ersten Zahlen eines jeden Verhältnisses damit zusammen, und der Unterschied kann schlechterdings nicht hörbar seyn.

## Zu §. 44.

Ueber die Modificationen eines Klanges ist noch einiges §. 196. und 248. gesagt worden.

## Zu §. 53. 1. Anm.

Die Wetterharfe oder Riesenharfe bey dem Hauptmanne Haas in Basel ist vom Pater Ventan, Propst zu Bürkli, angelegt worden. In den Annali di chimica e storia naturale, herausgegeben von Brugnatelli in Pavia, 18. B. 1800, giebt Carradori Nachricht von ähnlichen harmonisch-meteorologischen Beobachtungen, die Gaetano Berrettari mit gespanntem langen Metalldrate angestellt hat, der bey verschiedener Beschaffenheit der Athmosphäre Töne auf verschiedene Art (fortissimo, mediocre, piano, mormorio und colpo) von sich gab; am unregelmäßigsten waren sie vor und nach einem Erdbeben, obgleich weder natürliche noch künstliche Electricität Einfluß darauf hatten. Bey einigen Versuchen, die ich an langen gespannten Metallsaiten anstellte, theils um deren Longitudinalschwingungen (§. 62.) zu untersuchen, theils um (nach der Anmerkung zu §. 29.) bey den Transversalschwingungen die Schwingungszahlen durch Abzählen zu bestimmen, bemerkte ich mehreremal, daß eine in Bewegung gesetzte Saite ein Geräusch gab, das viele Aehnlichkeit mit dem hat, wenn man innerhalb eines eisernen Ofens Wasser in einem Topfe siedet. Die Ursache davon liegt unstreitig in vielen zugleich vorhandenen transversalen Schwingungsarten, deren Töne einander so nahe sind, daß man keinen einzelnen Ton unterscheiden kann, und diese Art des Geräusches ist wahrscheinlich das, was Berrettari in dem jetzterwähnten Aufsatze, den ich gegenwärtig nur aus den Göttingischen gelehrten Anzeigen kenne, mormorio nennt. Was dort colpo genannt wird, sind wahrscheinlich einzelne stärkere Stöße, welche ich alsdenn bemerkte, wenn die Saite sich auf dem untergesetzten Stege etwas hin und her rückte. So wie nun hier mannigfaltige Bewegungen, bey denen bisweilen Töne bestimmbar waren, bisweilen auch nicht, durch Anschlagen oder Reißen der in einem Zimmer ausgespannten langen Saite bewürkt wurden, eben so geschieht es bey einem im Freyen ausgespannten langen Drathe durch den Wind, und noch mehr durch Erderschütterungen.

## Zu §. 66.

Ueber Hervorbringung eines Schalles durch einen einfachen Stoß ist auch. § 243 nachzusehen.

## Zu §. 78.

Ich versuchte einmahl auf mannigfaltige Arten, ob in einer gläsernen Röhre, so wie durch Brennen des aus einer engen Oefnung strömenden Wasserstoffgas, etwa auch durch elektrische Ausströmungen aus einer Metallspitze sich möchte ein Klang hervorbringen lassen, es hatte aber keinen Erfolg.

## Zu §. 79.

Bey 1) in der zweyten Zeile muß es anstatt: einspannt, heißen: eingespannt.

## Zu §. 82. 1. Anm.

Anstatt carillon muß es heißen carrillon, wie ich es auch §. 165 angegeben habe. Eigentlich wird gewöhnlich ein Glockenspiel so genennt, bisweilen aber auch eine Strohfiedel, wegen des einem Glockenspiele ähnlichen Klanges. Wenn es hölzerne Stäbe oder Bretchen sind, nennt man sie claquebois.

## Zu §. 95 und zu der Anmerkung.

Hierüber ist in der Anmerkung zu §. 227 noch einiges gesagt worden.

## Zu §. 97 und 98.

Die drehenden Schwingugen werden §. 133 genauer erklärt. Was ich gesagt habe, daß bey diesen Schwingungen der Ton um eine Quinte tiefer ist, als bey den Longitudinalschwingungen, ist eigentlich nur an cylindrischen und prismatischen Stäben wahr, bei mehrerer Breite der Stäbe wird der Ton bei diesen Schwingungsarten tiefer seyn.

## Zu §. 113.

In der Tabelle soll es bey der Schwingungsart, wo nach einer Richtung 5 und nach der andern 2 Knotenlinien gehen, anstatt $\frac{1}{2}$ heißen $1\frac{1}{2}$.

## Zu §. 121.

In der dritten Zeile ist anstatt $\frac{8}{8}$ zu lesen: $\frac{8}{5}$

## Zu §. 133. Anm.

Hier muß es (dem zufolge, was schon zu §. 97 und 98 bemerkt worden ist) in der 4ten Zeile, anstatt: wenn die Breite im Verhältnisse gegen die Länge sehr gering ist, wie auch an einem cylindrischen oder prismatischen Stabe ꝛc. heißen: wenn die Breite im Verhältnisse gegen die Länge sehr gering, und der Dicke gleich ist, wie an einem cylindrischen oder vierseitig prismatischen Stabe ꝛc. Zu Ende der vorletzten Zeile kann auch nach den Worten: wenn die Breite sehr gering ist, eingeschaltet werden: und der Dicke gleichkommt.

## Zu §. 139.

In der Tabelle fehlt bey 4 | II die Zahl 7.

## Zu §. 148.

In der Tabelle muß es bei 3 | 3 anstatt $\overline{\overline{\text{cis}}}$ — heißen: $\overline{\overline{\text{cis}}}$ —

## Zu §. 203.

S. 225, bey IV, in der 15ten Zeile muß zwischen den Worten: absolute Elasticität, das Comma weg.

## Zu §. 204.

In der 2ten Anmerkung ist der Name: von Arnim unrichtig gedruckt.

## Zu §. 208.

Eine der Würkung eines Sprachrohrs etwas ähnliche Verstärkung des Schalles zeigt sich auch bey dem Abschießen eines Feuergewehres in einer langen und weiten Röhre, worüber im ersten Stücke des Magazins aller neuen Erfindungen, Entdeckungen und Verbesserungen (Leipzig bey Baumgärtner) sich Bemerkungen finden. Hier kann der Knall, sowohl durch einige Longitudinalschwingungen der in der Röhre enthaltenen Luftstrecke, als auch dadurch verstärt werden, daß, wenn die Röhre eine dazu erforderliche Gestalt hat, den Schallstralen eine mehr parallele Richtung gegeben wird.

## Zu §. 214.

Die hier angeführte und einigermaßen benutzte Schrift von Rhode ist in einigen Rezensionen sehr getadelt, und dem Verfasser fast alle akustische und theatralische Kenntniß abge-

sprochen worden. Soweit ich aber glaube, darüber urtheilen zu können, hat der Verfasser die Mittel, um eine vortheilhafte Würkung des Schalles in einem Schauspielhause zu befördern, ganz der Natur gemäß angegeben; ob übrigens die von ihm vorgeschlagenen Veränderungen der innern Einrichtungen eines Theaters in andern Hinsichten mehr oder weniger vortheilhaft oder ausführbar sind, darüber kann ich aus Mangel der dazu erforderlichen Kenntnisse nicht urtheilen, und bin also in dem, was ich davon angeführt habe, blos als Referent anzusehen; indessen scheinen mir die Vorschläge des Verfassers weder unschicklich noch unausführbar zu seyn, und doch wenigstens zu verdienen, daß man deren Werth oder Unwerth ohne Vorliebe für das, was einmahl herkömmlich ist, durch Versuche bestimmte. Besonders würde aber die Bauart des bekannten Theaters in Parma, weil bey diesem die Erfahrung so gut mit der Theorie übereinstimmt (nur etwa mit Ausnahme der unbequemen Seitensitze) verdienen nachgeahmt zu werden.

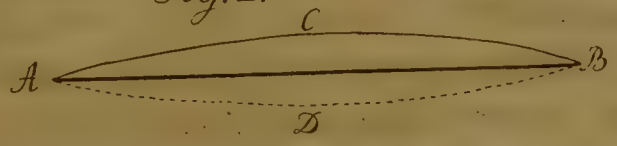
So eben erhielt ich: Vorschläge zu Verbesserung der Schauspielhäuser von Louis Catel, Architekt. Berlin 1802. 4. Der Verfasser sucht die ungehinderte directe Verbreitung des Schalles zu befördern, und zu Vermeidung des Wiederhalls jede Brechung des Schalles zu verhindern. Nun würde ein nachtheiliger Wiederhall oder Nachhall zwar durch Rückwürkung des Schalles von den der Bühne entgegengesetzten Flächen entstehen können; hingegen durch seitwärts gehende Brechungen von Flächen oder Seitenwänden, die dem Sprechenden nahe sind, gegen die Zuhörer hin, würde zwar der directe und der gebrochene Schall nicht vollkommen genau in einem Zeitpunkte zu den Zuhörern gelangen, jedoch würde (bey einem Fortgange des Schalles durch 1040 Fuß in einer Sekunde) der Unterschied so unbeträchtlich seyn, daß man ihn nicht oder kaum bemerken, und also mehr eine Verstärkung, als Verlängerung oder Wiederholung des Schalles wahrnehmen würde. Die vorgeschlagene amphitheatralische Einrichtung der Sitze ist sehr zu billigen, besonders auch deswegen, weil sie zu Vermeidung der Rückwürkung des Schalles viel beitragen muß. Die S. 39, §. 12 vorgeschlagene Einrichtung der Decke, da sie ein Kupelgewölbe seyn soll, würde für den Schall gar nicht vortheilhaft seyn, weil dadurch ein sehr beträchtlicher Wiederhall entstehen müßte. Der Verfasser schlägt zur Verminderung desselben eine Tapezirung der Decke vor, mit Zeuge, welches mit Wolle hinten gefüttert ist; dieses würde aber von keinem Nutzen seyn, weil durch solche weiche Materien zwar alle sonst etwa möglichen Mitzitterungen der Decke würden verhindert werden, nicht aber die Stemmungen und Rückwürkungen der von

der Bühne ausgehenden Schallstralen, bei welchen nichts darauf ankommt, ob die entgegenstehenden Flächen rauh oder eben, weich oder hart sind, wie denn z. B. im Freyen ein gegenüberstehender Wald öfters schon ein beträchtliches Echo giebt, und überhaupt die Rückwürkung (ganz anders, als bey dem Lichte) mehr von der Gestalt der gegenüber befindlichen Gegenstände im Ganzen abhängt. Eine gerade Decke, die nicht viel höher wär, als die Oefnung der Bühne, oder, wenn etwa zu Vergrößerung des Raumes für mehrere Zuschauer die hintern Sitze sehr hoch seyn sollen, von der Bühne aus schief in die Höhe gienge, würde für die Würkung des Schalles am vortheilhaftesten seyn.

---

Noch einige wenige Druckfehler, wie z. B. S. 77. Z. 6 Schlediasma anstatt Schediasma, und S. 278 Z. 2 meistern anstatt meisten, wird jeder Leser von selbst zu verbessern wissen.

Fig. 1.

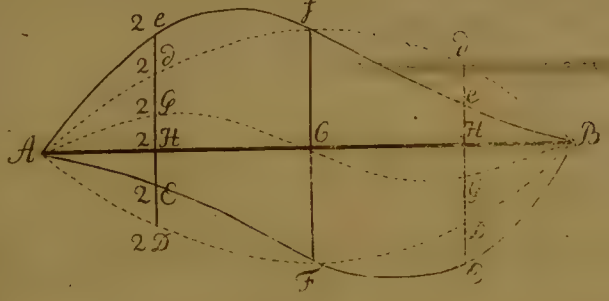



2

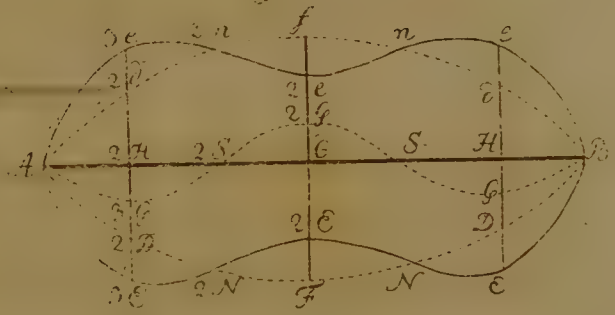
3

4

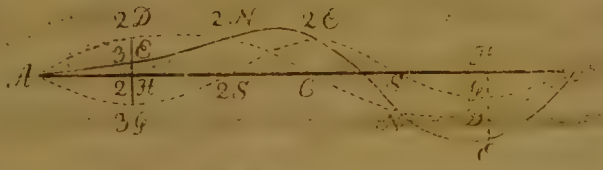
5

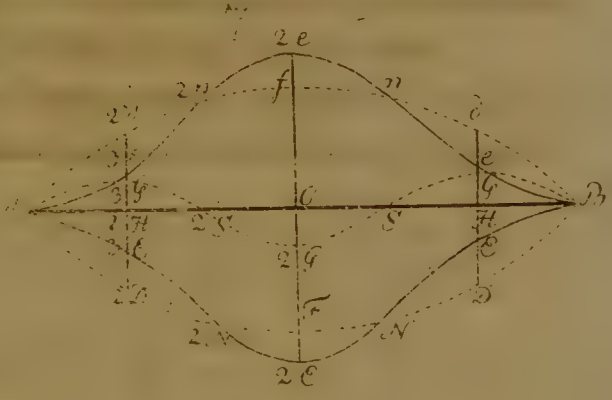



6

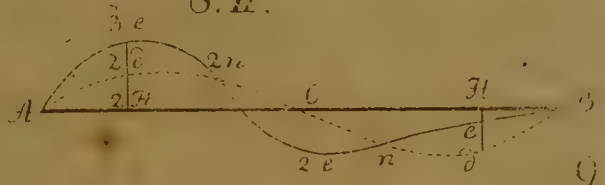



8. I.



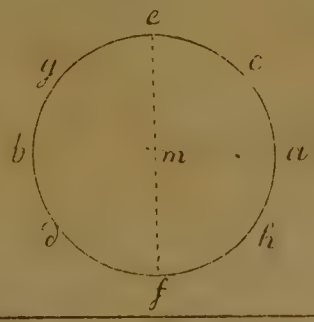




8. II.

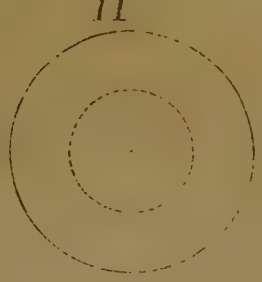



9

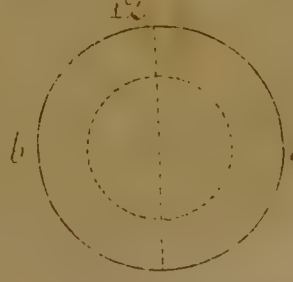
10




11



12




13

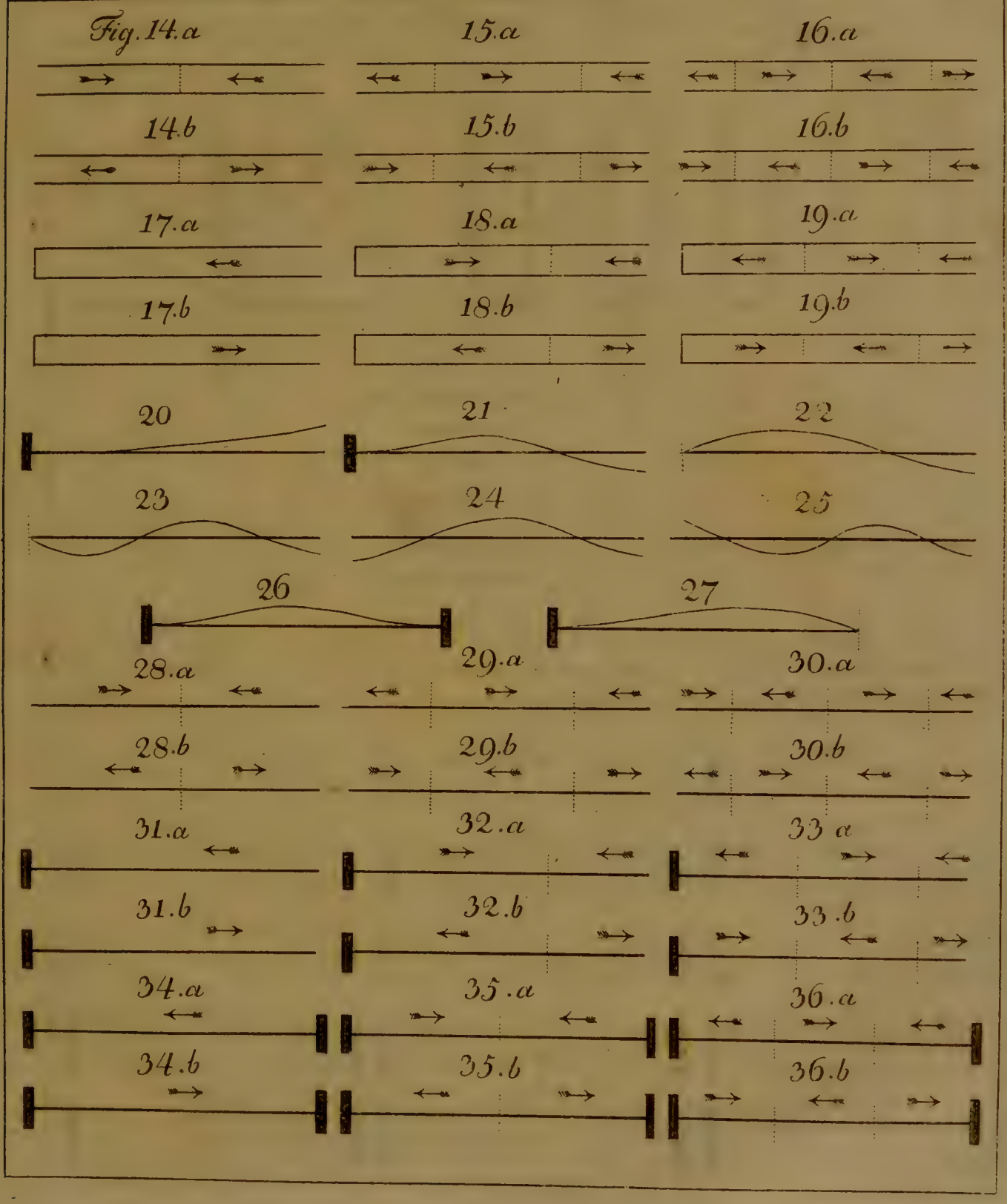


Fig. 14.a
15.a
16.a
14.b
15.b
16.b
17.a
18.a
19.a
17.b
18.b
19.b
20
21
22
23
24
25
26
27
28.a
29.a
30.a
28.b
29.b
30.b
31.a
32.a
33.a
31.b
32.b
33.b
34.a
35.a
36.a
34.b
35.b
36.b

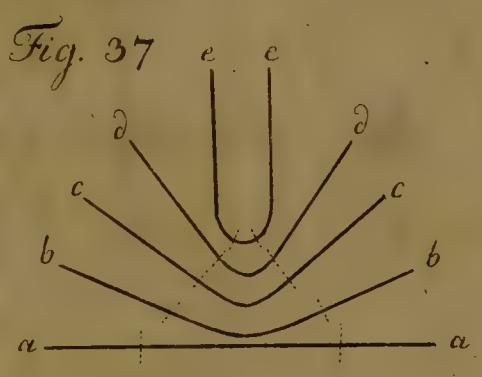
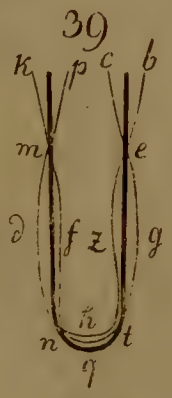
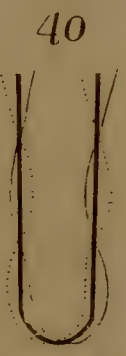


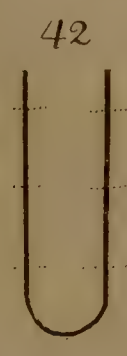
Fig. 37
e e
d d
c c
b b
a a

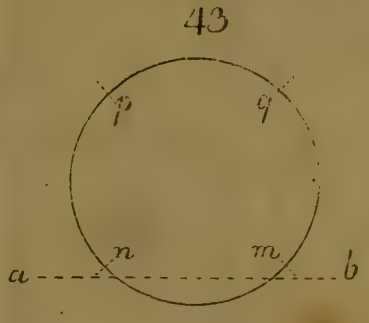
38
b n f m
h
p q
g

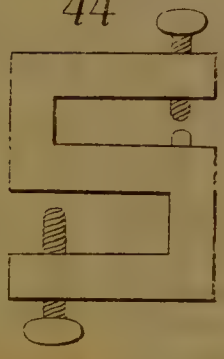

39
k p c b
m e
d f z g
h
n t
q

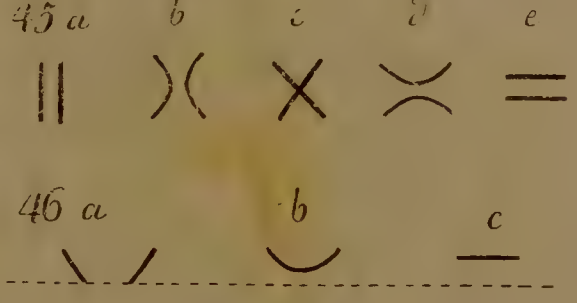

40

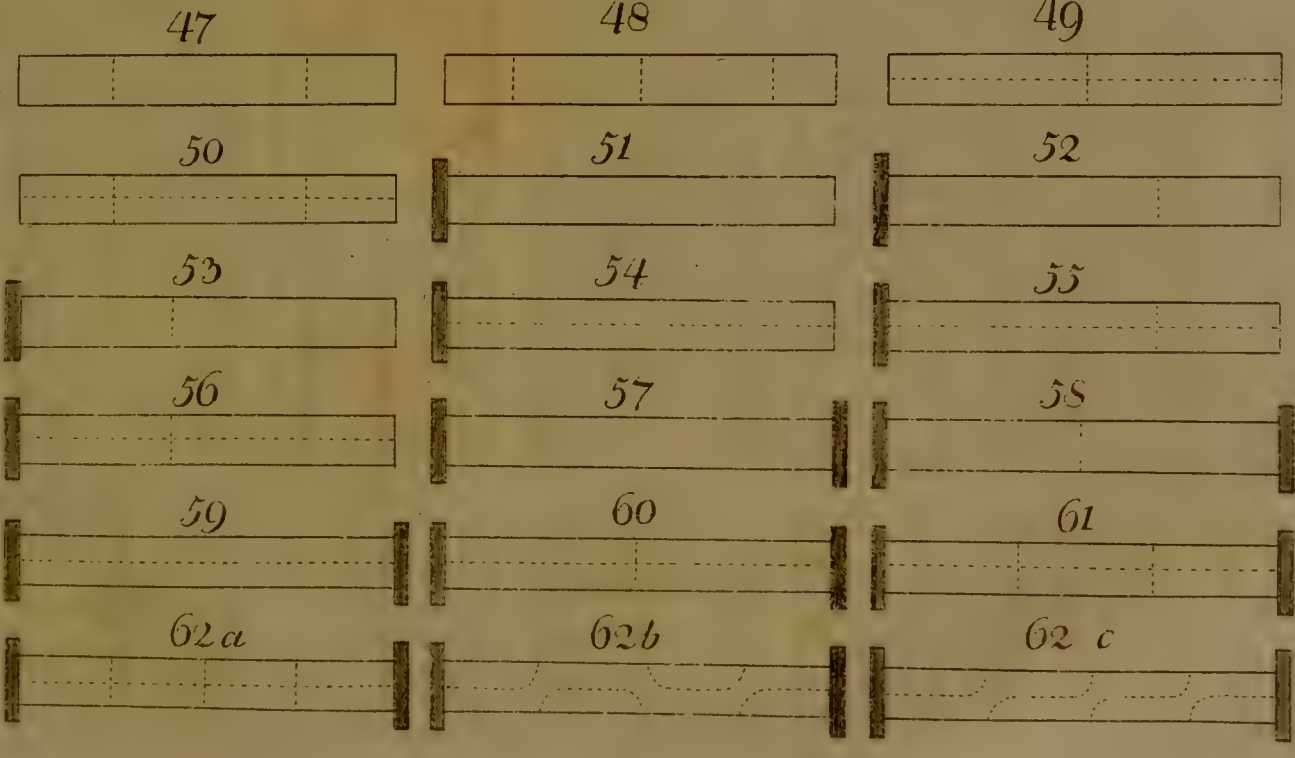
41


42


43
p q
n m
a b

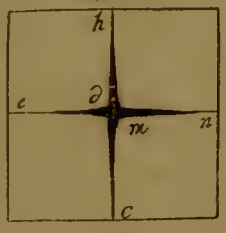

44


45 a b c d e
46 a b c

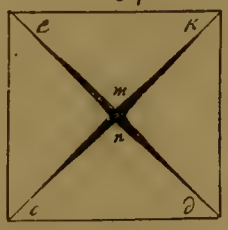

47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62 a
62 b
62 c

Tab. IV

Fig. 63.



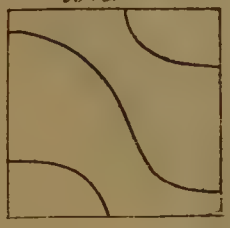

64



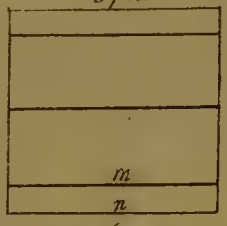

65

66 a

66. b.



67. a.



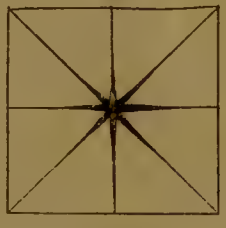

67. b

67 c

68 a

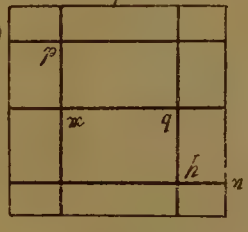
68 b.

69



70

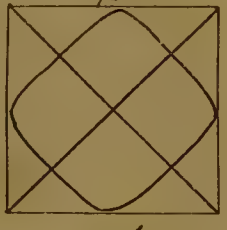
71. a



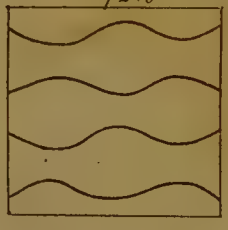

71. b.

71 c

72 a

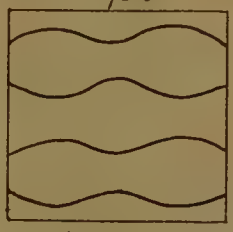


72. b



73 a

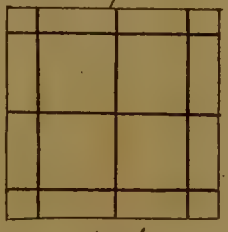
73. b



74 a

74. b

75

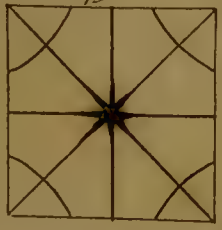


76

77

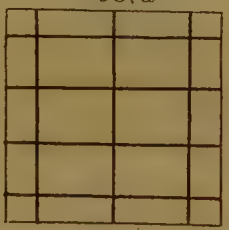
78

79. a.

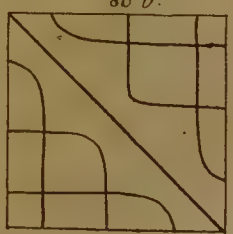


79. b.

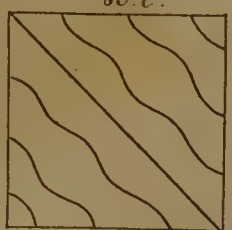
80. a



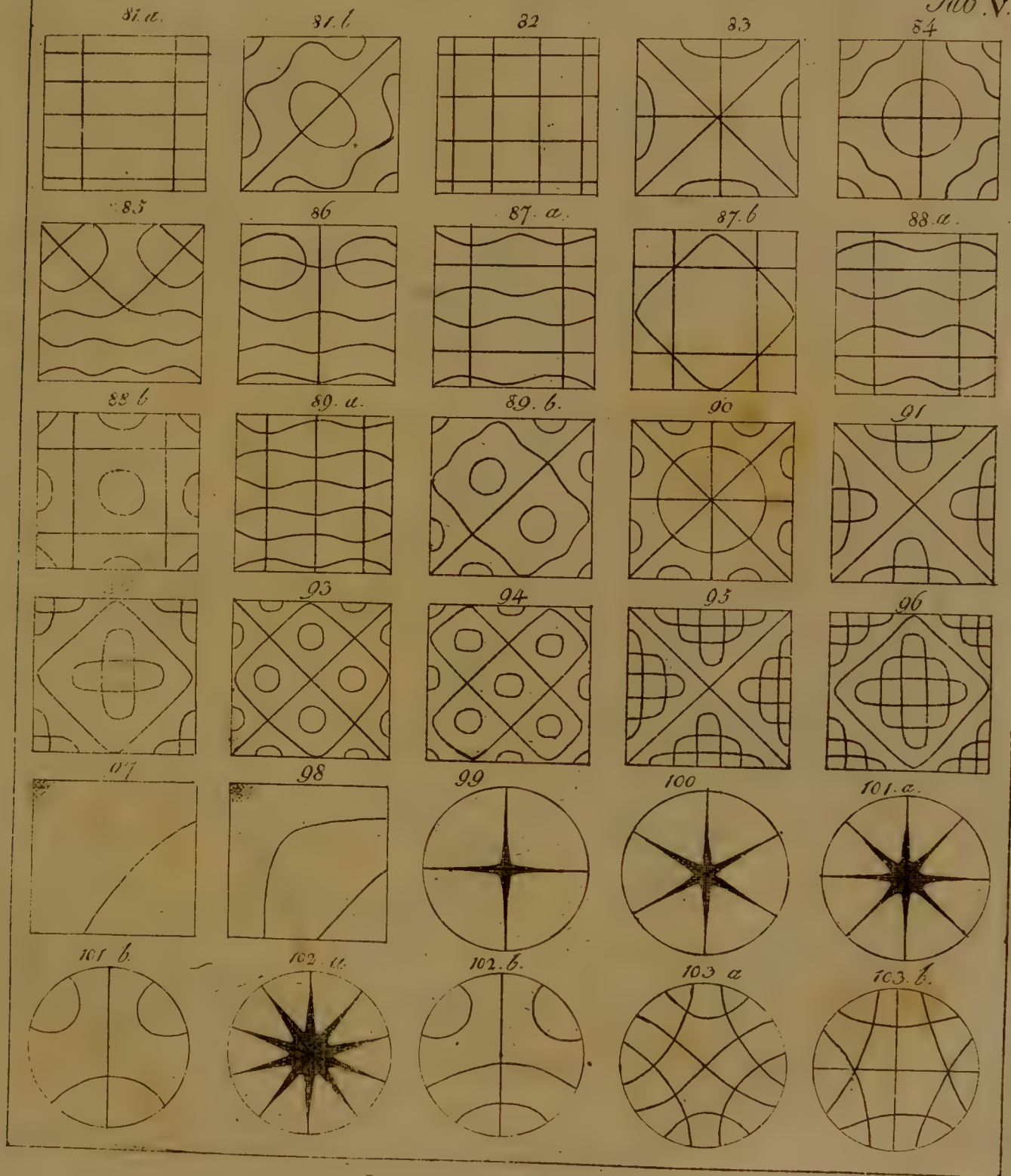
80. b.



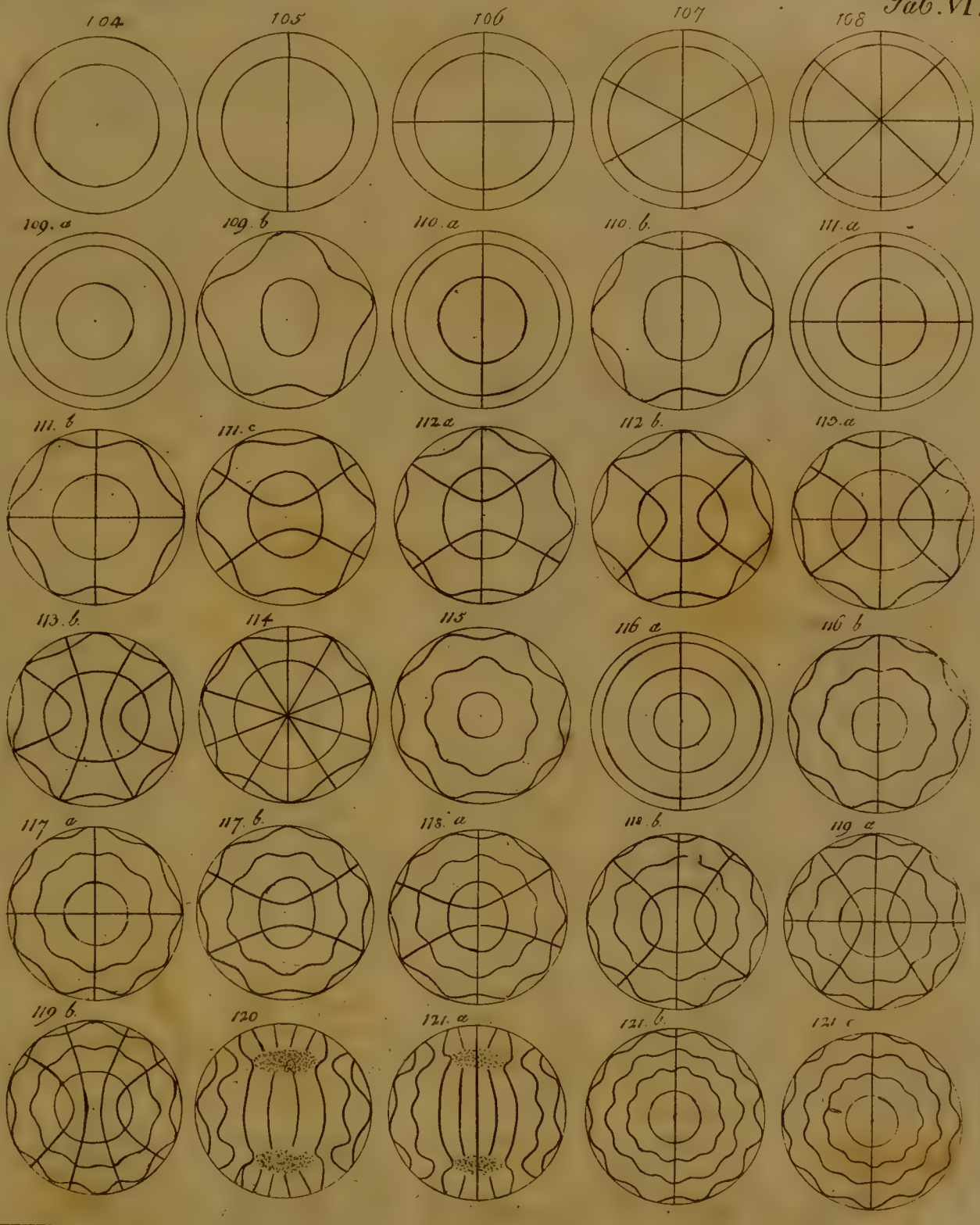
80. c.



Tab. V.

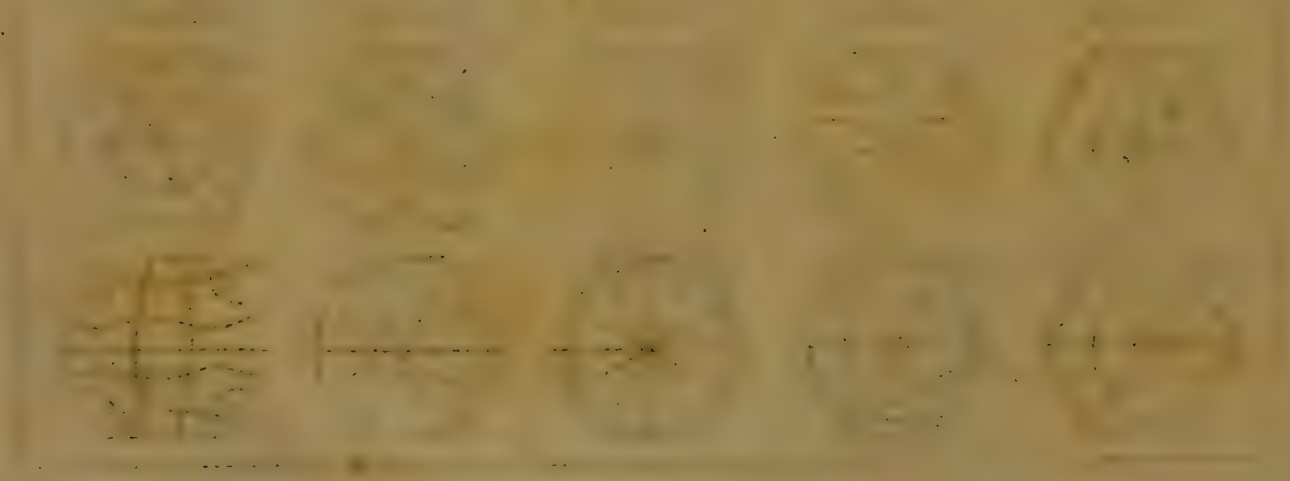

81. a.
81. b
82
83
84
85
86
87. a.
87. b
88. a.
88. b
89. a.
89. b.
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101. a.
101. b.
102. a.
102. b.
103. a
103. b.

Tab. VI.

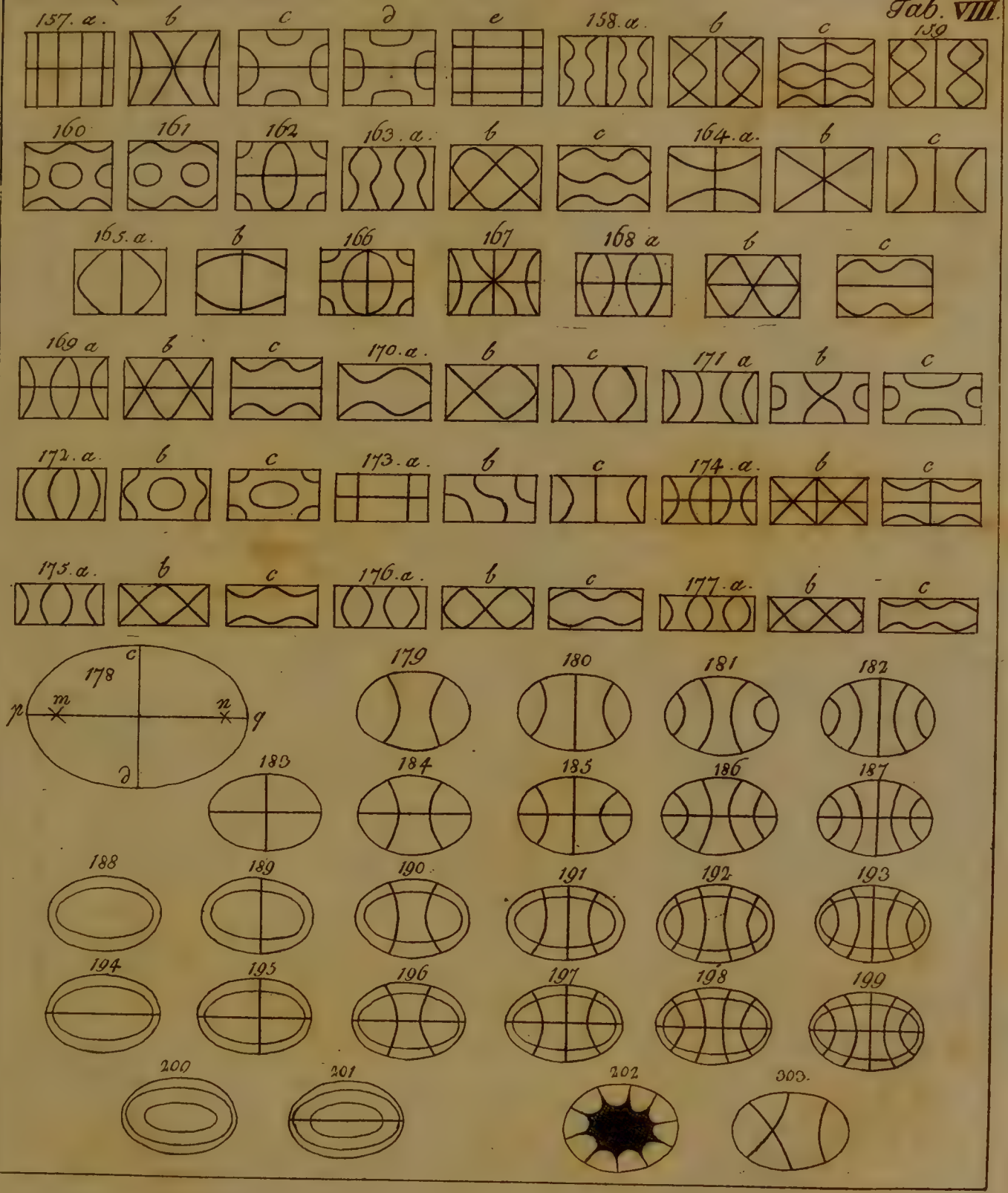

104
105
106
107
108
109. a
109. b
110. a
110. b.
111. a
111. b
111. c
112 a
112 b.
113. a
113. b.
114
115
116 a
116 b
117 a
117. b.
118. a
118. b.
119 a
119 b.
120
121. a
121. b.
121 c

Tab. VII.

Fig. 122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156

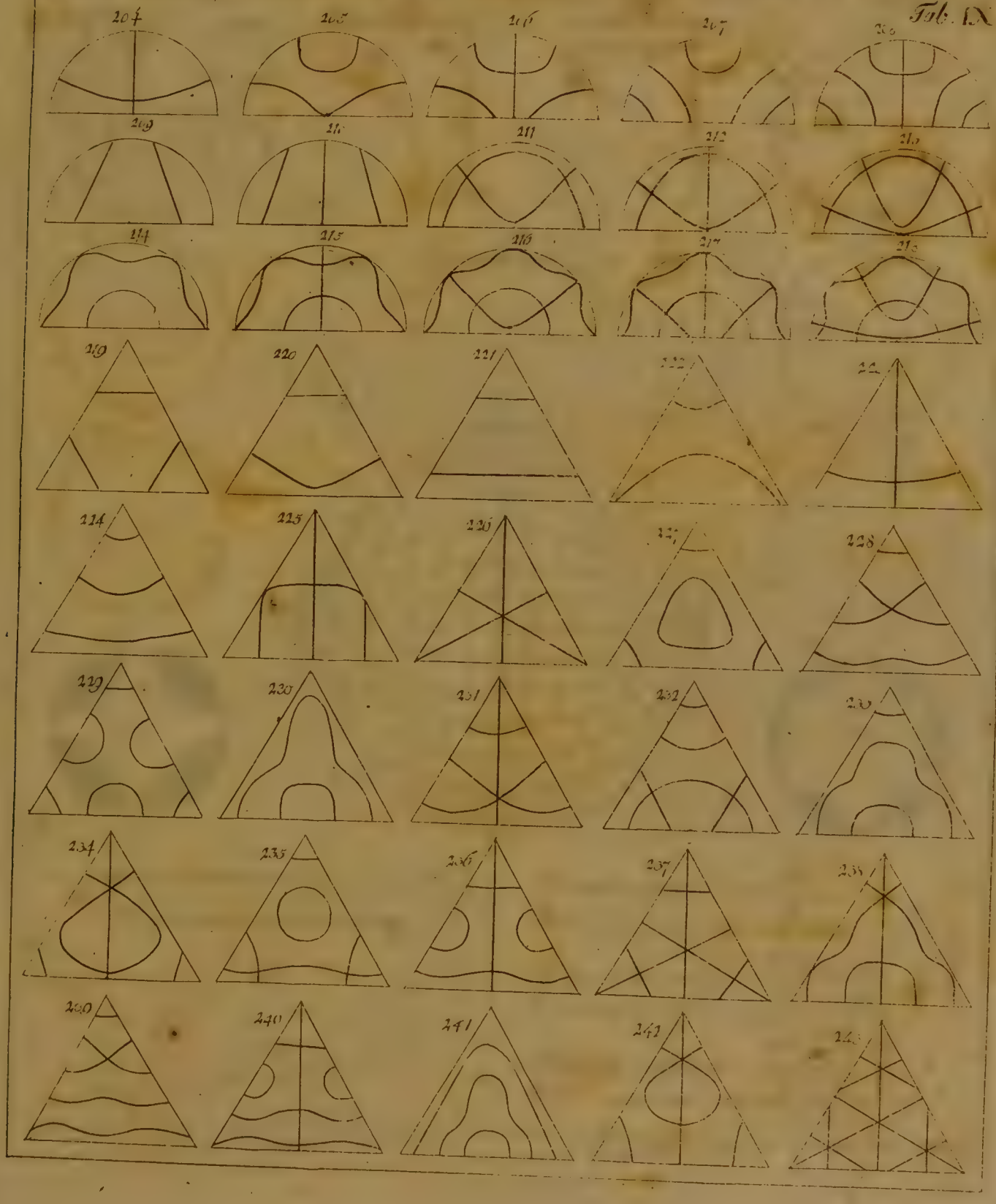


Tab. VIII.

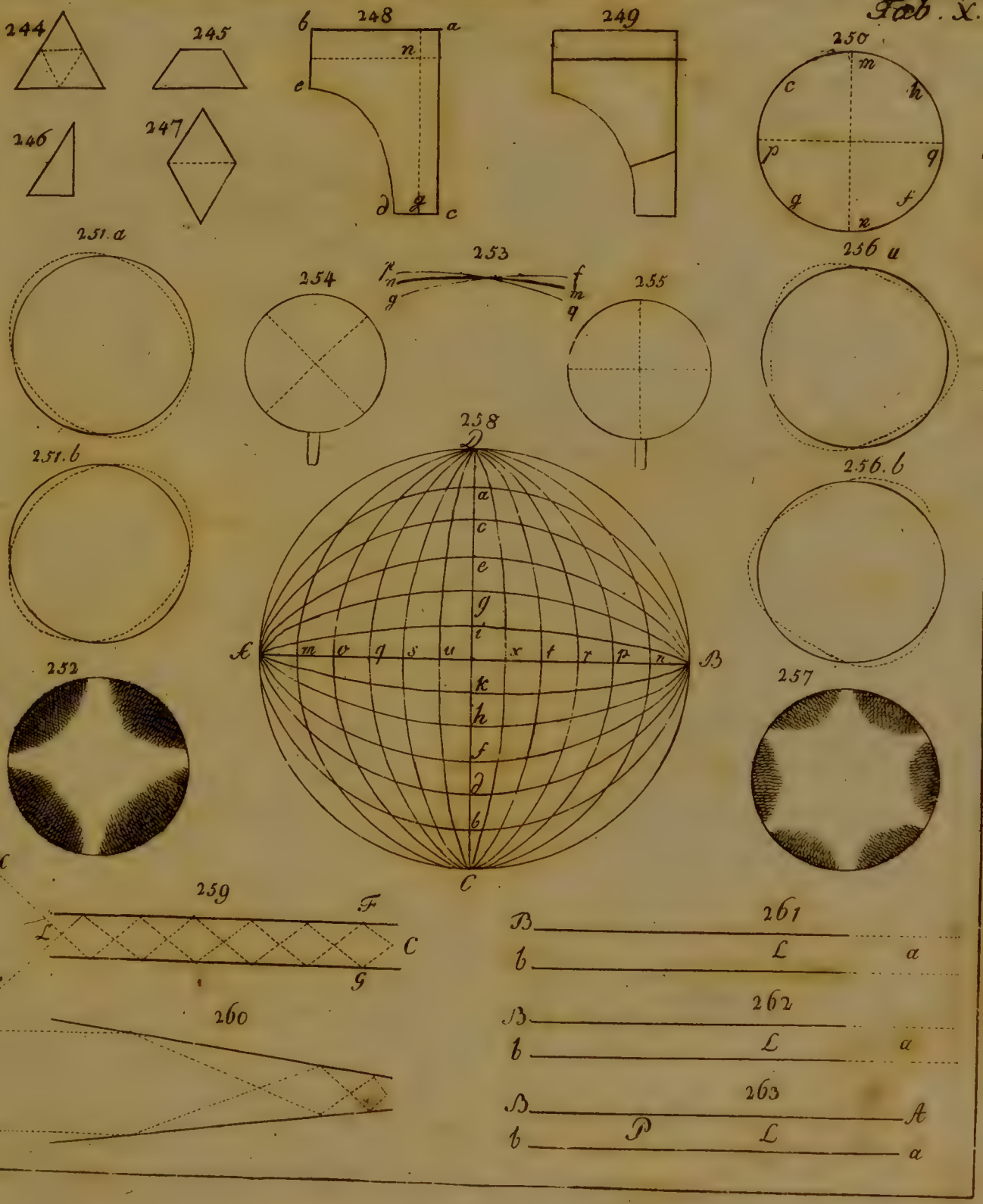
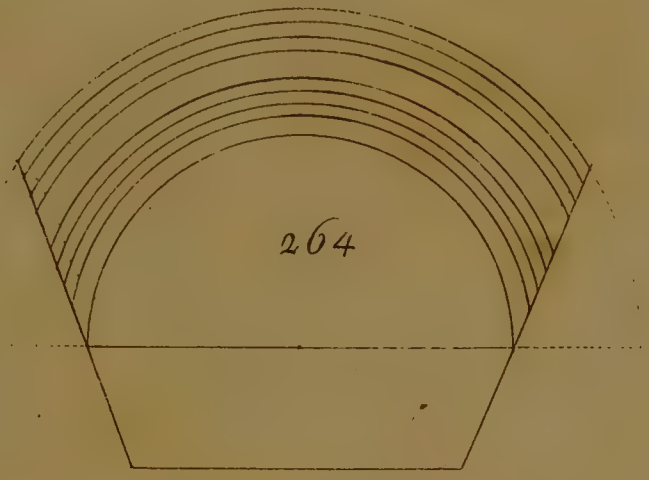
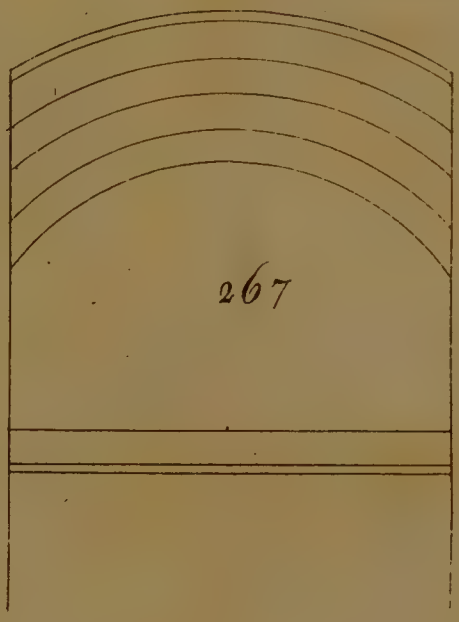
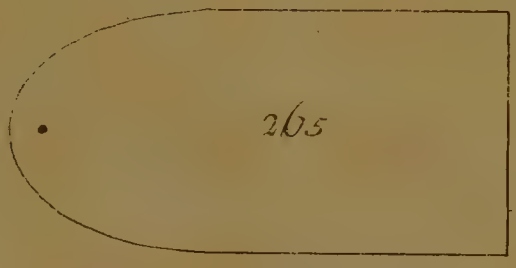
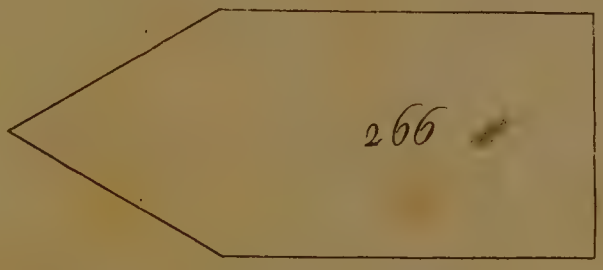
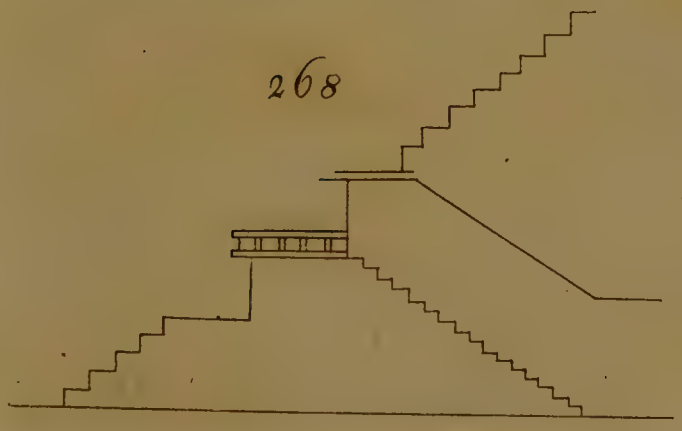
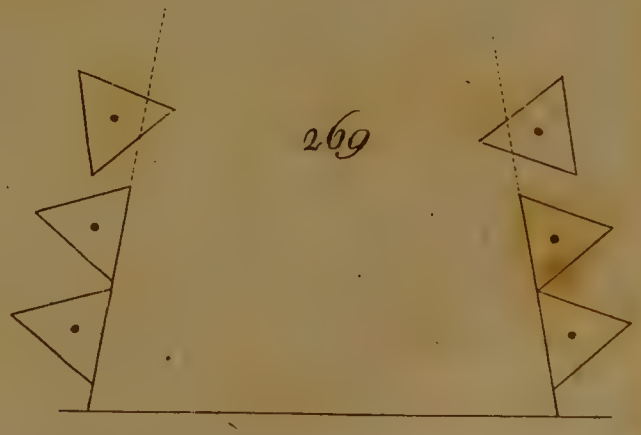
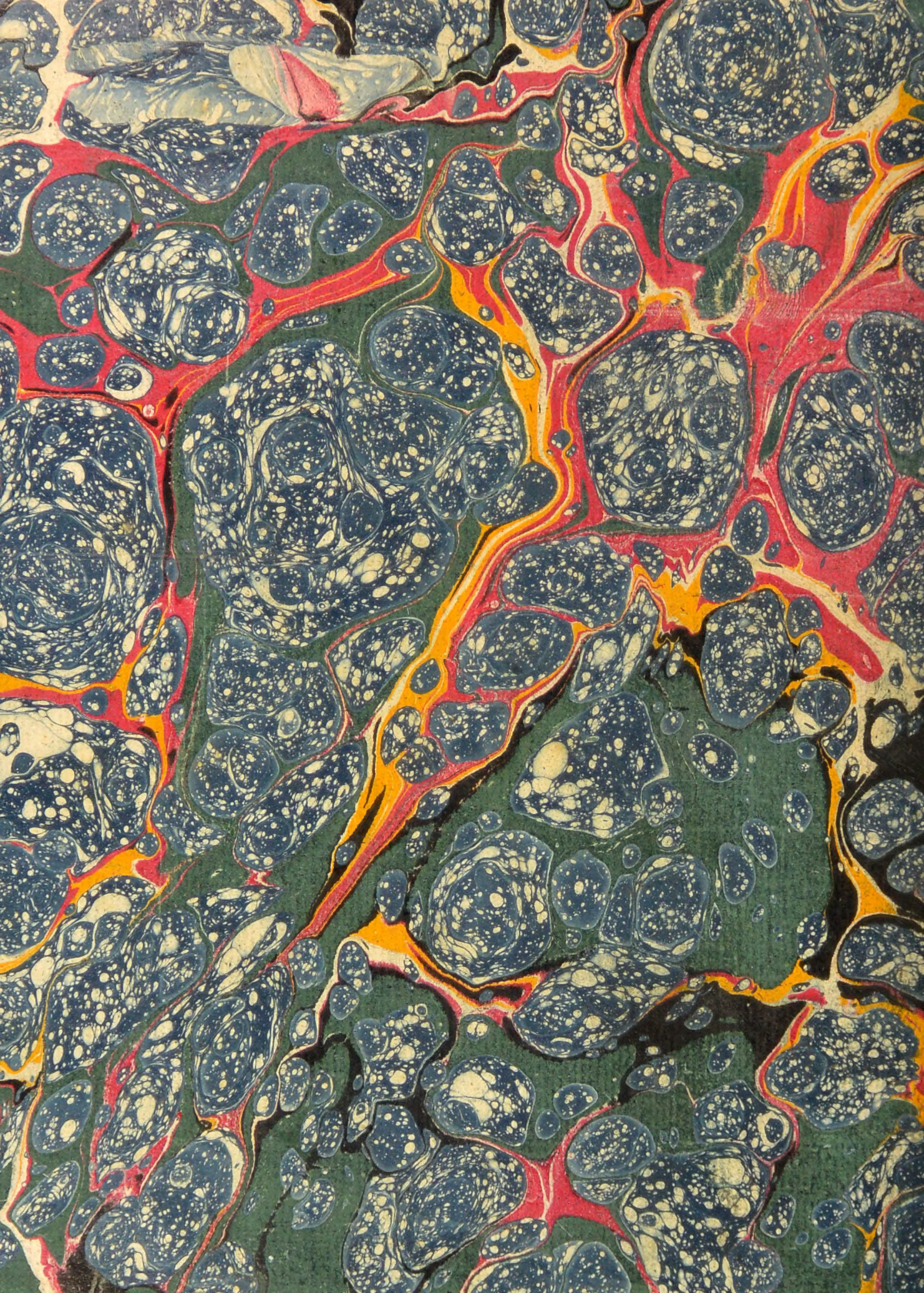
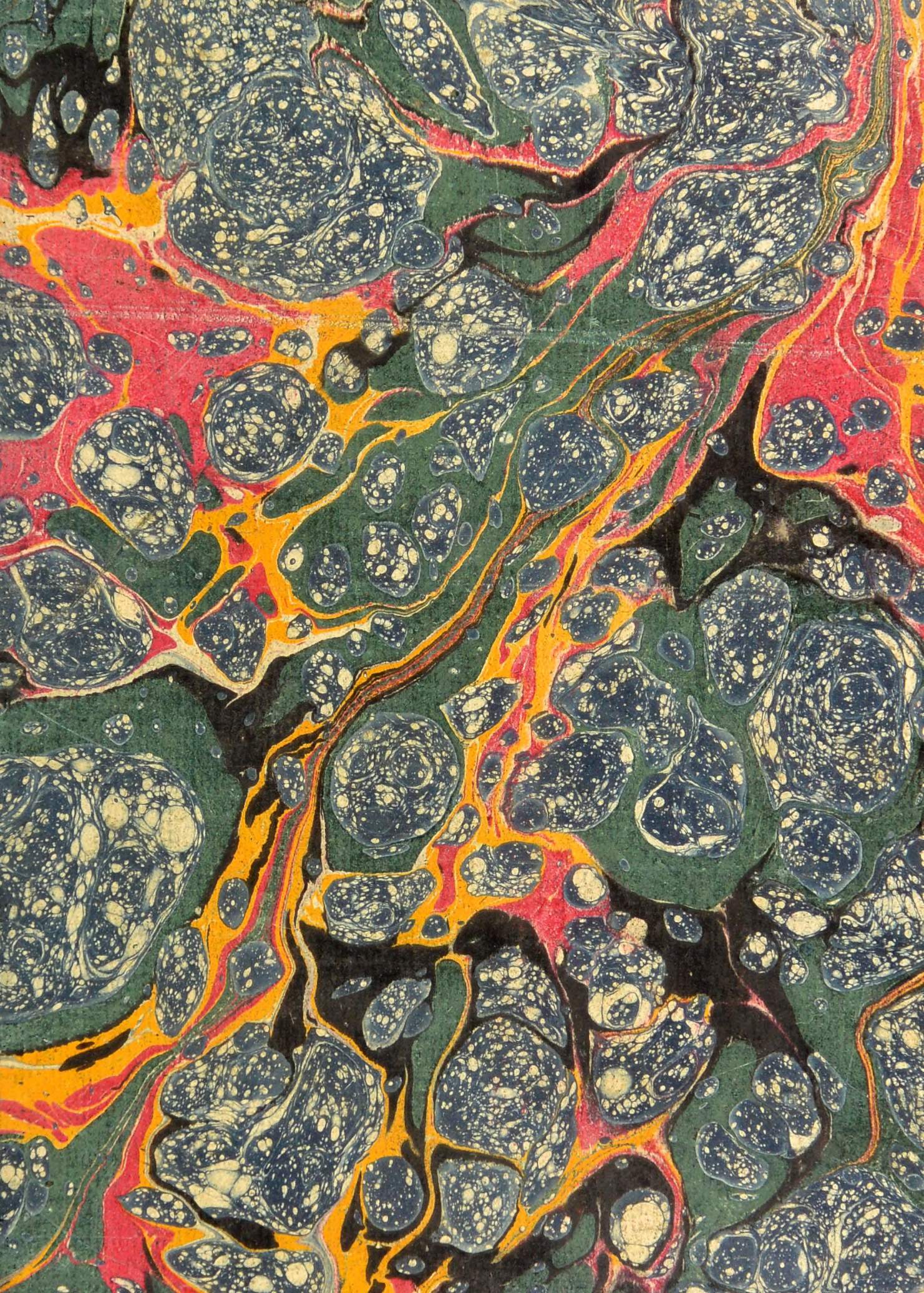

157. a.
b
c
d
e
158. a.
b
c
159
160
161
162
163. a.
b
c
164. a.
b
c
165. a.
b
166
167
168 a
b
c
169 a
b
c
170. a.
b
c
171 a
b
c
172. a.
b
c
173. a.
b
c
174. a.
b
c
175. a.
b
c
176. a.
b
c
177. a.
b
c
178
c
m
n
p
q
d
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203.

Chladni's Akustik.

Tab. IX.



Tab. X.


244
245
246
247
248
b
a
n
e
d
g
c
249
250
m
c
h
p
q
g
f
n
251. a
253
r
n
g
f
m
q
254
255
256 a
251. b
258
a
c
e
g
i
A
m
o
q
s
u
x
t
r
p
n
B
k
h
f
d
b
C
256. b
252
257
M
259
F
L
C
N
G
260
261
B
L
a
b
262
B
L
a
b
263
B
A
P
L
b
a

Tab. XI.